

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Южно-Уральский государственный университет»
(национальный исследовательский университет)
Архитектурно-строительный институт
Кафедра «Строительное производство и теория сооружений»

РАБОТА ПРОВЕРЕНА

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ

Рецензент:

Заведующий кафедрой:

_____ Г.А. Пикус

«__» _____ 2019 г.

«__» _____ 2019 г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

к выпускной квалификационной работе магистра на тему:

Расчет СН рамы методом перемещений на предельную нагрузку

при наличии пластической зоны

ЮУрГУ 08.04.01 «Строительство». АСИ-278. ПЗ ВКР

Консультант:

Руководитель: Профессор, д.т.н.

_____ Потапов А.Н.

«__» _____ 2019 г.

«__» _____ 2019 г.

Консультант:

Проверка по системе антиплагиат: _____%

«__» _____ 2019 г.

«__» _____ 2019г.

Нормоконтролер:

Автор ВКР:

_____ Карамышева О.В.

«__» _____ 2019 г.

«__» _____ 2019 г.

г. Челябинск - 2019

АННОТАЦИЯ

Карамышева Ольга Владимировна, Расчет СН рамы методом перемещений на предельную нагрузку при наличии пластической зоны, пояснительная записка. – Челябинск: ЮУрГУ, 2019, 106 стр., библиограф. – 46, табл. – 5, илл. – 102, приложений – 2.

В рассматриваемой работе предложен метод расчета статически неопределимых (далее – СН) рам с учетом пластических деформаций. Расчет основан на использовании диаграммы материала с упрочнением, приводящий к появлению пластической зоны (далее – ПЗ).

Объектом исследования магистерской диссертации является плоская СН стальная рама, на которую действует нагрузка в виде сосредоточенных сил.

Предметом исследования является ПЗ, проектируемая в зависимости от вариантов горизонтального воздействия.

При расчете нелинейной задачи СН рамы на предельную нагрузку был использован аналитический метод исследования.

Целью работы является разработка нового способа расчета металлической СН рамы при условии возникновения ПЗ при сейсмическом воздействии.

В результате исследования были рассчитаны предельные нагрузки при построении ПЗ различной длины с использованием билинейной диаграммы. А также была предложена методика выполнения расчетов, которая позволяет более реально оценивать предельные нагрузки для заданных ПЗ и, тем самым, создавать более экономичные и более надежные конструкции.

Ключевые слова: метод перемещений, предел текучести, напряжение, пластическая зона, изгибающий момент, жесткость.

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		2

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
1. ОБЗОР УПОМИНАНИЙ И ОПЫТА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПЗ.....	8
2. ОСОБЕННОСТИ ПРЕДЛАГАЕМОГО МЕТОДА РАСЧЕТА.....	19
2.1 Основная идея подхода расчета.....	20
2.2 Допущения, используемые при расчете.....	20
2.3 Особенности конструирования ПЗ.....	22
3. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ (ТЕОРИЯ, МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ).....	24
3.1 Общая схема расчета СН задачи по МП с учетом нелинейной работы материала.....	25
3.2 Упругий расчет СН рамы МП.....	26
3.3 Упругопластический расчет для <i>i</i> -й ступени нагружения.....	27
4. СОСТАВЛЕНИЕ ПРОГРАММЫ РАСЧЕТА, ОТЛАДКА ПРОГРАММЫ, РАСЧЕТ.....	32
4.1 Блок-схема алгоритма расчета.....	32
4.2 Автоматизированный расчет в ПК MatLab, отладка программы.....	35
5. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ, АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ.....	36
5.1 Построение расчетной модели рамы.....	36
5.2 Упругий расчет.....	37
5.3 Работа за пределом упругости для стандартной балки с закреплением «заделка-шарнир».....	43
5.4 Нелинейный расчет рамы.....	53
5.5 Анализ результатов.....	70
5.6 Пример решения задачи: Метод расчета при построении ПЗ равного сопротивления.....	80

6. РАЗРАБОТКА РЕКОМЕНДАЦИЙ ПО ПРИМЕНЕНИЮ НАУЧНЫХ ВЫВОДОВ НА ПРАКТИКЕ.....	86
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	89
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	91
ПРИЛОЖЕНИЕ 1 «Код программы из системы MatLab».....	96
ПРИЛОЖЕНИЕ 2 «Научная статья в сборнике “Наука ЮУрГУ 2019”».....	99

					<i>АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ</i>	<i>Лист</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		4

ВВЕДЕНИЕ

В век плотной застройки и больших городов строительство занимает огромное место в жизни людей.

Много работы было проделано по изучению строительства как отрасли, как науки, чтобы человек смог перебраться из скальных пещер в высотки, где в одном здании могут находиться одновременно тысячи человек.

С повышением уровня строительства, качества жизни и запросов человечества подход к решению задач и выполнению целей изменился.

Капитализм диктует свои правила: недостаточно строить только качественно, только быстро или только дешево, необходимо всё и сразу. Однако классический подход в строительстве, когда для повышения безопасности и уменьшения ответственности проектировщиков, используются значительные коэффициенты надёжности, различные методы и техники расчета, которые достаточно просты, что позволяет экономить в некотором роде на проектировании. Конечно, научная база таких решений очень обширна и позволяет проектировать конструкции с относительно большими допусками и запасами по прочности.

Одной из причин, почему была выбрана именно тема пластических деформаций, является то, что для того, чтобы сократить издержки необходимо максимально использовать ресурсы материалов. Так как работа материалов в упругой стадии досконально изучена, необходимо расширять научную базу и проводить исследования за пределом упругости.

Другим аргументом, почему необходимо изучение поведения материалов, их свойств в пластической стадии работы, служит то, что пластичность играет огромную роль при строительстве в сейсмических районах. В Российской Федерации таких можно выделить семь – Северный Кавказ, Урал, Алтай и Саяны, Байкальская рифтовая зона, Приамурье и приморье, Чукотка и

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		5

Каряжское нагорье, Курило–Камчатская зона и о.Сахалин [1]. Однако в последнее время наблюдается увеличение активности Сибирской и Восточно–Европейской платформы, что может неблагоприятно сказаться также и на центральной России. Так, 24 мая 2013 г. толчки на глубине в 620 км Охотского моря силой 8 баллов прокатились по всей стране и вызвали ряд эвакуаций в столичных небоскребах.

Однако Российские строительные нормы не включают в себя достаточное количество методических указаний и разъяснений по проектированию сейсмозащищенных конструкций (в отличие от норм Евросоюза, Японии или США). Такая же ситуация наблюдается и в научно–исследовательских работах.

Одним из слабоосвещённых мест указаний по проектированию является пластическая зона. В связи с этим целью нашего исследования стала разработка нового подхода к расчету статически неопределимых рам, основанных на физически нелинейной работе материала, подчиняющейся диаграмме деформирования с упрочнением или билинейной диаграмме.

При реализации МП используются (как и при упругом решении задачи) два типа стандартных балок, но с тем отличием, что стандартные балки содержат ПЗ. Для обоих типов балок выполнены расчеты на все единичные и грузовые воздействия. Расчет рамы состоит из двух этапов. На упругом этапе определяются НДС системы и нагрузка, соответствующие предельно-упругому состоянию эпюры моментов. Пластический этап расчета выполняется при заданной длине ПЗ по методу последовательных нагружений. На каждой ступени нагружения приращение изгибающих моментов связывается с приращением нагрузки и вычисляется длина ПЗ.

Постановка задач исследования:

- Расчет СН рамы МП на упругой стадии с целью определения опасного сечения;
- Определение предельного момента и предельной нагрузки для заданной конфигурации материала;

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		6

– Определение усилий в стандартных балках типа «заделка-шарнир» и «заделка-заделка» с учетом ПЗ, которые характеризуются нелинейными функциями φ - ψ ;

– Организация нелинейного процесса с помощью метода последовательных нагружений (далее – МПН);

– Построение программы расчета СН рамы МП на предельную нагрузку при наличии пластической зоны в системе Matlab для дальнейшего последовательного нагружения;

– Отслеживание изменений предельных нагрузок от величины ПЗ, а также изменения изгибающих моментов;

– Построение пластической зоны равного сопротивления (далее – ПЗРС) в пределах всей заданной длины l_p ;

– Обработка результатов.

Актуальность темы ПЗ затрагивается в нормах, ее рекомендуют использовать, но не дают рядовому инженеру инструментария. Иностранцы изучают тему ПЗ (20+ эмпирических формул расчета ее длины), у нас же дальше МПР не продвинулось.

Новизна магистерской работы заключается в:

- использовании МП в системе упругопластических деформаций;

- предложенном методе по построению ПЗРС с использованием диаграммы с упрочнением.

Проблемы или слабые стороны :

– Программа Матлаб не поддерживает графического интерфейса, а создана только для алгоритмических расчетов, вследствие чего обязательно нужно сначала прорешать на листочке, а уже по листочку давать программе находить решение с тр. точностью;

– Нельзя как в программе ЛИРА-САПР просто построить раму, нагрузить и посмотреть результат.

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		7

1. ОБЗОР УПОМИНАНИЙ И ОПЫТА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПЗ

На данный момент учет упругопластических деформаций проводится, как правило, в рамках теории предельного равновесия (ТПР), которая основана на представлении идеальной упругопластической работы материала, описываемой диаграммой Прандтля. Разработка теории, проведенная советским ученым Гвоздевым А.А. [2], позволила создать эффективные методы расчета и проектирования многих конструкций, особенно железобетонных конструкций. Положения этой теории вошли в основные нормативные документы [3, 4, 5].

Однако необходимо понимать, что с 50-х годов прошлого столетия прошло уже более полувека и запросы современного строительного производства таковы, что метод предельного равновесия основывается на применении упрощенной диаграммы Прандтля рис.2.1,В [6], которая не допускает развития напряжений сверх предела текучести, что создает в расчетах значительные коэффициенты запаса и неэффективно использует ресурсы материала (Не говоря о классических и наиболее популярных методиках расчета. Например, по i и ii предельному состоянию, где учитываются только упругие стадии работы).

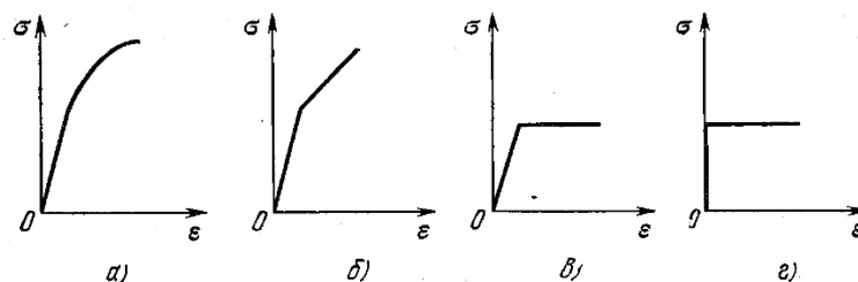


Рис. 12.94. Диаграммы напряжений: а) произвольного вида без площадки текучести; б) с линейным упрочнением и без площадки текучести; в) диаграмма Прандтля (упруго-пластическое тело); г) диаграмма напряжений жестко пластического тела.

Рис. 1.1 – Диаграмма напряжений

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		8

В случае же упрочнения материала согласно диаграмме Прандтля рис.1.1,Б [6] перераспределения усилий не происходит, а происходит развитие пластических деформаций на соседние с рассматриваемым сечением. А пластический шарнир переходит в пластическую зону.

Необходимо отметить, что понятие пластической зоны, как Вы уже поняли, очень близко по своему существу к понятию пластического шарнира, однако, в отличие от пластического шарнира изученность данного явления значительно меньше, если говорить о постсоветском пространстве с русскоязычными исследованиями. Разница между пластическим шарниром и пластической зоной наглядно продемонстрирована в работе Партона и Морозова [7], где на конкретных примерах показано, что пластический шарнир – это сечение, в котором напряжения достигли предела текучести, а пластическая зона – это некая область, которая имеет определенные геометрические параметры, и в которой напряжения могут превышать предел текучести.

В [8] можно наблюдать разницу между пластической зоной и пластическим шарниром: Длину пластической зоны (l_{pr}) следует отличать от пластического шарнира (l_p), поскольку первая представляет физическую область, в которой пластические деформации фактически распространяются по длине железобетонного элемента; в то время как последний является теоретическим термином, используемым в моделях с концентрированной пластичностью для объединения всех источников неупругих деформаций для определения смещения колонны после выхода из строя [12, 13]. Тем не менее, пластический шарнир связан с длиной пластической зоны, поскольку l_{pr} захватывает вклад неупругой деформации в l_p , который распространяется вдоль элемента из-за изгиба, известного как компонент градиента момента [14, 15, 16].

Понятие пластическая зона впервые была введена в работе Полая и Булла [9] при расчете железобетонных сейсмостойких каркасов.

Так [10] говорит, что мировое сообщество отошло от концепции японских строителей, которые ставили во главу угла жесткость конструкции. После

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		9

анализов многочисленных землетрясений (в т.ч. землетрясения в Чили 21 мая 1960г. В последствии названное Великим Чилийским землетрясением) русские и американские ученые пришли к выводу, что «чем меньше жесткость сооружения, тем меньше величина сейсмических нагрузок, действующих на него».

Также согласно [10] необходимо соблюдать принципы конструирования, которые позволяют не допустить критических последствий, вызванных сейсмическими нагрузками, и минимизировать их воздействие на строительную систему. Основные из них:

- конструктивные схемы каркасов, как правило, должны иметь симметричную форму и обеспечивать возникновение минимальных горизонтальных сейсмических нагрузок при землетрясениях, для чего необходимо применение легких ограждающих конструкций и конструкций перекрытий;

- развитие пластических деформаций допускается в элементах, работающих на изгиб или сдвиг;

- для элементов каркаса, работающих в упругопластической стадии, должны применяться пластичные малоуглеродистые и низколегированные стали;

- элементы каркаса, в которых предусматривается развитие пластических деформаций при землетрясениях, должны иметь конструктивные формы, отличающиеся низким уровнем концентрации напряжений;

- области пластических деформаций должны быть вынесены из зон сварных и болтовых соединений;

- сжатые элементы каркаса должны быть защищены от возможных перегрузок во время землетрясений с помощью энергопоглощающих элементов;

- в вертикальных связях по колоннам должны быть установлены энергопоглотители;

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		10

– конструкции каркасов должны иметь высокую ремонтпригодность.

Что касается актуальных нормативов Российской Федерации [5], то здесь понятие пластической зоны фигурирует, однако, не имеет значительной расшифровки и методических указаний по расчету. Так, основной рекомендацией по поводу конструктивных решений с использованием пластических деформаций является п. 4.1, который гласит о том, что необходимо “ <...> предусматривать условия, облегчающие развитие в элементах конструкций и их соединениях пластических деформаций, обеспечивающие устойчивость сооружения.”, а также “При назначении зон пластических деформаций и локальных разрушений следует принимать конструктивные решения, снижающие риск прогрессирующего разрушения <...>”. Конкретных рекомендаций и алгоритмов, как именно необходимо производить расчет с использованием пластических зон в [5] не приводится.

Важность и значимость изучение пластических зон доказали авторы [11], которые одними из первых обратили внимание на способность пластических деформаций поглощать энергию от сейсмического воздействия, преобразуя ее сначала в тепловую энергию, а затем рассеивая [11]. Вследствие этого обеспечивается снижение воздействия на каркас, то есть пластическая зона работает как энергопоглотитель.

Но все основные научные баталии касаются вопросов пластических зон, к сожалению, проходят за рубежом. Стоит отметить, что в то время, как у нас в большинстве случаев тему пластических зон обходят стороной, а если и касаются, то только вскользь, то на западе ведется экспансия вглубь ресурсов материала и использования всех пластических свойств по максимуму.

Интересно также и то, что в англоязычном сегменте понятие пластической зоны значительно обширнее и часто употребляется словосочетание [plastic hinge length], что дословно переводится как длина пластического шарнира, однако, с той лишь оговоркой, что в предложении будут фигурировать геометрические параметры.

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		11

Авторы Anas Alhasawi, A Piseth Hengab в своей работе [12] по изучению соvrащательной балки с упругопластическими шарнирами объясняют, что «нелинейное поведение, как правило, является сложным явлением, для решения которого необходимо применять комплекс методов нелинейного анализа. И большинство исследований сходятся на том, что направления нелинейного анализа разделяются на две ветви: «распределенный пластический анализ» и «анализ концентрированного пластического шарнира».

К сожалению, на данный момент в Российской Федерации в достаточной мере распространен и ясен только анализ концентрированного пластического шарнира. Распределенный же пластический анализ (см. анализ пластических зон), суть которого согласно [13] заключается в том, чтобы «объединить структурные элементы в набор конечных элементов, и с помощью балочных элементов типа Бернулли смоделировать постепенное распространение пластичности», практически не изучен.

Так в аналитической работе [14] [Xue–Mei Zhao, Yu–Fei Wu, A. Y. T. leung] «Анализ областей пластических шарниров в железобетонных балках при монотонном нагружении» моделируется железобетонная балка с помощью метода конечных элементов в ПК «DIANA» и, монотонно нагружая, сравниваются результаты эксперимента со значениям в расчетном комплексе. Результаты были неоднозначные:

С одной стороны, на этапе моделирования трещин аналитическая модель и трещинообразование в большинстве образцов совпали (Рис. 1.2).

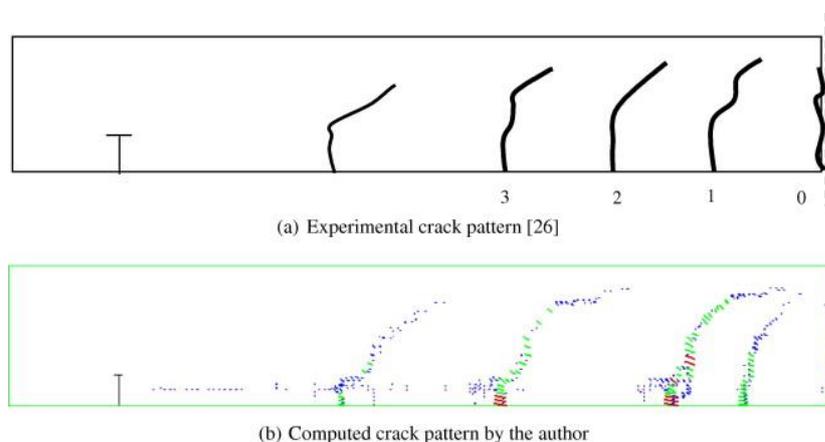


Рис. 1.2

пластический угол поворота и усилия в колоннах, усиленных или возведенных с полимером, из фибры (см. армированный волокном полимер – fibre reinforced polymer(FRP))

Ученые Fang Yuan a 1 Yu–Fei Wu b 2 Chun–Qing li также исследовали фибробетон с пластическими шарнирами. В своей работе [17] они моделировали различные конструктивные элементы, используя программное обеспечение ABAQUS, которое использует метод конечных элементов. После введения фибры в пластические зоны наблюдаются зависимости поведения пластической зоны от различных факторов.

Развивая тему композитных материалов стоит также затронуть работу A. De Angelis M. R. Pессе G. Iogorano [18], целью которой была оценка длины пластического шарнира сталежелезобетонных композитных балок. С учетом того, что лучше всего использовать композитные элементы в зоне знакопостоянного момента были подготовлены опытные образцы, результаты испытания которых свидетельствовали о том, что на образование и развитие пластического шарнира оказывает большее влияние продольная арматура и металлический профиль.

В [19] с помощью ПК LS–DYNA смоделированы конечноэлементные структуры с использованием фибры в месте пластической зоны (Фибробетонная оболочка)

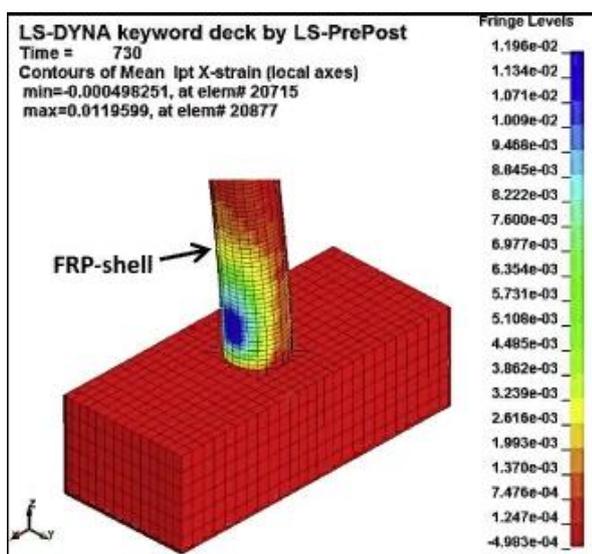


Рис. 1.4

На рис. 1.4 продемонстрирован вид конструкции, где в место пластической зоны была введена фибра, которая изменила работу конструкции и позволила снизить напряжения.

Не останавливаются западные коллеги и на исследовании пластических зон только в классических материалах. Так А.Н.М. MuntasirBillah M.Shahria Alam в [20] используют особый инновационный сплав, обладающий «памятью» (см. shape memory alloy (SMA)) как альтернативу стальной арматуре. Исследование включало в себя наблюдение за моделью моста, при изменении различных геометрических и параметрических параметров.

В труде [21] на примере тонких железобетонных колонн моста наблюдают особенность формирования пластичных зон у тонких длинных колонн. Как итог рассматривается и берется в учет важность такого понятия как «гибкость». На примере трех опытных образцов было выявлено, что в случае тонких, длинных элементов пластическая зона распространяется значительно дальше за повреждение. А аналитические исследования не дают достоверных данных о предсказании

Fang Yuan a 1 Yu–Fei Wu b 2 помимо исследования пластических зон в фибробетоне [16] изучили влияние циклических нагрузок на поведение пластических зон в железобетонных колоннах. Было определено, что с увеличением количества циклов длина пластического шарнира также увеличивается, приближаясь к асимптотическому значению (верхнему пределу). После проведения экспериментов результаты были закреплены в простую эмпирическую модель, относительно близкую по численным значениям предсказанной Полаем и Престли в [22] эмпирической формуле (но с учетом коэффициентов цикличности) $l_p=0.08l+0.022f_yd_b$, где l – длина консольной колонны, f_y – предел текучести продольной арматуры, d_b – диаметр продольной арматуры.

Для упрощения расчета циклических загрузений, повышений практического применения и работы с пластической зоной вводят

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		15

альтернативную конструктивную модель в [23], в которой не учитывают влияние непропорционального нагружения при циклическом упрочнении.

Труд Полая и Престли [22] и полученная оттуда приближенная формула длины пластического шарнира являются одной из известнейших формул при расчете нелинейности. Многие авторы при указании ссылок на использованную литературу используют именно [22].

Однако базовой в вопросе изучения нелинейности является работа [24] Полая (который в 2008 г. получил статус «legend of Earthquake Engineering» см.англ. – легенда сейсмической инженерии) и Булла, которые в 1979 г. впервые коснулись вопроса геометрических характеристик и сформировали понятие пластической зоны. В этой работе значительная роль отдана экспериментальным методам определения конструкционных сейсмических характеристик, так как ни нормативной, ни исследовательской базы в то время не существовало. Сегодня же численные методы пользуются все большей популярностью. Причем одинаково важны как геометрическая нелинейность, так и физическая.

Также проблемы учёта нелинейностей в теории сейсмостойкости затрагивают в работах [25–29]. В них описывается учет выполнения упругого анализа на основании расчетного спектра реакции путем введения коэффициента редукции для упругого спектра реакции для того, чтобы избежать явного неупругого анализа конструкций при проектировании,

В работах [30-35] представлен динамический метод при строительстве зданий и сооружений в районах с повышенной сейсмической активностью.

В работе [36] представлен расчет сооружений при сейсмических воздействиях с использованием уравнений динамики, а также описывается методика расчета, основанная на применении метода конечных элементов.

Авторы Айзенберг Я.М. и Мкртычев О.В. [37, 38] в своих работах исследуют эффективность применения сейсмоизолирующих резинометаллических опор (РМО). Ее эффективность подтверждалась

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		16

расчетами с учетом геометрической, физической и конструктивной нелинейностей.

Сегодня без упоминания термина пластической зоны очень сложно обойтись, когда речь заходит о каком-либо исследовании сейсмологии. Так как именно она является местом критических напряжений, их сложного распределения и при этом слабоизученности. Ниже представлены эмпирические уравнения, которые с разными долями точности и в различных случаях выводились западными исследователями. Различные способы расчета пластических зон различных авторов из различных источников и нормативных документов собрали А.Н.М. MuntasirBillahM.Shahria Alam в [39]:

Author/Code	Expressions	Unit
Mattock [11]	$l_p = d/2 \left[1 + \left(1.14 \sqrt{\frac{a}{d}} - 1 \right) \left\{ 1 - \left(\frac{g-d}{4b} \right) \sqrt{\frac{d}{16.3}} \right\} \right]$	in
Corley [12]	$l_p = \frac{d}{2} + 0.2 \frac{g}{\sqrt{d}}$	in
Park et al. [35]	$l_p = 0.4d$	in
Priestley and Park [13]	$l_p = 0.08l + 6d_b$	In
Paulay and Priestley [9]	$l_p = 0.08l + 0.022d_b f_y$	mm, MPa
Mander [42]	$l_p = 32\sqrt{d_b} + 0.06l$	mm
Bae [21]	$l_p = \left\{ \left(0.3 \left(\frac{P}{P_c} \right) + 3 \left(\frac{A_s}{A_g} \right) - 0.1 \right) \left(\frac{l}{h} \right) + 0.25 \right\} h$	
Berry et al. [38]	$l_p = 0.05l + 0.1 \frac{f_y d_b}{\sqrt{f'_c}}$	mm, MPa
Alemdar [15]	$l_p = \frac{l}{4} + \frac{3f_y d_b}{10000\sqrt{f'_c}} + \frac{l}{25000}$	mm, MPa
Caltrans 2010 [44]	$0.08L + 0.022f_y d_b$	mm, MPa
JTG/T B02-01 [45]	Minimum $(0.08L + 0.022f_y d_b \geq 0.044 f_y d_b$ or $2/3h$	mm, MPa
Eurocode 8 [46]	$0.1L + 0.015 f_y d_b$	mm, MPa
JRA 2002 [47]	$0.2L - 0.1h; 0.1h \leq L_p \leq 0.5h$	mm
NZS-3101:2006 [48]	Minimum $(0.5h_e$ or $0.2 M/V) \geq 0.5 h_e$	mm
Eurocode 8, Part-3 [49]	$l_p = 0.1c_l + 0.17h + 0.24 \frac{f_y d_b}{f'_c}$	mm, MPa

Рис. 1.5

где $d = h$ =Section depth; $l = l$ =Member length.

z = Distance of critical section to point of contra–flexure.

d_b = The diameter of the longitudinal reinforcement.

P/P_o = Axial load capacity of the section.

A_s = Area of the longitudinal reinforcement.

A_g = Area of the column.

f'_c = Compressive strength of the concrete.

c = Concrete cover to reinforcement.

l_v = Ratio of moment/shear at the end section.

f_y = The yield strength of longitudinal steel.

Нетрудно заметить, что основа формулы длины пластического шарнира, выведенная Полаем в [22], используется многими авторами (Prestly and Park, Berry et al.) и нормативными документами стран Евросоюза [40], изменяется лишь незначительная часть и коэффициенты, выведенные эмпирическим путем.

					<i>АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ</i>	<i>Лист</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		18

2. ОСОБЕННОСТИ ПРЕДЛАГАЕМОГО МЕТОДА РАСЧЕТА

Необходимо отметить, что понятие пластической зоны очень близко по своему существу к понятию пластического шарнира. Для того чтобы правильно истолковать значение пластической зоны, необходимо вернуться к истокам – диаграмме Прандтля, согласно которой напряжения материала конструкции в наиболее нагруженном элементе не могут превышать предела текучести, а в случае увеличения нагрузки будет происходить перераспределение внутренних усилий от более нагруженных элементов к менее нагруженным, где пластическое состояние еще не достигнуто. При этом дальнейший учет пластичности можно вести по двум концептуальным направлениям:

– В первом случае рассматривается образование пластического шарнира. Это означает, что в изгибаемом элементе, достигшем предельного равновесия, только поперечное сечение находится в пластическом состоянии, а соседние с ним – в упругопластическом.

– Во втором случае рассматривается образование уже пластической зоны, особенность которой заключается в том, что в изгибаемом элементе, достигшем предельного равновесия, существует множество поперечных сечений, находящихся в пластическом состоянии, а не одно. Данное условие приводит к тому, что после достижения предела текучести в поперечном сечении нагруженного элемента происходит развитие пластических деформаций вглубь сечений, а не перераспределению усилий, как в случае с пластическим шарниром. Материал согласно диаграмме Прандтля, начинает работать в упругопластической стадии, и даже переходит в стадию упрочнения, соответствуя площадке текучести. Такой вариант оценки работы элемента отражает более справедливую и реально существующую модель поведения конструкции по сравнению с расчетом через пластический шарнир, где за основу берется более простая модель.

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		19

2.1 Основная идея подхода расчета

Для учета ПЗ на основе бидиагональной диаграммы в качестве расчетного алгоритма используется МП. При проектировании строительных конструкций напряжения выше предела текучести не допускаются, поэтому при конструировании ПЗ необходимо проведение специальных мероприятий по ее преобразованию в ПЗРС. Решение этой задачи должно быть встроено в расчетный алгоритм и выполняться параллельно с нелинейным процессом по определению предельной нагрузки.

При нелинейном расчете статически неопределимых рам МП, также как и в классическом варианте этого метода, используются стандартные стержни с двумя типами закреплений: «заделка – шарнир» и «заделка – заделка», которые должны быть рассчитаны на различные виды единичных и грузовых воздействий. В отличие от классического варианта, расчеты этих стержней должны проводиться с учетом ПЗРС. При этом зоны должны описываться специальными функциями, зависящими от ряда параметров: относительной длины зон, их расположения в пролете и физико-механических свойств материала.

2.2 Допущения, используемые при расчете

Для практической реализации МП в нелинейном расчете рамы требуется ввести два дополнительных допущения помимо тех, которые известны в классическом варианте метода, ориентированного на линейный расчет.

Первое допущение полагает, что переход от предельно-упругой эпюры напряжений к предельной пластической эпюре происходит мгновенно (см. рис. 2.2.2). Иначе говоря, предельно-упругая эпюра в момент ее появления заменяется на предельную пластическую эпюру напряжений. Точно также

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		20

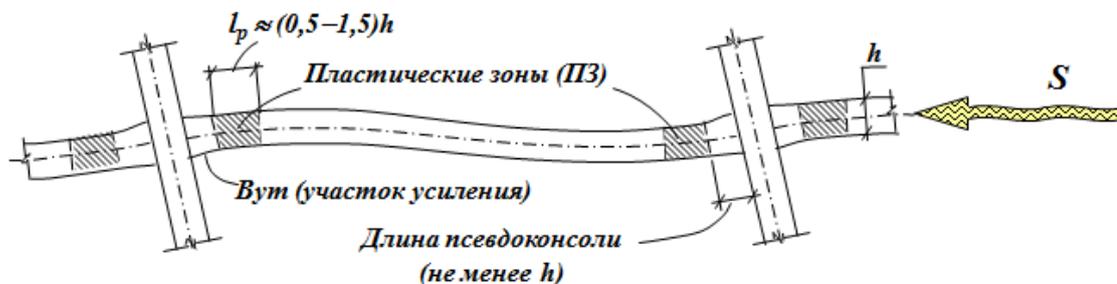


Рис.2.3.1 – Схема расположения зон пластичности на приопорных участках несущих ригелей

Тогда в узле связь между арматурой и бетоном будет нарушаться при пластических деформациях и в последствии он разрушится. А так как узел является основным в раме, то это приведет к полному разрушению системы.

Также и в металлическом каркасе нельзя допускать возникновения ПЗ в узле. Пластические деформации проникают в него и негативно влияют на сварное и болтовое соединение.

На рис. 2.3.2 показан металлический каркас (колонна с ригелем) с участком усиления. Пояски делают с увеличением, где момент увеличивается и сечение растет линейно, поэтому там несущая способность пропорционально возрастает.

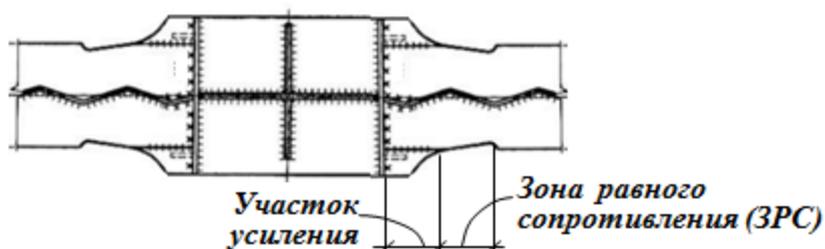


Рис.2.3.2

3. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ (ТЕОРИЯ, МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ)

Из выбранной статически определимой основной системы выделяют грузовое состояние (ГС) и единичные состояния (ЕС). В грузовом состоянии на основную систему действуют только внешние нагрузки. Для образования i -ого единичного состояния из основной системы необходимо убрать все внешние нагрузки, а в направлении отброшенной i -ой связи приложить приведённое единичное усилие. Согласно принципу независимости действия сил, необходимо представить основную систему в виде суммы грузового и единичного состояния.

Проводится упругопластический расчет СН рамы по схематизированной диаграмме деформирования с упрочнением (см. рис. 3.1.1), характеризуемой двумя модулями упругости (E – на начальном участке и E_0 – на участке упрочнения) и двумя напряжениями: пределом текучести (ему соответствует нормативное сопротивление R_{yn}) и прочности (величина R_B). Для рамы заданы: размеры элементов, соотношение жесткостей, модули упругости материала, номера прокатных профилей (для металла), внешняя нагрузка представляется в виде сосредоточенных сил, изменяющихся пропорционально одному параметру.

Согласно МП основная система состоит из стандартных элементов - СН балок двух типов («заделка – шарнир», «заделка – заделка»), для которых выполнен расчет при наличии ПЗ. Как и в классическом МС необходимо выполнить расчет на поворот жесткого узла, на смещение опор и на действие сосредоточенной силы, но с тем отличием, что балки, содержащие ПЗ, имеют нелинейные функции, которые и отражают суть работы в стадии за пределом текучести.

Расчет выполняется в несколько этапов:

- упругий расчет, в результате которого определяется опасное сечение;

						АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			24

- расчет за пределами упругости, где определяется предельная нагрузка в зависимости от заданной длины ПЗ.

В данной работе детально будет рассмотрен расчет для балок с граничными условиями «заделка-шарнир». В качестве неизвестных используется угол поворота жесткого узла и перемещение шарнирной опоры. Необходимо определить реакции опор и величины изгибающих моментов.

3.1 Общая схема расчета СН задачи по МП с учетом нелинейной работы материала

1-й этап. Определение предельно-упругой эпюры моментов M_{yn} и, соответствующей ей, нагрузки F_0 ;

2-й этап. Организация нелинейного процесса в i -й степени нагружения (по методу последовательного нагружения) состоит в следующем:

- определение приращений моментов dM в зависимости от приращений нагрузки dF (с использованием системы канонических уравнений МП);
- построение результирующей эпюры $M_{si} = M_{yn} + \sum dM^{(i)}$ от действия суммарной нагрузки $F_{si} = F_0 + \sum dF^{(i)}$ с учетом предыдущих ступеней;
- длины ПЗ на текущей ступени нагружения l_{pi} и ее сравнение с заданной длиной l_p : $abs(l_p - l_{pi}) \leq \varepsilon$
- 3-й этап. Построение ПЗ равного сопротивления в пределах всей заданной длины l_p . Анализ результатов.

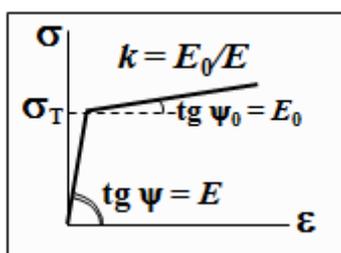


Рис. 3.1.1 – Диаграмма деформирования с упрочнением

системе (далее – ОС) равна 0, так как в заданной системе (далее – ЗС) эта связь отсутствует.

Полученное уравнение (3.2.1) является математической моделью расчета СН рамы методом перемещений (МП) на упругой стадии и на нелинейном этапе на предельную нагрузку при наличии пластической зоны.

Каноническое уравнение МП (3.2.1) описывает реактивные усилия в условных связях и заделках ОС как от перемещений этих связей и заделок, так и от заданной внешней нагрузки.

Физический смысл коэффициентов при неизвестных перемещениях Z_i заключается в том, что r_{ij} представляет собой реактивное усилие в i -й условной заделке или связи в основной системе от перемещения j -й условной заделки или связи на единицу.

Физический смысл свободного члена R_{iF} системы канонических уравнений метода перемещений заключается в том, что он представляет собой реактивное усилие в i -й условной связи или заделке от внешней нагрузки.

Выполняются расчеты на все единичные и грузовые воздействия. После их построения определяются коэффициенты канонического уравнения (3.2.1).

После определения неизвестных канонического уравнения (3.2.1) строятся окончательные эпюры M , Q , N .

3.3 Упругопластический расчет для i -й степени нагружения

Второй этап связан с нелинейной работой рамы. Он проводится с помощью небольших ступеней нагружения (далее – СН) dF . СН выбираются в зависимости от длины ПЗ.

Задаем длину ПЗ и выбираем СН dF . Составляем уравнение в матричной форме согласно порядковому номеру сечений.

$$dK \cdot dZ + dR_F = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dZ_1 \\ dZ_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dR_{1F} \\ dR_{2F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.3.1)$$

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		27

Матрица жёсткости $K(\alpha, \beta)$ обладает рядом свойств:

- определитель этой матрицы всегда положителен;
- матрица $K(\alpha, \beta)$ всегда симметрична относительно главной диагонали;
- произведение двух «главных» реакций всегда больше квадрата соответствующего побочного перемещения $r_{ii} \cdot r_{jj} > r_{ij}^2$.

Сначала формируются коэффициенты системы канонических уравнений МП и свободные члены, которые зависят от нелинейных функций: r_{11} ; $r_{12} = r_{21}$; r_{22} ; dR_{1F} ; dR_{2F} .

После построения приращения матрицы жесткости и вектора правой части

$$\begin{aligned} dK &= [r_{11} \ r_{12}; r_{21} \ r_{22}] \cdot EJ, \\ dR &= [dR_{1F}; dR_{2F}] \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

получаем приращение вектора неизвестных $dZ = \frac{dK}{dR}$ (здесь показана запись решения по процедуре Гаусса в системе MatLab). В (3.3.2) первая строка матрицы dK записывается до точки с запятой, дальше идет вторая строка. Точно так же в векторе dR (3.4.5), до точки с запятой записывается 1-й элемент вектора, после – 2-й элемент.

Ординаты приращений единичных и грузовой эпюр (соответственно матрица M_{e0} и вектор dM_F) соответствуют сечениям 1, 2,

Эпюра приращений изгибающих моментов dM_i в i -й итерации запишется так:

$$dM_i = dM_{e0} \cdot dZ + dM_F. \quad (3.3.3)$$

Эпюра dM_i суммируется с упругой эпюрой M_{el} . Т.о., будем иметь упругопластическую эпюру изгибающих моментов, полученную от действия нагрузки $F_i = F + dF$:

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		28

$$M_i = M_{el} + dM_i. \quad (3.3.4)$$

Теперь нужно выяснить, соответствуют ли значения внешней нагрузки F_i и внутренних усилий M_i заданной ПЗ. Для этого рассматривается участок рамы, где есть ПЗ. Рассмотрим пример, где ПЗ есть под нагрузкой. На полученной эпюре M_i на котором правая ордината – c , а средняя – d (см. рис. 3.3.1). Причем очевидно, что ордината d будет больше, чем M_0 ($d > M_0$). Ордината d_1 на рис. 3.3.1 соответствует значению момента от силы F_i в шарнирной балке такого же пролета l :

$$d_1 = F_i \cdot \frac{1}{4} \quad (3.3.5)$$

С другой стороны эту ординату можно представить в виде $d_1 = \frac{c}{2} + d$. Отсюда, записывая $d = t + M_0$, найдем величину $t = d_1 - (\frac{c}{2} + M_0)$, которая понадобится для определения длины ПЗ. Этой длине соответствует отрезок $l_{pi} = a_i + b_i$, отсекаемый наклонными линиями эпюры моментов на горизонтали, показывающей уровень предельного момента M_0 (см рис. 3.4.1).

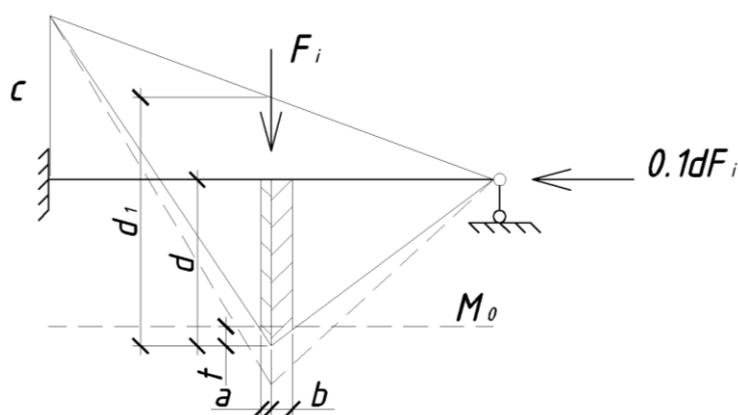


Рис. 3.3.1

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		29

Далее идут геометрические вычисления. Учтем пропорции в треугольниках:

$$a_i : \frac{1}{2} = t : (c + d), \quad b_i : \frac{1}{2} = t : d \quad (3.3.6)$$

и введем обозначение $z = \frac{c + 2 \cdot d}{c + d}$, тогда нетрудно получить параметры ПЗ:

$$l_{pi} = \frac{t \cdot l \cdot z}{2 \cdot d}, \quad b_i = \frac{l_{pi}}{z}, \quad a_i = l_{pi} - b_i. \quad (3.3.7)$$

Теперь сравниваем найденную длину пластической зоны l_{pi} с заданной m . Разница $\Delta = l_p - l_{pi}$ должна быть в пределах погрешности, например, $\varepsilon = 0,01$. Если $\Delta > \varepsilon$, то процесс последовательных нагружений повторяем до тех пор, пока условие по точности решения не выполнится.

В каждой новой итерации определяются относительные длины ПЗ:

$$\alpha_i = \frac{a_i}{l}, \quad \beta_i = \frac{b_i}{l} \quad (3.3.8)$$

и по ним вычисляются новые значения всех нелинейных функций, входящих в коэффициенты канонического уравнения (3.3.1), матрицы (3.3.2) и эпюры для следующей СН, которая принимается одинаковой в каждой итерации. При этом нагрузка F_i увеличивается на очередную ступень. Точно также изменяется эпюра M_i , так как к ней добавляется очередная эпюра приращений при данной ступени. Второй этап на этом заканчивается.

Ручной счет здесь возможен только на первом этапе, когда выполняется упругий расчет. При нелинейном расчете (второй этап) число итераций может быть равным 100, 200 и более, смотря какая точность вычислений задана. Поэтому по изложенному алгоритму необходимо составлять программу, используя MATLAB. Вручную можно сделать одну или две итерации только для того, чтобы почувствовать, как идет расчет.

						АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			30

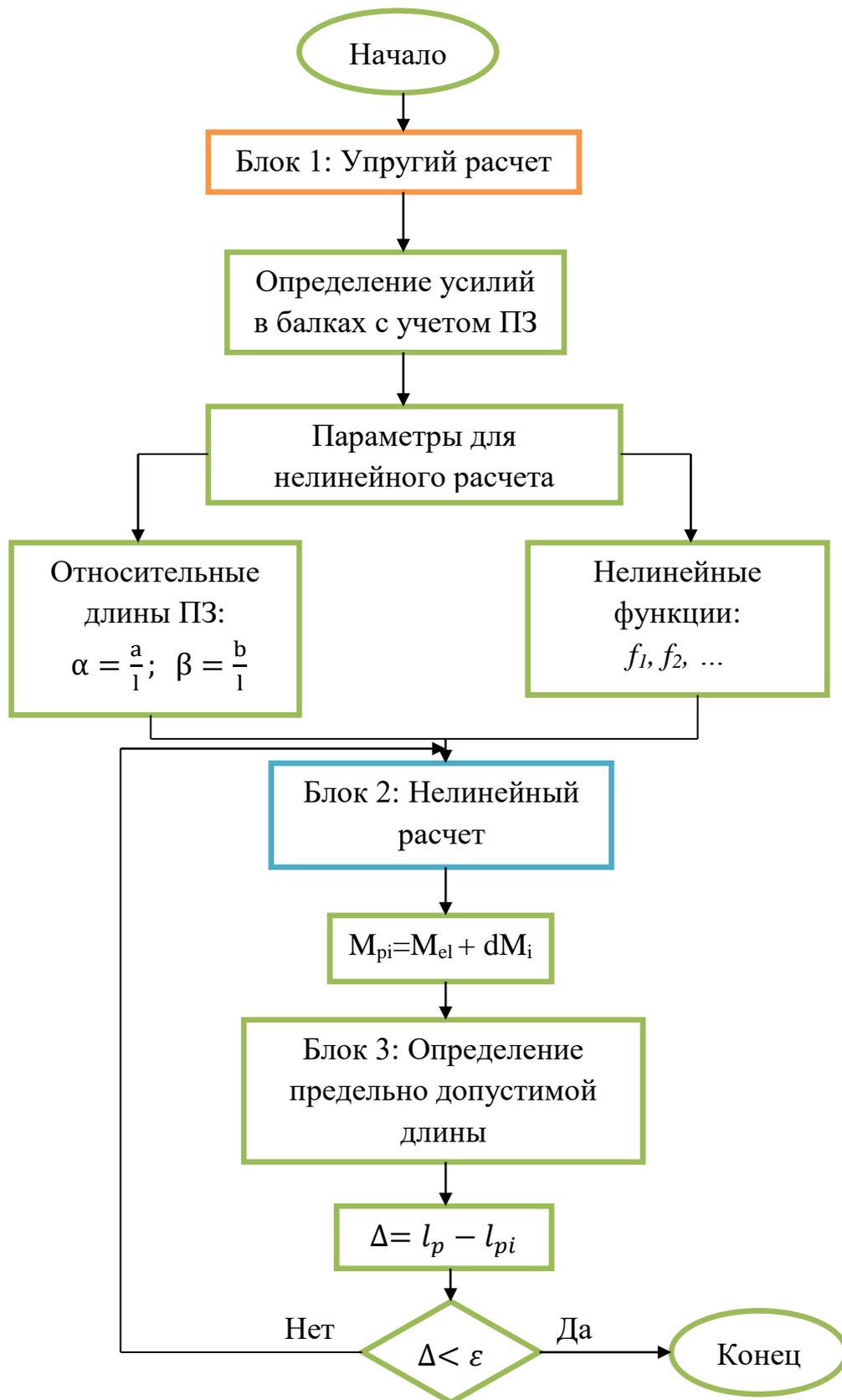
По окончании расчета должны быть определены предельная нагрузка F , вызывающая заданную величину ПЗ, и соответствующие этой нагрузке эпюры внутренних силовых факторов: M , Q , N .

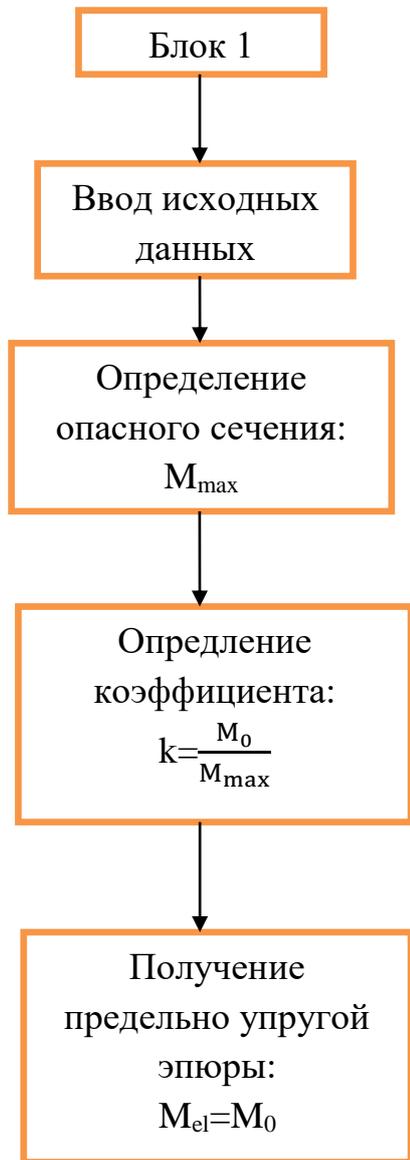
Далее необходимо провести сравнение вычислений с упругим расчетом и результатами расчета по методу предельного равновесия. Построить соответствующие графики. Дать оценки, насколько предельная нагрузка по диаграмме с упрочнением отличается от соответствующей нагрузки по методу предельного равновесия. А также с помощью программы MATLAB вычисления можно провести для различных длин ПЗ и построить графики изменения предельной нагрузки от величины ПЗ. Точно также можно проанализировать изменения изгибающих моментов.

					<i>АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ</i>	<i>Лист</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		31

4. СОСТАВЛЕНИЕ ПРОГРАММЫ РАСЧЕТА, ОТЛАДКА ПРОГРАММЫ, РАСЧЕТ

4.1 Блок-схема алгоритма расчета





4.2 Автоматизированный расчет в ПК MatLab, отладка программы

Рассмотренный расчет по МП с учетом ПЗ на предельную нагрузку реализован в виде кода «Нелинейный расчет СН рамы методом перемещений с учетом пластических зон» на алгоритмическом языке MatLab.

Базовый комплект исходных данных позволяет рассчитать величину предельной нагрузки для заданных пластичных зон с использованием МП. Работа с программой сводится к подготовке и вводу изменений в базовый комплект исходных данных и выполнения соответствующих расчетов. Внося изменения в базовый комплект данных можно рассчитать предельные нагрузки для различных ПЗ в зависимости от заданных физико-механических свойств материала, горизонтальных нагрузок.

После ввода изменений в программу для расчета статический неопределимой рамы МП с учетом ПЗ, осуществляется самый долгий и сложный этап разработки - ее отладка. Отладка программы заключается в устранении ошибок связанных с расчетной моделью, языком программирования, внимательностью разработчики, нестыковок и других неточностей.

Подтверждением правильной работы программы является совпадение результатов тестовых расчетов с известным результатом ручного счета первых этапов нагружения.

Код программы для расчета СН рамы МП на предельную нагрузку при наличии ПЗ представлен в приложении 1.

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		35

5. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ, АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

5.1. Построение расчетной модели рамы

На рис. 5.1.1 представлена металлическая рама, закрепленная с двух сторон.

Марка стали – 09Г2; Вариант нагружения – I (Горизонтальная нагрузка равна $0,1 F$).

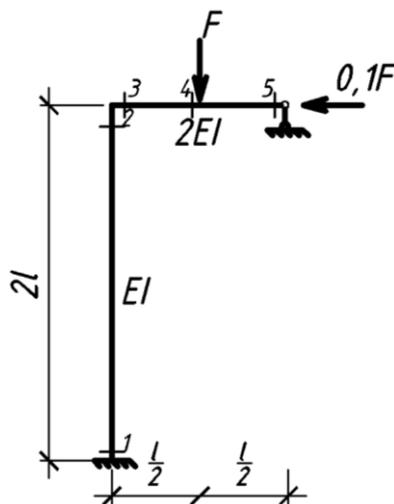


Рис. 5.1.1 – Расчетная схема рамы

5.1.1) Построение ОС. Для этого введем дополнительные связи, исключающие линейные и угловые перемещения узлов (см. Рис.5.1.2).

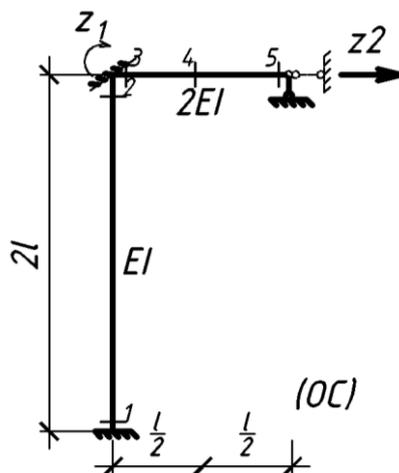


Рис. 5.1.2 – Основная система

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		36

5.1.2) Степень кинематической неопределимости. Для МП за неизвестные принимают линейные и угловые перемещения узлов. Общее число неизвестных называется степенью кинематической неопределимости (СКН).

$$m = m_{\text{лин.}} + m_{\text{угл.}} \quad (5.1.1)$$

$$m_{\text{угл.}} = 1$$

$m_{\text{лин.}} = 3D - 2Ш - C_{\text{оп}} = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 3 = 1$ - определяется в шарнирной системе (см. Рис. 5.1.3).

$$m = 1 + 1 = 2.$$

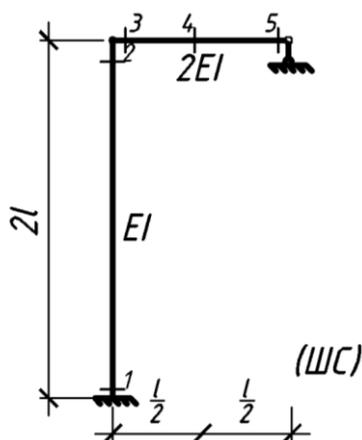


Рис. 5.1.3 – Шарнирная система

5.2. Упругий расчет

5.2.1) Система канонических уравнений. Для того, чтобы ЗС и ОС были эквивалентны в кинематическом смысле (по узловым перемещениям Z_1 и Z_2), необходимо во всех введенных связях приложить линейные и угловые перемещения, которые пока неизвестны.

Система канонических уравнений МП выражает статическую эквивалентность основной системы заданной системе.

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		37

Запишем систему канонических уравнений:

$$\begin{cases} r_{11} \cdot z_1 + r_{12} \cdot z_2 + R_{1F} = 0 \\ r_{21} \cdot z_1 + r_{22} \cdot z_2 + R_{2F} = 0, \end{cases} \quad (5.2.1)$$

где r_{ij} – реакция в i -й связи от ед. перемещения j -й связи $Z_j = 1$;

$R_{iF}, R_{it}, R_{i\Delta}$ – реакция в i -й связи от внешней нагрузки.

Физический смысл канонических уравнений: Суммарная реакция в любой i -й дополнительной связи от действия всех неизвестных и нагрузки в ОС = 0, т.к. в ЗС эта связь отсутствует.

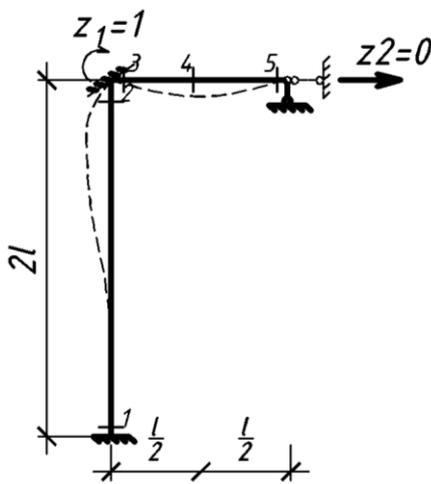


Рис. 5.2.1

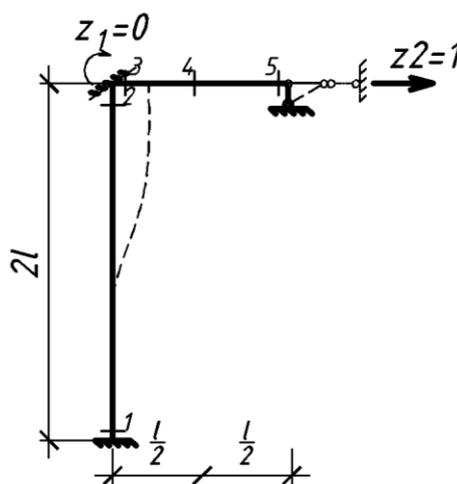


Рис. 5.2.2

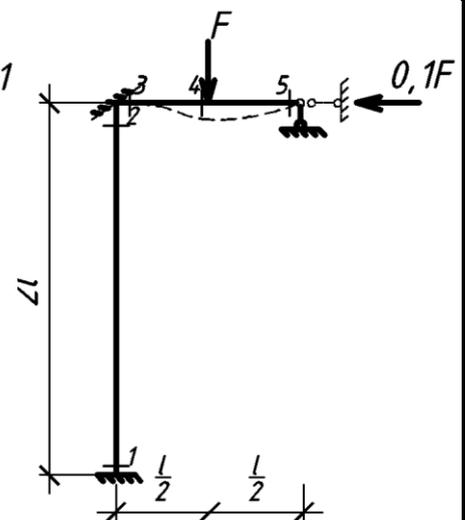


Рис. 5.2.3

Построение единичных эпюр:

*значения на эпюрах являются табличными

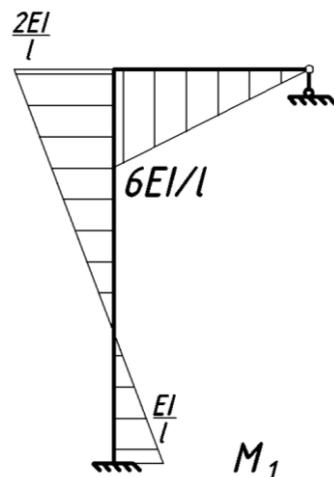


Рис. 5.2.4

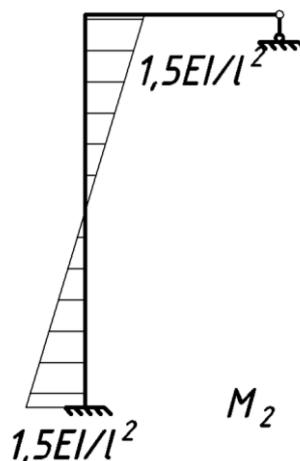


Рис. 5.2.5

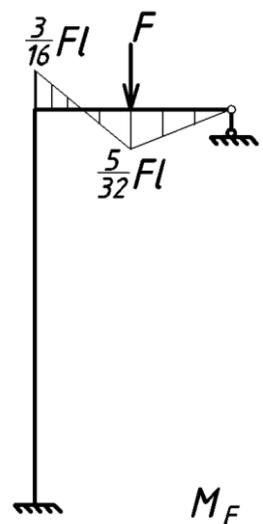


Рис. 5.2.6

3) Для M_F :



Рис. 5.2.11

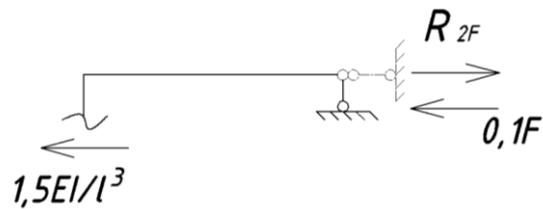


Рис. 5.2.12

$$R_{1F} = -\frac{3}{16}Fl; \quad R_{2F} = 0,1F$$

5.2.2) Определение неизвестных Z_{ij} . Определим с помощью канонического уравнения (5.2.1) неизвестные Z_{ij} . Для этого подставим найденные коэффициенты в систему канонических уравнений (5.2.1):

$$\begin{cases} \frac{8EI}{1}z_1 - 1,5\frac{EI}{l^2}z_2 - \frac{3}{16}Fl = 0 \\ -1,5\frac{EI}{l^2}z_1 + 1,5\frac{EI}{l^3}z_2 + 0,1F = 0 \end{cases} \quad (5.2.2)$$

Для решения системы (5.2.2) и нахождения неизвестных Z_1 и Z_2 необходимо перенести реакции от внешних нагрузок в правую сторону:

$$\begin{cases} \frac{8EI}{1}z_1 - 1,5\frac{EI}{l^2}z_2 = \frac{3}{16}Fl \\ -1,5\frac{EI}{l^2}z_1 + 1,5\frac{EI}{l^3}z_2 = -0,1F \end{cases} \quad (5.2.3)$$

Вычисление определителей:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{8EI}{1} & -1,5\frac{EI}{l^2} \\ -1,5\frac{EI}{l^2} & 1,5\frac{EI}{l^3} \end{vmatrix} = 9,75 \frac{(EI)^2}{l^4}; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} \frac{3}{16}Fl & -1,5\frac{EI}{l^2} \\ -0,1F & 1,5\frac{EI}{l^3} \end{vmatrix} = 0,131 \frac{F \cdot EI}{l^2}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \frac{8EI}{1} & \frac{3}{16}Fl \\ -1,5\frac{EI}{l^2} & -0,1F \end{vmatrix} = -0,519 \frac{F \cdot EI}{1}$$

После чего z_1 и z_2 равны:

$$z_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 0,013 \frac{Fl^2}{EI}; \quad z_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -0,053 \frac{Fl^3}{EI}$$

5.2.3) Построение окончательных изгибающих эпюр. Для построения окончательных эпюр в упругой стадии необходимо построить исправленные единичные эпюры с учетом неизвестных z_1 и z_2 :

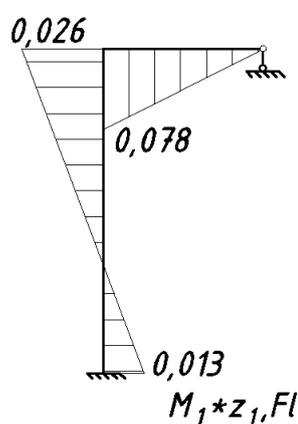


Рис. 5.2.13

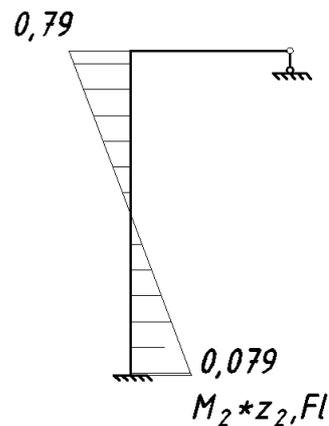


Рис. 5.2.14

$$M_{нач} = M_1 z_1 + M_2 z_2 + M_F$$

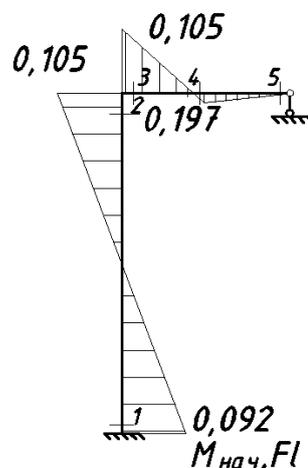


Рис. 5.2.15

По окончательной эпюре изгибающих моментов можно определить остальные напряженно-деформируемые характеристики и сделать необходимую проверку:

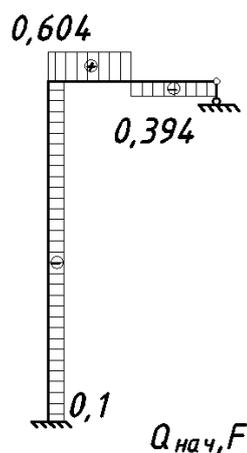


Рис. 5.2.16

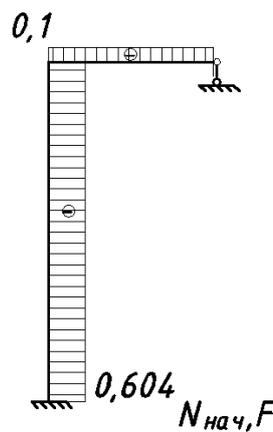


Рис. 5.2.17

Статическая проверка:

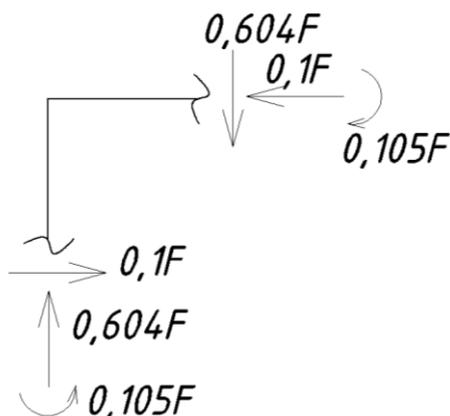


Рис. 5.2.18

$$\sum x: 0,1F - 0,1F = 0$$

$$\sum y: 0,604F - 0,604F = 0$$

$$\sum \text{mom}: 0,105F - 0,105F = 0$$

В ходе упругого расчета выяснили, что опасное сечение в раме находится в сечении № 4 (Рис.5.2.15).

5.3. Работа за пределом упругости для стандартной балки с закреплением «заделка-шарнир»

Проведем расчет стандартной балки с закреплением «заделка-шарнир». Это необходимо, чтобы использовать полученные данные в дальнейшем для СН рамы МП на предельную нагрузку при наличии ПЗ.

Будем осуществлять переход от эпюр моментов в упругой системе к эпюрам с учетом ПЗ. Алгоритм нахождения эпюр такой же, как в упругой стадии, но необходимо учесть геометрию и жесткостные показатели ПЗ.

Определим реакции опор и величины изгибающих моментов при наличии ПЗ ($a+b$) в балке в середине под нагрузкой МС.

В МС за неизвестные принимают усилия в лишних связях (ЛС). Общее число неизвестных называется степенью статической неопределимости (ССН).

$$n = 2Ш + C_{оп} - 3D = 2 \cdot 0 + 4 - 3 = 1$$

5.3.1) Данные проектирования. Пластичная зона (ПЗ) в центре пролета балки.

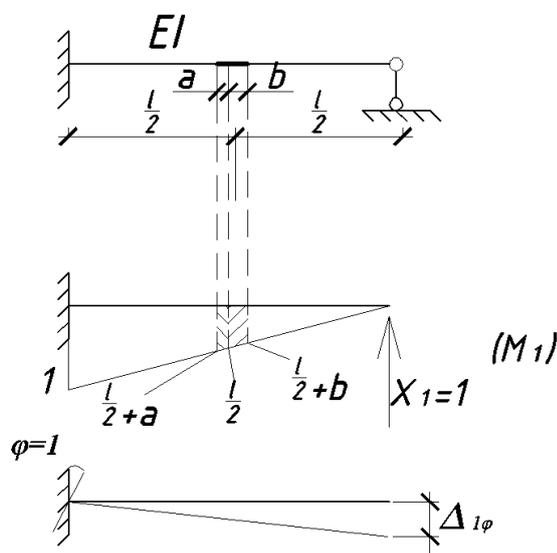


Рис.5.3.1 EI – жесткость стержня при изгибе,
 l – длина стержня.

Отношение модулей упругости на участке упрочнения материала, к участку, работающему в рамках теории упругости:

$$k = \frac{E_0}{E}, \quad (5.3.1)$$

Относительные длины зон (параметры ПЗ):

$$\alpha = \frac{a}{l}; a = \alpha \cdot l, \quad (5.3.2)$$

$$\beta = \frac{b}{l}; b = \beta \cdot l, \quad (5.3.3)$$

Для упрощения вычислений и наглядности введем коэффициент m , который вычисляется по формуле:

$$m = \frac{1}{k} - 1, \quad (5.3.4)$$

5.3.2) Расчет стандартной балки с закреплением «заделка-шарнир» на единичные воздействия. Выполним расчет стандартной балки при единичном повороте заделки $\phi=1$ (см. рис. 5.3.1). Поправочная функция f_1 в выражении момента M_A и M_C отвечает за податливость на данном участке с переменной жесткостью:

$$\begin{aligned} \delta_{11} = (M_1)^2 = & \frac{\left(\frac{1}{2} - a\right)}{6EI} \left[2 \cdot l^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} + a\right)^2 + 2 \cdot l\left(\frac{1}{2} + a\right) \right] + \\ & + \frac{(a + b)}{6E_0I} \left[2 \cdot \left(\frac{1}{2} + a\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - b\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} + a\right)\left(\frac{1}{2} - b\right) \right] + \\ & + \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - b\right)^2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} - b\right) = \frac{l^3}{3EI} \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha\right) \left(1 + \left(\frac{1}{2} + \alpha\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + \alpha\right)\right) + \right. \end{aligned}$$

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		44

$$+ \frac{l^3}{3EI} \left[\frac{1}{k} (\alpha + \beta) \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2} \alpha + \alpha^2 - \frac{3}{2} \beta + \beta^2 - \alpha \cdot \beta \right) \right] + \frac{l^3}{3EI} \left(\frac{1}{2} - \beta \right)^3 =$$

$$= \frac{l^3}{3EI} \left[1 - \left(\alpha + \frac{1}{2} \right)^3 \right] + \frac{l^3}{3EI} \left[\frac{1}{k} \left(\left(\alpha + \frac{1}{2} \right)^3 - \left(\frac{1}{2} - \beta \right)^3 \right) \right] + \frac{l^3}{3EI} \left(\frac{1}{2} - \beta \right)^3$$

$$\delta_{11} = \frac{l^3}{3EI} \left[1 + \left(\frac{1}{k} - 1 \right) \left(\left(\alpha + \frac{1}{2} \right)^3 - \left(\frac{1}{2} - \beta \right)^3 \right) \right] = \frac{l^3}{3EI} \left[1 + m \left(\frac{1}{2} + \alpha \right)^3 - \left(\frac{1}{2} - \beta \right)^3 \right]$$

$$\Delta_{1\varphi} = -1 \cdot l = -l$$

$$X_1 = \frac{-\Delta_{1\varphi}}{\delta_{11}} = \frac{3EI}{l^2} \frac{1}{1+m \left[\left(\frac{1}{2} + \alpha \right)^3 - \left(\frac{1}{2} - \beta \right)^3 \right]}$$

$$\text{где } f_1 = 1 + m \left[\left(\frac{1}{2} + \alpha \right)^3 - \left(\frac{1}{2} - \beta \right)^3 \right]$$

$$Q_B = -Q_A = X_1 = \frac{3EI}{l^2} \frac{1}{f_1(\alpha, \beta, k)}$$

$$M_C = X_1 \cdot \frac{l}{2} = \frac{3EI}{l^2} \frac{1}{f_1(\alpha, \beta, k)} \cdot \frac{l}{2} = \frac{3EI}{2l} \frac{1}{f_1(\alpha, \beta, k)}$$

$$M_A = X_1 \cdot l = \frac{3EI}{l} \frac{1}{f_1(\alpha, \beta, k)}$$

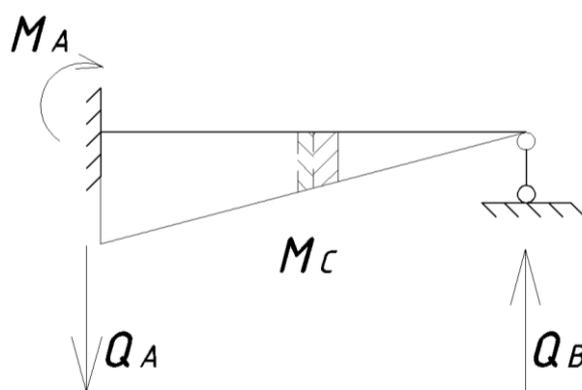


Рис. 5.3.2

Выполним расчет стандартной балки при единичном линейном смещении $\Delta=1$.

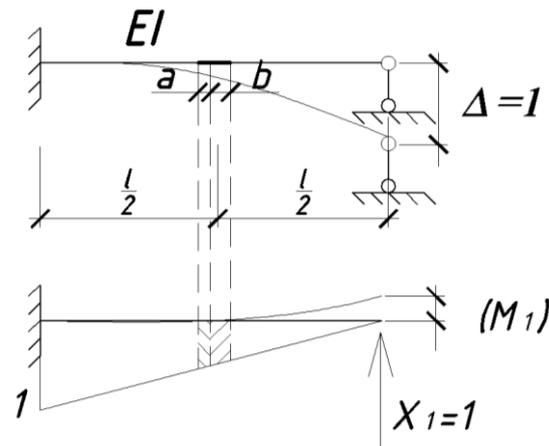


Рис. 5.3.3

$$\delta_{11} = \frac{l^3}{3EI} \cdot \frac{1}{f_1(\alpha, \beta, k)}$$

$$\Delta_1 = -(-1 \cdot 1) = 1$$

$$X_1 = -\frac{\Delta_1}{\delta_{11}} = -\frac{3EI}{l^3} f_1(\alpha, \beta, k)$$

$$Q_B = -Q_A = -X_1 = \frac{3EI}{l^3} f_1(\alpha, \beta, k)$$

$$M_A = Q_B \cdot l = \frac{3EI}{l^2} f_1(\alpha, \beta, k)$$

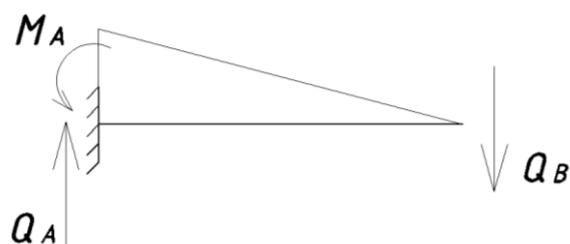


Рис. 5.3.4

Выполним расчет стандартной балки, когда сила в центре балки. В выражении момента M_C и поперечной силы Q_B содержит поправочную

функция f_2 , момента M_A содержит поправочную функцию f_4 и в выражении поперечной силы Q_A содержит поправочную функцию f_3 :

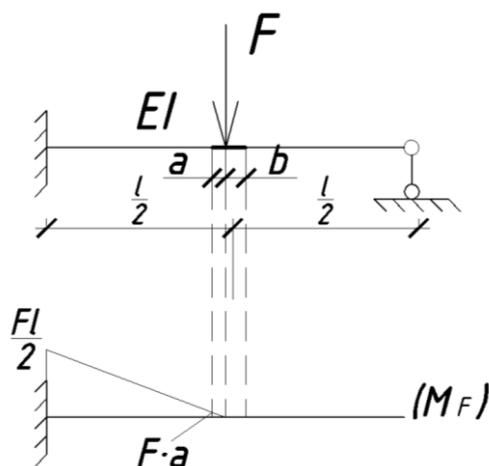


Рис. 5.3.5

$$\Delta_{1F} = -\frac{\left(\frac{1}{2} - a\right)}{6EI} \left[2 \cdot l \cdot F \frac{1}{2} + 2(F \cdot a) \left(\frac{1}{2} + a\right) + l(F \cdot a) + \left(\frac{1}{2} + a\right) \frac{Fl}{2} \right] -$$

$$-\frac{a}{6E_0I} \left[2 \cdot F \cdot a \left(\frac{1}{2} + a\right) + (F \cdot a) \frac{1}{2} \right]$$

$$\Delta_{1F} = -\frac{2l^3}{6EI} \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha\right) \left(F \cdot \frac{1}{2} + (F \cdot \alpha) \left(\frac{1}{2} + \alpha\right)\right) + \frac{1}{2} \cdot F \cdot \alpha + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} + \alpha\right) \cdot \frac{F}{2} \right] -$$

$$-\frac{2l^3}{6EI} \left[\frac{1}{k} \cdot \alpha \cdot (F \cdot \alpha) \left(\frac{1}{2} + \alpha\right) + \frac{1}{2} (F \cdot \alpha) \frac{1}{2} \right]$$

$$\Delta_{1F} = -\frac{5F \cdot l^3}{96EI} \left[1 + \left(\frac{12}{5} \alpha^2 + \frac{16}{5} \alpha^3\right) \left(\frac{1}{k} - 1\right) \right] = -\frac{5F \cdot l^3}{96EI} \left[1 + \frac{8}{5} m \left(\frac{3}{2} \alpha^2 + 2\alpha^3\right) \right]$$

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1F} = 0$$

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}} = \frac{5F \cdot l^3}{96EI} \frac{6EI}{l^3} \frac{\left[1 + \frac{8}{5} m \left(\frac{3}{2} \alpha^2 + 2\alpha^3\right) \right]}{\left[1 + m \left[\left(\frac{1}{2} + \alpha\right)^3 - \left(\frac{1}{2} - \beta\right)^3 \right] \right]}$$

$$X_1 = \frac{5}{16} F \frac{\left[1 + \frac{8}{5} m \left(\frac{3}{2} \alpha^2 + 2\alpha^3\right) \right]}{\left[1 + m \left[\left(\frac{1}{2} + \alpha\right)^3 - \left(\frac{1}{2} - \beta\right)^3 \right] \right]}$$

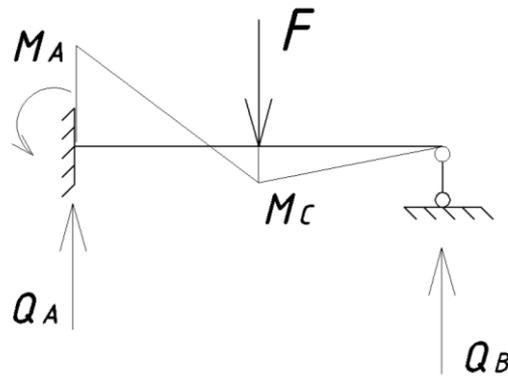


Рис. 5.3.6

$$Q_B = X_1 = \frac{5}{16} F \frac{\left[1 + \frac{4}{5} m(3\alpha^2 + 4\alpha^3)\right]}{\left[1 + m\left[\left(\frac{1}{2} + \alpha\right)^3 - \left(\frac{1}{2} - \beta\right)^3\right]\right]}$$

$$Q_B = X_1 = \frac{5}{16} F \cdot f_2(\alpha, \beta, k)$$

$$\text{где } f_2 = \frac{1 + \frac{4}{5} m(3\alpha^2 + 4\alpha^3)}{1 + m\left[\left(\frac{1}{2} + \alpha\right)^3 - \left(\frac{1}{2} - \beta\right)^3\right]} = \frac{1 + \frac{4}{5} m(3\alpha^2 + 4\alpha^3)}{f_1}$$

$$M_C = X_1 \cdot \frac{l}{2} = \frac{5}{32} F \cdot l \cdot f_2$$

$$M_A = \frac{F \cdot l}{2} - X_1 \cdot l = \frac{F \cdot l}{2} - \frac{5 \cdot F \cdot l}{16} \cdot f_2 = \frac{F \cdot l}{16} (8 - 5 \cdot f_2) =$$

$$= \frac{F \cdot l}{16} \left\{ 8 - 5 \frac{\left[1 + \frac{8}{5} m\left(\frac{3}{2} \alpha^2 + 2\alpha^3\right)\right]}{f_1} \right\} =$$

$$= \frac{F \cdot l}{16} \left\{ 8 \cdot \left[1 + m\left[\left(\frac{1}{2} + \alpha\right)^3 - \left(\frac{1}{2} - \beta\right)^3\right]\right] - 5 \cdot \left[1 + \frac{8}{5} m\left(\frac{3}{2} \alpha^2 + 2\alpha^3\right)\right] \right\} \frac{1}{f_1} =$$

$$= \frac{3 \cdot F \cdot l}{16} \left\{ 1 + \frac{8}{3} \cdot m\left[\left(\frac{1}{2} + \alpha\right)^3 - \left(\frac{1}{2} - \beta\right)^3 - \frac{3}{2} \alpha^2 - 2\alpha^3\right] \right\} \frac{1}{f_1}$$

$$M_A = \frac{3 \cdot F \cdot l}{16} \left\{ 1 + \frac{1}{3} \cdot m[1 + 6\alpha - 8\alpha^3 - (1 - 2\beta)^3] \right\} \frac{1}{f_1} = \frac{3}{16} F \cdot l \cdot f_4,$$

$$\text{где } f_4 = \frac{1}{f_1} \left\{ 1 + \frac{1}{3} \cdot m[1 + 6\alpha - 8\alpha^3 - (1 - 2\beta)^3] \right\}$$

$$Q_A = F - Q_B = F - \frac{5}{16} F \cdot f_2(\alpha, \beta, k) = F \left(1 - \frac{5}{16} \cdot f_2\right) =$$

5.3.3) Параметры, необходимые для дальнейшего расчета нелинейности с помощью ПК Matlab:

Таблица 5.3.1 – Основные параметры для нелинейного расчета СН рамы

Обозначение	Значение	Описание
k	$\frac{E_0}{E}$	отношение модулей упругости на участке упрочнения материала и на упругой стадии
m	$\frac{1}{k} - 1$	произвели замену в нелинейных функциях
Поворот заделки		
$Q_B = -Q_A$	$\frac{3EI}{l^2} \frac{1}{f_1(\alpha, \beta, k)}$	значение эпюр поперечных сил при наличии ПЗ
$f_1(\alpha, \beta, k)$	$1 + m \left[\left(\frac{1}{2} + \alpha \right)^3 - \left(\frac{1}{2} - \beta \right)^3 \right]$	нелинейная функция от поворота заделки
M_C	$\frac{3EI}{2l} \frac{1}{f_1(\alpha, \beta, k)}$	значение эпюр изгибающих моментов в середине ригеля под силой при наличии ПЗ
M_A	$\frac{3EI}{l} \cdot \frac{1}{f_1(\alpha, \beta, k)}$	значение эпюр изгибающих моментов на опорном участке ригеля при наличии ПЗ
Линейное смещение заделки		
$Q_B = -Q_A$	$\frac{3EI}{l^3} f_1(\alpha, \beta, k)$	значение эпюр поперечных сил при наличии ПЗ
M_A	$\frac{3EI}{l^2} f_1(\alpha, \beta, k)$	значение эпюр изгибающих моментов на опорном участке ригеля при наличии ПЗ

Продолжение таблицы 5.3.1

Обозначение	Значение	Описание
Сила в центре балки		
Q_B	$\frac{5}{16} F \cdot f_2(\alpha, \beta, k)$	значение эпюр поперечных сил при наличии ПЗ
$f_2(\alpha, \beta, k)$	$\frac{1 + \frac{4}{5} m(3\alpha^2 + 4\alpha^3)}{f_1}$	нелинейная функция при воздействии сосредоточенной силы в середине ригеля
M_C	$\frac{5}{32} F \cdot l \cdot f_2$	значение эпюр изгибающих моментов в середине ригеля под силой при наличии ПЗ
M_A	$\frac{3}{16} F \cdot l \cdot f_4$	значение эпюр изгибающих моментов на опорном участке ригеля при наличии ПЗ
где f_4	$\frac{1}{f_1} \left\{ 1 + \frac{1}{3} \cdot m[1 + 6\alpha - 8\alpha^3 - (1 - 2\beta)^3] \right\}$	нелинейная функция при воздействии сосредоточенной силы в середине ригеля
Q_A	$\frac{11}{16} F \cdot f_3$	значение эпюр поперечных сил при наличии ПЗ
f_3	$\frac{1}{f_1} \left\{ 1 + \frac{2}{11} m[(1 + 6 \cdot \alpha + 6 \cdot \alpha^2) - (1 - 2\beta)^3] \right\}$	нелинейная функция при воздействии сосредоточенной силы в середине ригеля

5.3.4) Базовые нелинейные функции. Ниже представлены рассчитанные значения нелинейных функций в общем виде для основных случаев нагружения и закрепления для балки с закреплением «заделка – шарнир»: $\alpha = a/l$, $\beta = b/l$

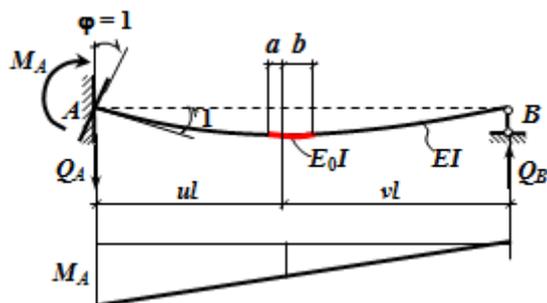


Рис. 5.2.7

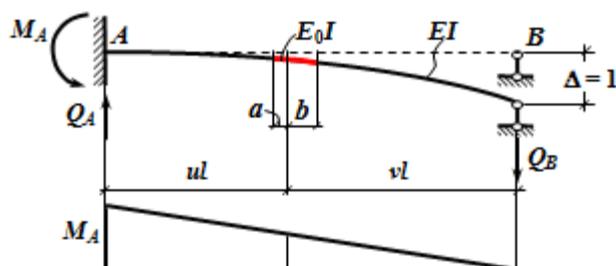


Рис. 5.2.8

$$M_A = \frac{3EI}{l} \cdot \frac{1}{f_1(\alpha, \beta, k)}$$

$$M_A = \frac{3EI}{l^2} f_1(\alpha, \beta, k)$$

$$Q_B = -Q_A = \frac{3EI}{l^2} \frac{1}{f_1(\alpha, \beta, k)}$$

$$Q_A = -Q_B = \frac{3EI}{l^3} f_1(\alpha, \beta, k)$$

$$\beta_1 = b_1/l$$

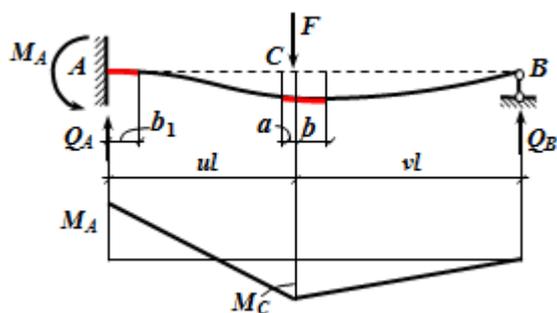


Рис. 5.2.9

$$M_A = \frac{uv(1+v)}{2} Fl \cdot f_4(\alpha, \beta, \beta_1, k); M_C = \frac{u^2v(3-u)}{2} Fl \cdot f_2(\alpha, \beta_1, k)$$

$$Q_A = \frac{v(3-v^2)}{2} F \cdot f_3(\alpha, \beta, \beta_1, k); Q_B = \frac{u^2(2+v)}{2} F \cdot f_2(\alpha, \beta_1, k)$$

Выраженные нелинейные функции:

$$f_1 = 1 + m[1 + (v + \alpha)^3 - (v - \beta)^3 - (v - \beta_1)^3], \quad (5.2.5)$$

$$f_2 = \frac{1}{f_1} \left\{ 1 + \frac{m}{u^2(2+v)} [3v\alpha^2 + 2\alpha^3 + 6u\beta_1 - 3(1+u)\beta_1^2 + 2\beta_1^3] \right\}, \quad (5.2.6)$$

$$f_3 = \frac{1}{f_1} \left\{ 1 + \frac{m}{v(3-v^2)} [2v^3 + 6v^2\alpha + 3v\alpha^2 - 2(v-\beta)^3 + 6v\beta_1 - 3v\beta_1^2] \right\} \quad (5.2.7)$$

$$f_4 = \frac{1}{f_1} \left\{ 1 + \frac{m}{uv(1+v)} [2uv^3 + 6uv^2\alpha + 3v(2u-1)\alpha^2 - 2v\alpha^3 - 2u(v-\beta)^3 + 3v\beta_1^2 - 2\beta_1^3] \right\} \quad (5.2.8)$$

Свойства функций при $\alpha = \beta = \beta_1 = 0$:

$$f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = 1$$

$$m = \frac{1}{k} - 1 = 0$$

5.4 Нелинейный расчет рамы

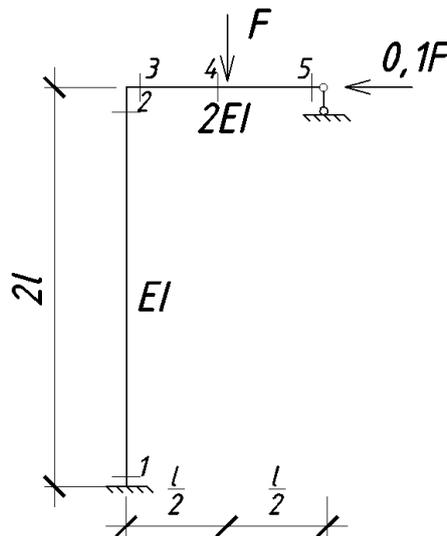


Рис. 5.4.1

5.4.1) Исходные данные для нелинейного расчета:

$F=200$ кН;

$l=200$ см;

Для двутавра №40:

$J_x=19062$ см⁴ – момент инерции;

$W_x=953,1$ см³ – осевой упругий момент сопротивления;

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		53

Сталь 09Г2:

Характеристики прочности и деформативности:

$\sigma_T=305$ МПа – предел текучести;

$\sigma_B=440$ МПа – предел прочности;

$E=2,1 \cdot 10^5$ МПа – модуль продольной упругости;

$\delta_B = 0.21$ - относительное удлинение после разрыва;

$V=E \cdot J_x$; $V_0=E_0 \cdot J_x$

Определим изгибные жесткости стержней для упругой и пластической стадии соответственно:

$V=2,1 \cdot 10^5$ МПа $\cdot 19062$ см⁴ = $2,1 \cdot 10^4$ кН/см² $\cdot 19062$ см⁴ = 400302000 кН \cdot см²;

$V_0=647.3$ МПа $\cdot 19062$ см⁴ = $647.3 \cdot 10^{-1}$ кН/см² $\cdot 19062$ см⁴ = 1233883.26 кН \cdot см²

Модуль упругости на участке упрочнения материала:

$$E_0 = \frac{\sigma_B - \sigma_T}{\delta_B - \delta_{0,2}} \frac{44 - 30.5}{0.21 - 0.00145} = 64.73 \text{ кН/см}^2,$$

$$d_{0,2} = \frac{\sigma_T}{E} = \frac{305}{2.1 \cdot 10^5} = 0.00145,$$

$$k = \frac{E_0}{E} = \frac{64.73}{2.1 \cdot 10^4} = 0.0031$$

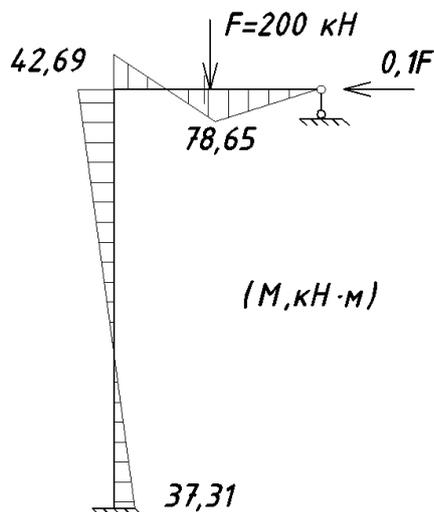


Рис. 5.4.2

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		54

На рис. 5.4.2 представлена упругая эпюра. Предварительный расчет показал, что наибольший изгибающий момент возникает в сечении № 4 под нагрузкой.

5.4.2) Определение предельно-упругой эпюры и предельной нагрузки.

Цель примера: показать, как определяются предельные нагрузки F_p для заданных длин l_p ПЗ с использованием МП. Рассматриваются длины ПЗ от 5 см до 20,6 см, кратные шагу 5 см.

Значение предельного момента:

$$M_0 = W_x \cdot \sigma_T, \quad (5.4.1)$$

где W_x – осевой момент сопротивления;

σ_T – предел текучести.

$$M_0 = W_x \cdot \sigma_T = 953,1 \text{ см}^3 \cdot 30500 \text{ Н/см}^2 = 290,7 \text{ (кН}\cdot\text{м)}$$

$$k = \frac{M_0}{M_{\max}}, \quad (5.4.2)$$

где M_0 – предельный момент, кН · м;

M_{\max} – максимальный момент в опасном сечении на упругой стадии расчета, кН · м.

$$k = \frac{M_0}{M_{\max}} = \frac{290,7}{78,65} = 3,6961220597584234$$

По коэффициенту k строится предельно-упругая эпюра моментов и предельная нагрузка:

$$M_{el} = k \cdot M_{\max} = 3,6961220597584234 \cdot 78,65 = 290,7 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Согласно первой предпосылке $M_{el} = M_0$.

$$F_0 = k \cdot F = 3,6961220597584234 \cdot 200 = 739,2 \text{ кН}$$

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		55

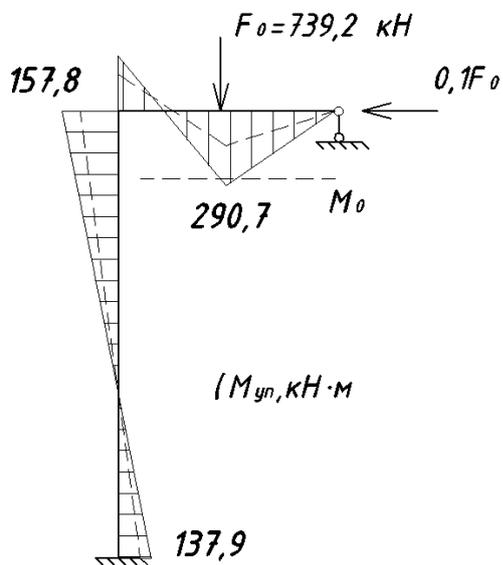


Рис. 5.4.3

5.4.3) Расчет с использованием метода последовательных нагружений

Используя данный метод для расчета зададим длину ПЗ: $l_p = 5$ см.

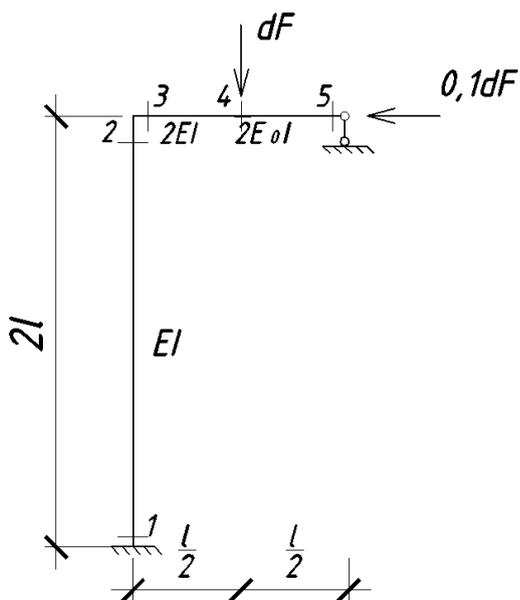


Рис. 5.4.4

Выраженные реакции опор и величины изгибающих моментов.

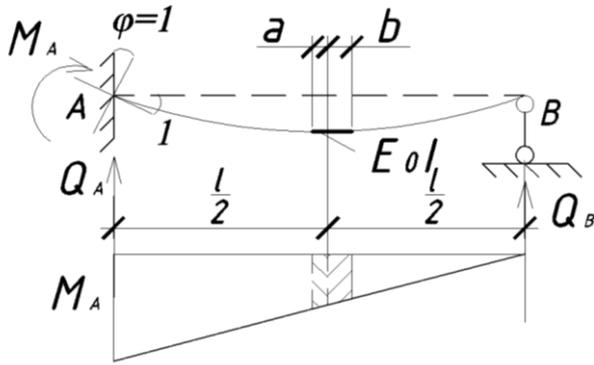


Рис. 5.4.5

$$M_A = \frac{3EI}{l} \cdot \frac{1}{f_1(\alpha, \beta, k)}$$

$$Q_B = -Q_A = \frac{3EI}{l^2} \frac{1}{f_1(\alpha, \beta, k)}$$

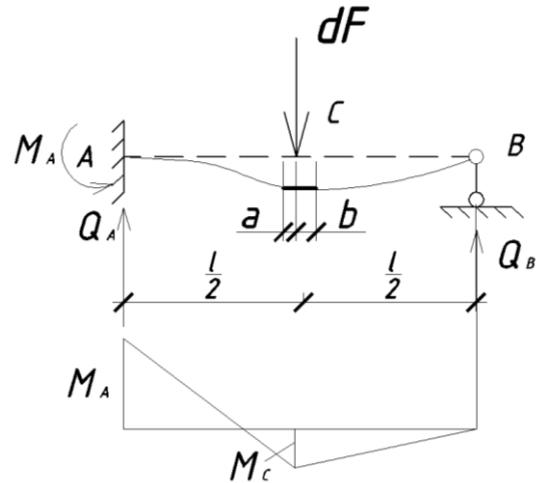


Рис. 5.4.6

$$M_A = \frac{3}{16} dFl \cdot f_4(\alpha, \beta, k); \quad M_C = \frac{5}{32} dFl \cdot f_2(\alpha, \beta, k)$$

$$Q_A = \frac{11}{16} dF \cdot f_3(\alpha, \beta, k); \quad Q_B = \frac{5}{16} dF \cdot f_2(\alpha, \beta, k)$$

Выраженные нелинейные функции, которые характеризуют ПЗ:

$$f_1 = 1 + m \left[\left(\frac{1}{2} + \alpha \right)^3 - \left(\frac{1}{2} - \beta \right)^3 \right], \quad (5.4.3)$$

$$f_2 = \frac{1 + \frac{4}{5}m(3\alpha^2 + 4\alpha^3)}{f_1}, \quad (5.4.4)$$

$$f_3 = \frac{1}{f_1} \left\{ 1 + \frac{2}{11}m[(1 + 6 \cdot \alpha + 6 \cdot \alpha^2) - (1 - 2\beta)^3] \right\}, \quad (5.4.5)$$

$$f_4 = \frac{1}{f_1} \left\{ 1 + \frac{1}{3} \cdot m[1 + 6\alpha - 8\alpha^3 - (1 - 2\beta)^3] \right\}. \quad (5.4.6)$$

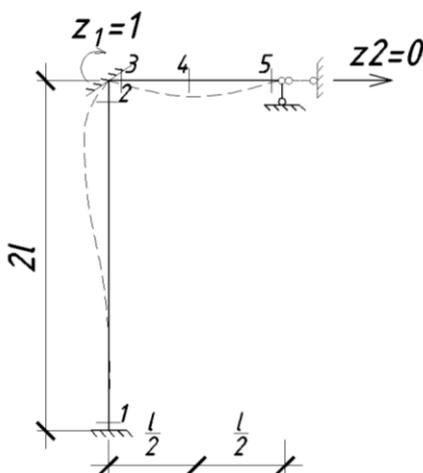


Рис. 5.4.7

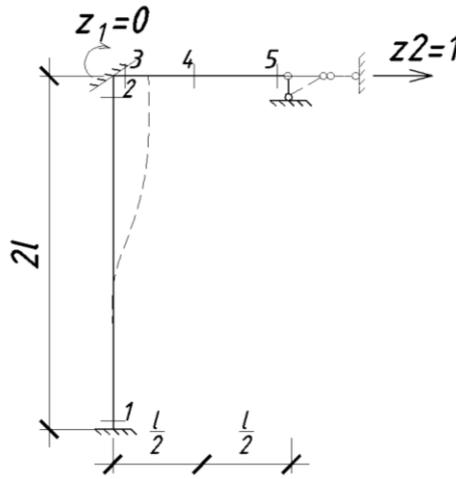


Рис. 5.4.8

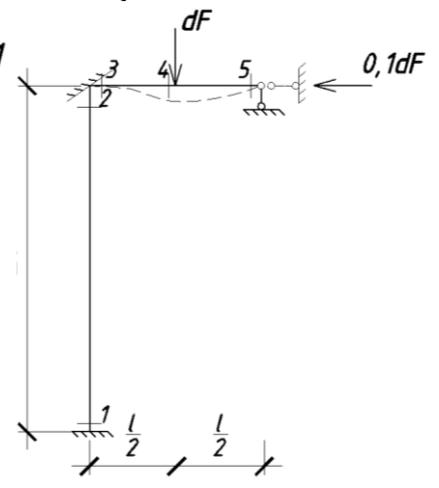


Рис. 5.4.9

Построение единичных эпюр:

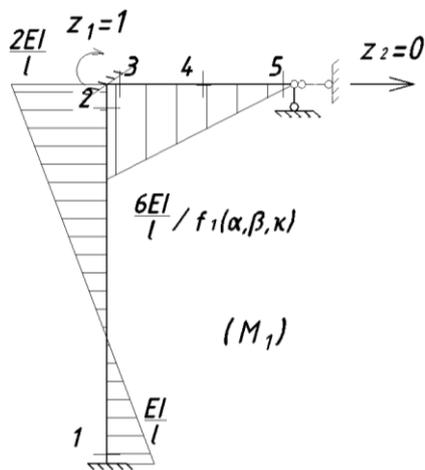


Рис. 5.4.10

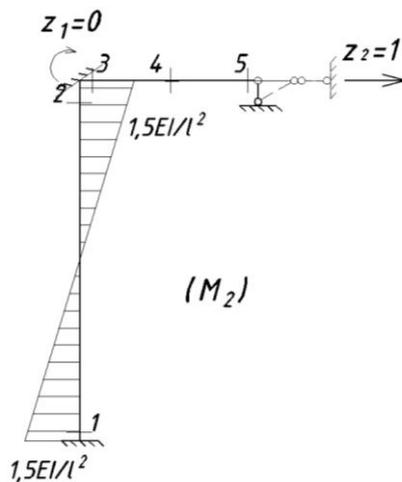


Рис. 5.4.11

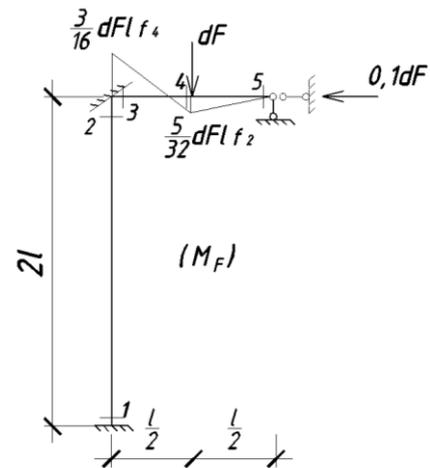


Рис. 5.4.12

Найдем коэффициенты канонического уравнения:

1) Для M_1 :

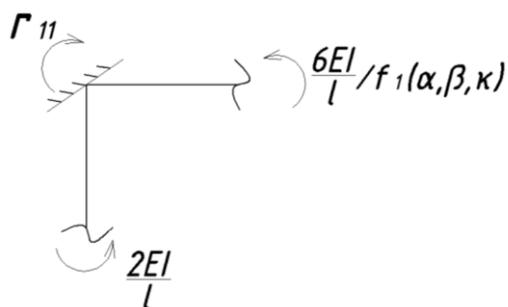


Рис. 5.4.13

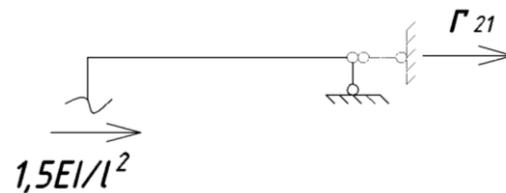


Рис. 5.4.14

$$r_{11} = \frac{EI}{l} (2 + 6/f_1)$$

$$r_{21} = -1,5 \frac{EI}{l^2}$$

$$dR_F = \begin{bmatrix} -66.8 \\ 0.074 \end{bmatrix}$$

Находим Z_{ij} из канонического уравнения:

$$dZ = \begin{bmatrix} 0.19 \\ 28.34 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4}$$

Составим матрицу единичных и грузовых воздействий:

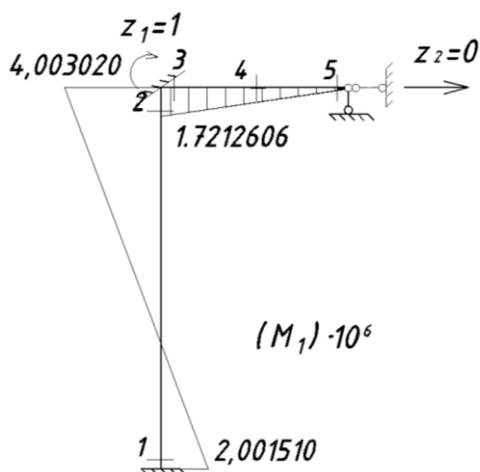


Рис. 5.4.19

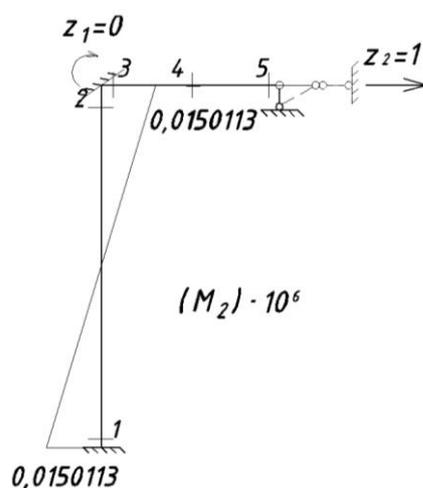


Рис. 5.4.20

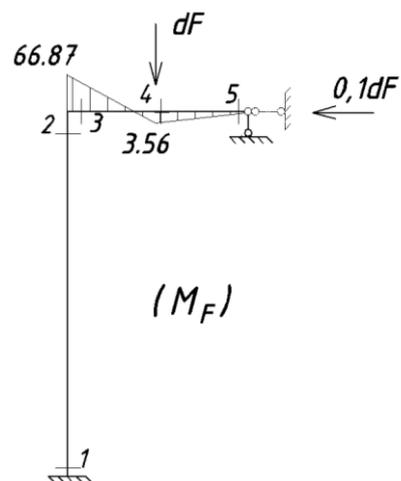


Рис. 5.4.21

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} -2001510 & 15011.3 \\ 4003020 & -15011.3 \\ -1721260.6 & 0 \\ -860630.3 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$dM_F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 66.87 \\ -3.56 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Приращение усилий: $dM_1 = \bar{M} \cdot dZ + dM_F$

$$dM_1 = \begin{bmatrix} -200.151 & 1.5011 \\ 400.302 & -1.5011 \\ -172.13 & 0 \\ -86.06 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^4 \cdot \begin{bmatrix} 0.19 \\ 28.34 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 66.87 \\ -3.56 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.51 \\ 34.16 \\ 34.16 \\ -19.91 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ (кН} \cdot \text{см)}$$

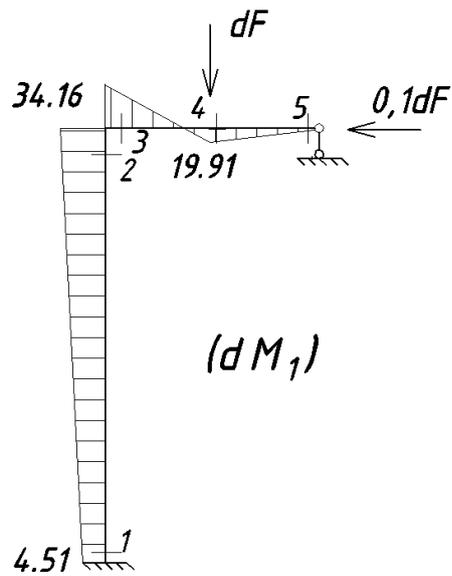


Рис. 5.4.22

Определим результирующую эпюру:

$$M_{pl} = M_{el} + dM_1 \text{ (кН}\cdot\text{м)} \quad (5.4.8)$$

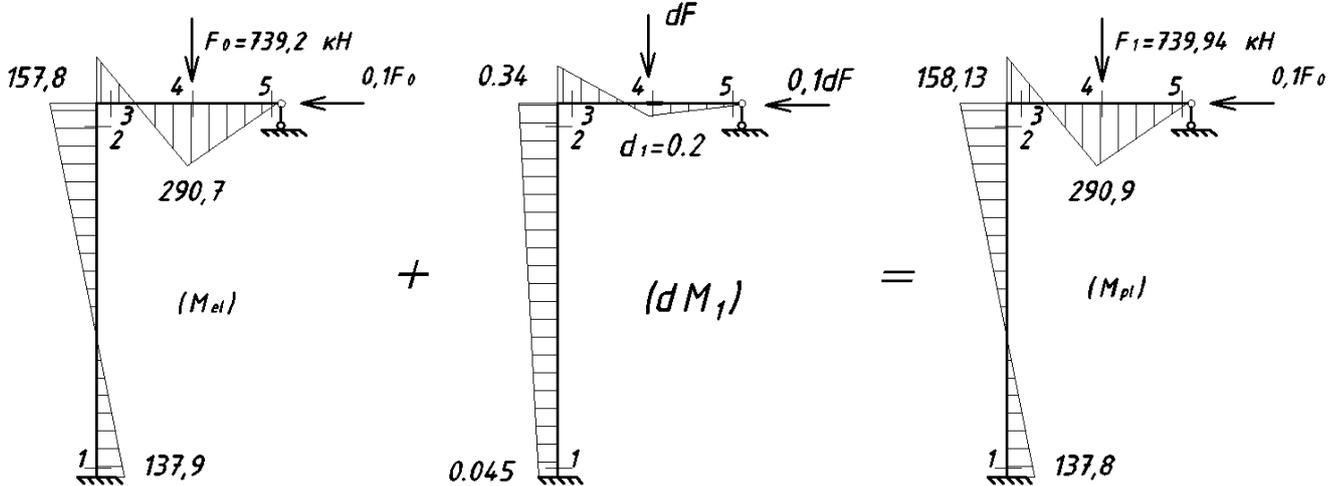


Рис. 5.4.23

Определение длины ПЗ по результатам 1-й итерации:

$$(5.4.9)$$

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		62

$$F_1 = F_0 + dF_1,$$

где F_0 – предельная нагрузка;

dF_1 - первая ступень нагружения.

$$F_1 = 739.2 + 0.74 = 739.94 \text{ (кН)}$$

$c = 158.13$ (кН·м) – момент результирующей эпюры в 3 сечении;

$$d = M_0 + d_1, \quad (5.4.10)$$

где M_0 – предельный момент, кН·м;

d_1 – приращение.

$$d = 290.9 \text{ (кН·м)}$$

$$d_1 = F_1 l / 4 - (M_0 + c / 2) = 0.2$$

$$\frac{a_1}{l/2} = \frac{d_1}{c+d}; \quad a_1 = \frac{d_1 \cdot l}{2(c+d)} \quad (5.4.11)$$

$$\frac{b_1}{l/2} = \frac{d_1}{d}; \quad b_1 = \frac{d_1 \cdot l}{2d} \quad (5.4.12)$$

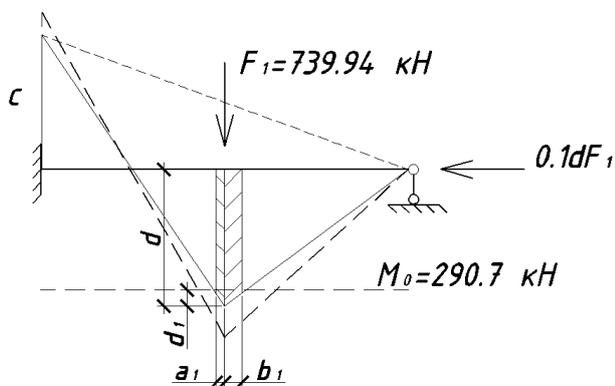


Рис. 5.4.24

$$l_{pi} = a_1 + b_1 = \frac{d_1 \cdot l}{2} \frac{2d+c}{d(c+d)} \quad (5.4.13)$$

$$l_{pi} = a_1 + b_1 = \frac{(d - M_0) \cdot l}{2} \frac{2d + c}{d(c + d)} = \frac{0.2 \cdot 2}{2} \frac{2 \cdot 290.9 + 158.13}{290.9(158.13 + 290.9)} = 0.00113 \text{ (м)}$$

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		63

$$l_{pi} = 0.113 \text{ (см)}$$

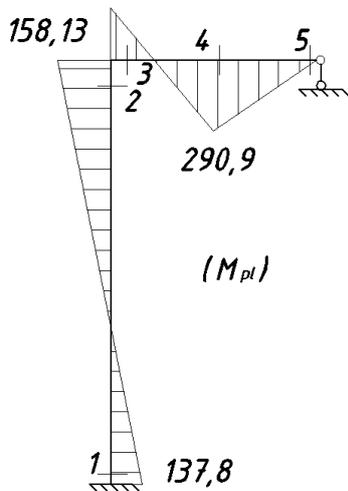


Рис. 5.4.25

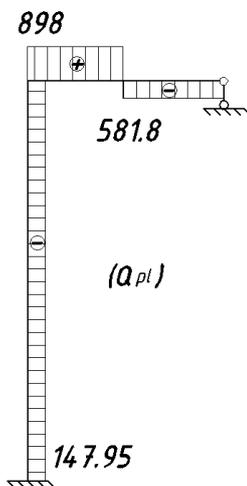


Рис. 5.4.26

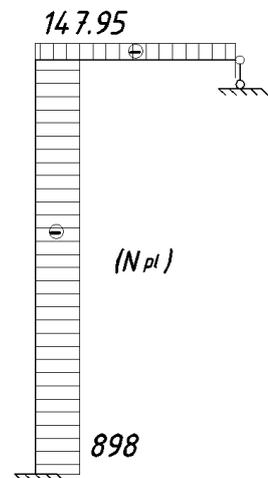


Рис. 5.4.27

Статическая проверка:

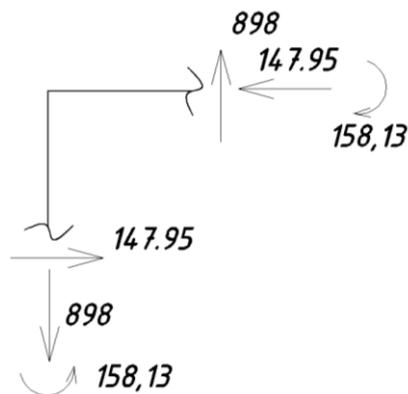


Рис. 5.4.28

$$\sum x: 147.95 - 147.95 = 0$$

$$\sum y: 898 - 898 = 0$$

$$\sum \text{мом}: 158.13 - 158.13 = 0$$

5.4.5) Вторая ступень нагружения

$$dR_F = \begin{bmatrix} -38.82 \\ 0.074 \end{bmatrix}$$

Находим Z_{ij} из канонического уравнения:

$$dZ = \begin{bmatrix} 0.024 \\ -5.12 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4}$$

Составим матрицу единичных и грузовых воздействий:

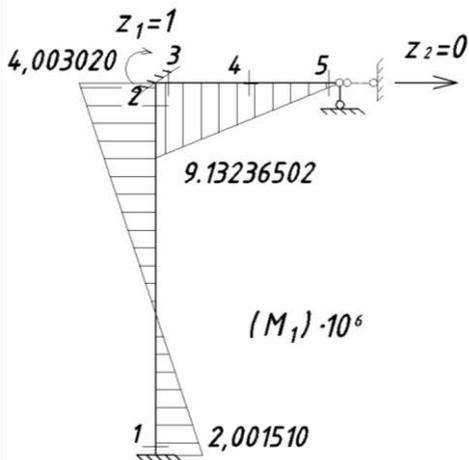


Рис. 5.4.29

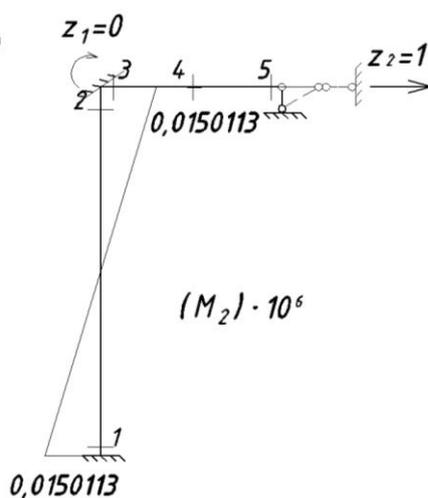


Рис. 5.4.30

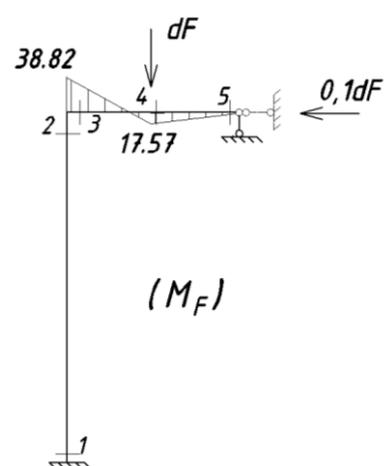


Рис. 5.4.31

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} -2001510 & 15011.3 \\ 4003020 & -15011.3 \\ -9132365.02 & 0 \\ -4566182.51 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad dM_F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 38.82 \\ -17.57 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Приращение усилий: $dM_2 = \bar{M} \cdot dZ + dM_F$

$$dM_2 = \begin{bmatrix} -200.151 & 1.5011 \\ 400.302 & -1.5011 \\ -913.236 & 0 \\ -456.618 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^4 \cdot \begin{bmatrix} 0.024 \\ -5.12 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 38.82 \\ -17.57 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12.49 \\ 16.9 \\ 16.9 \\ -28.53 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ [кН} \cdot \text{см]}$$

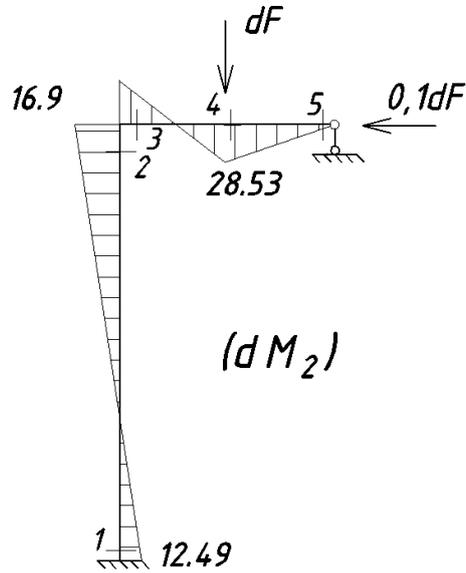


Рис. 5.4.32

Определим результирующую эпюру:

$$M_{p2} = M_{p1} + dM_2 \text{ (кН}\cdot\text{м)}$$

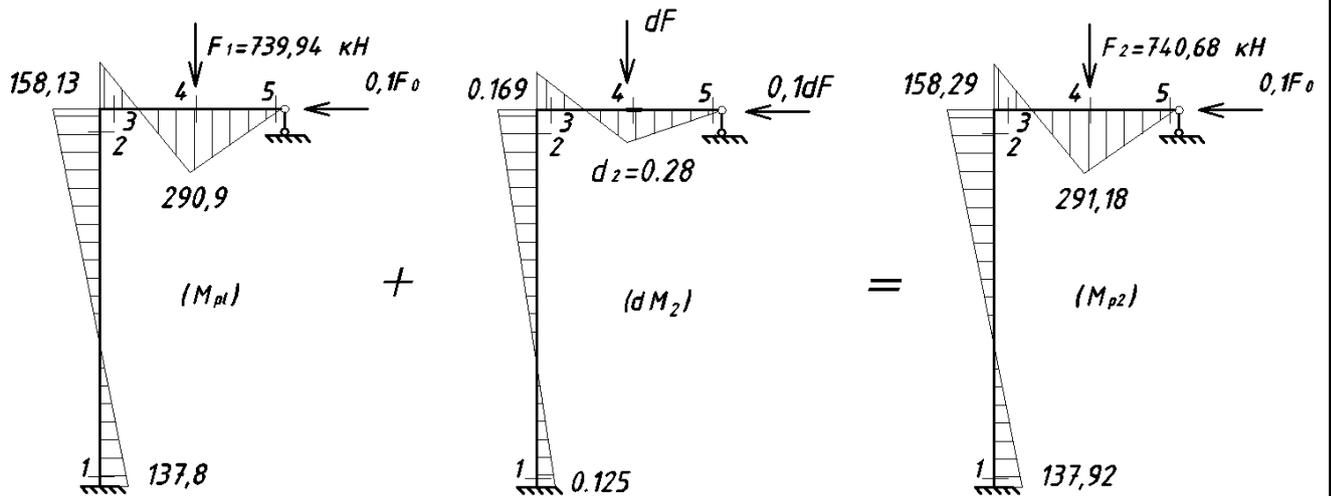


Рис. 5.4.33 – Результирующая эпюра

Определение длины ПЗ по результатам 2-й итерации:

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		67

$$F_2 = F_1 + dF_2 = 739.94 + 0.74 = 740.68 \text{ кН}$$

$$c = 158.29 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$d = M_0 + d_2 = 291.18$$

$$d_2 = F_2 l / 4 - (M_0 + c / 2) = 0.28$$

$$\frac{a_2}{l/2} = \frac{d_2}{c + d}; \quad a_2 = \frac{d_2 \cdot l}{2(c + d)}$$

$$\frac{b_2}{l/2} = \frac{d_2}{d}; \quad b_2 = \frac{d_2 \cdot l}{2d}$$

$$l_{pi} = a_2 + b_2 = \frac{(d - M_0) \cdot l}{2} \frac{2d + c}{d(c + d)} = \frac{0.48 \cdot 2}{2} \frac{2 \cdot 291.18 + 158.29}{291.18(158.29 + 291.18)}$$

$$= 0.00276 \text{ м}$$

$$l_{pi} = 0.276 \text{ см}$$

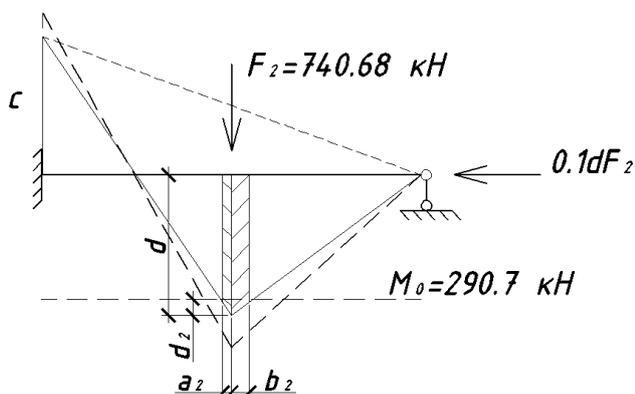


Рис. 5.4.34

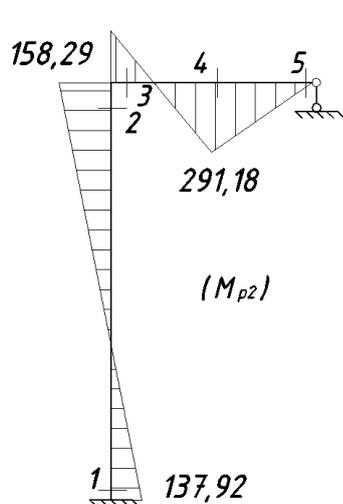


Рис. 5.4.35

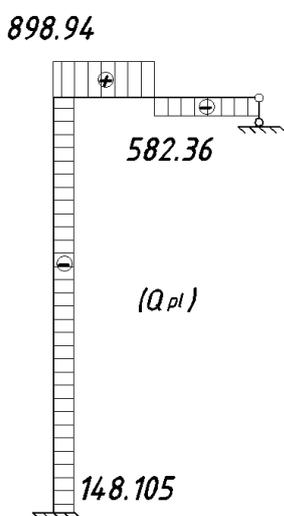


Рис. 5.4.36

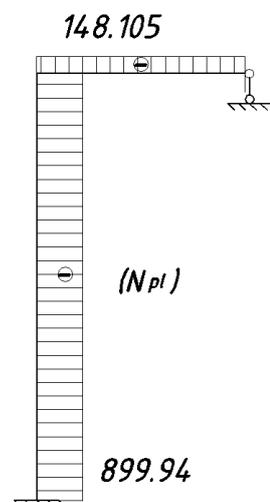


Рис. 5.4.37

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

Статическая проверка:

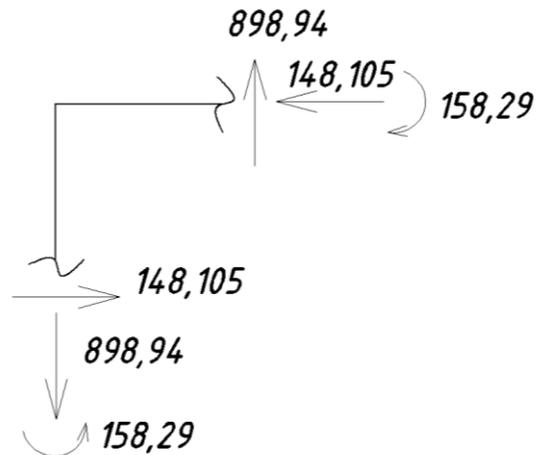


Рис. 5.4.38

$$\sum x: 148.105 - 148.105 = 0$$

$$\sum y: 898.94 - 898.94 = 0$$

$$\sum \text{mom}: 158.29 - 158.29 = 0$$

Для получения результирующей эпюры на каждой ступени нагружения складывается эпюра приращений, полученная на данной ступени нагружения, с результирующей эпюрой, полученной на предыдущем этапе нагружения.

Процесс нагружения протекает до тех пор, пока найденная величина не достигнет заданной длины l_p в соответствии с неравенством, в котором разность между заданной ПЗ и полученной не должна превышать 0.01.

$$(l_p - l_{p,i+1}) \leq \varepsilon. \quad (5.4.14)$$

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		69

Дальнейший расчет итераций производился в ПК MatLab до получения необходимого результата.

В ходе итераций при отыскании предельной нагрузки для заданной длины l_p происходит корректировка параметров α_i , β_i , m_{pi} в (а), (б) и функций f_1 и f_4 пока не удовлетворится неравенство (5.4.14).

5.5. Анализ результатов

5.4.1) Результат определения предельной нагрузки при длине ПЗ, равной 5 см. В результате расчета в MatLab произошло 39 итераций, где получили необходимую окончательную предельную нагрузку равную $F_{39}=768$ кН, которая соответствует заданной длине ПЗ = 5см.

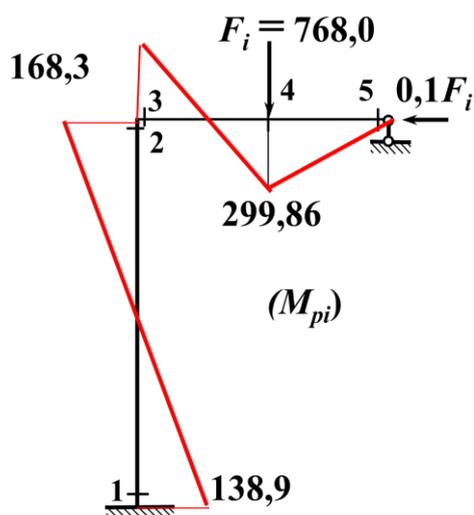


Рис. 5.5.1

$$F_{39} = F_{38} + dF_{39} = 768.0 \text{ кН}$$

$$c = 168.3;$$

$$d = M_0 + d_{39} = 299.86$$

$$d_{39} = F_2 l / 4 - (M_0 + c / 2) = 9.16$$

$$\frac{a_{39}}{l/2} = \frac{d_{39}}{c + d}; \quad a_{39} = \frac{d_{39} \cdot l}{2(c + d)}$$

$$\frac{b_{39}}{l/2} = \frac{d_{39}}{d}; \quad b_{39} = \frac{d_{39} \cdot l}{2d}$$

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		70

$$l_{pi} = a_{39} + b_{39} = \frac{d_{39} \cdot l}{2} \frac{2d + c}{d(c + d)} = 5.014 \text{ см}$$

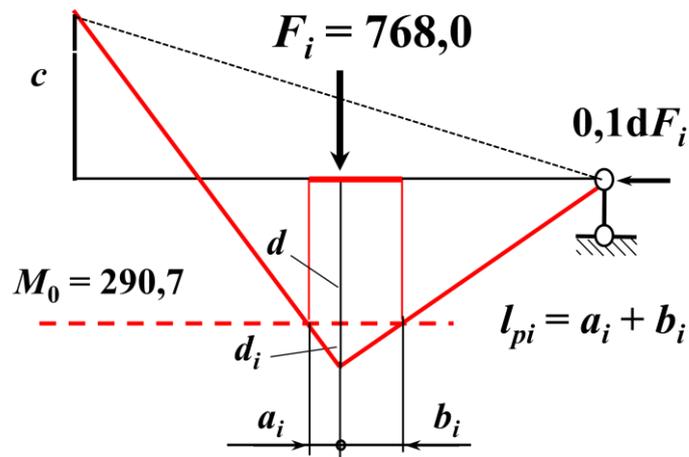


Рис. 5.5.2

В сводной таблице 5.5.1 можно показана общая картина изменения предельных нагрузок, изгибающих моментов и напряжений в зависимости от длин ПЗ по всем итерациям. В результате расчетов получилось перенапряжение относительно предела текучести на 3.2 % (см.рис. 5.5.3) при ПЗ равной 5 см. При этом полезная нагрузка увеличилась на 3.9 %.

Таблица 5.5.1– Сводная таблица

№ СН	ПЗ, см	M_{pi} , кН·м	P_i , кН	σ_i , МПа
i	l_{pi}	№4		
0	0	290.7	739.2	305.0
1	0.113	290.9	739.94	305.21
2	0.276	291.18	740.68	305.51
.
.
.
39	5.014	299.9	768.0	314.6

Таблица 5.5.2 – Сводная таблица

ПЗ, см l_p	Моменты M_p , кН·м			F_p , кН
	№ 1	№ 2, 3	№ 4	
0	137.9	157.8	290.7	739.2
5	138.9	168.3	299.9	768.0
10	133.3	191.1	309.9	810.9
15	120	228.3	321.2	870.75
20	97.8	282.5	334.1	950.6
20,6	94.2	290.7	335.8	962.3

На рис. 5.5.4 показана пластическая эпюра при длине ПЗ равной 20.6 см.

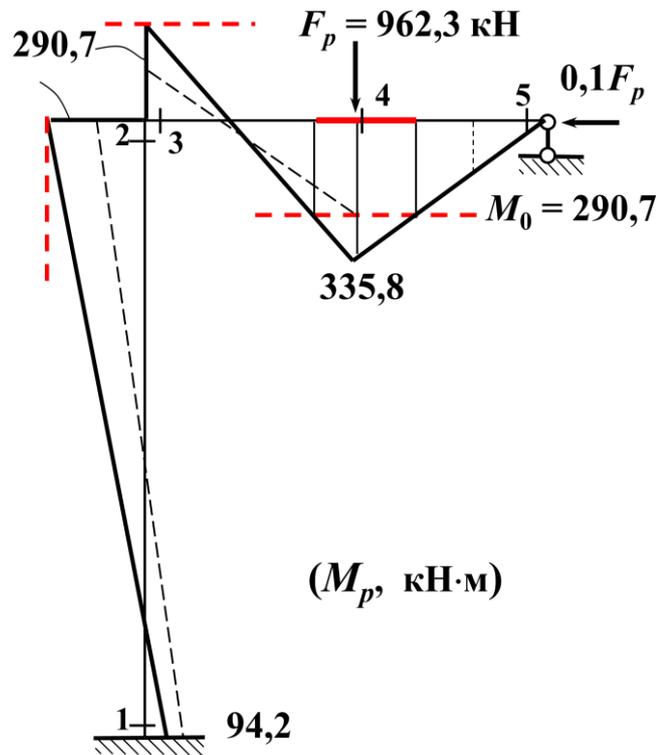


Рис. 5.5.4

На графике (см. рис. 5.5.5) показано, как изменяется предельная нагрузка в зависимости от длины ПЗ. График имеет нелинейный характер, в то время как в упругой стадии линейно изменяется.

Результат работы показал, что получилось сделать работу материала конструкции с предельной нагрузкой выше разрушающей, но при этом сохранить надежность.

В области, ниже предельной нагрузки $F_p = 962.3$ кН, пластические деформации ограничены только зоной в окрестности узла 4. При создании ПЗ равного сопротивления с длиной l_p в диапазоне $15 \div 20$ см, получим предельную нагрузку, по уровню превышающую разрушающую нагрузку $F_p = 872.1$ кН по теории предельного равновесия (ТПР).

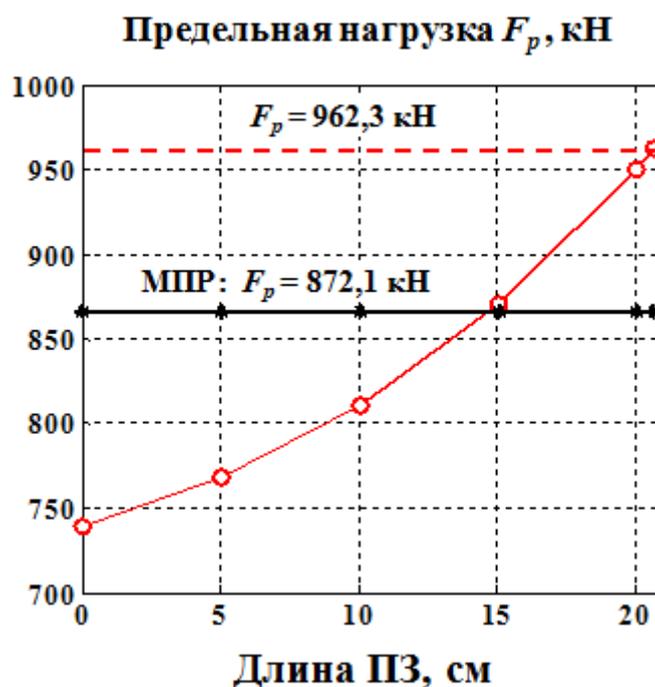


Рис. 5.5.5

Система будет относиться к сейсмостойким, так как там наличие ПЗ более эффективно и надежно, чем система без ПЗ. Если ее запроектировать с учетом только упругой работы, то она может разрушиться. Сейсмическая нагрузка действует на более жесткую систему, а более жесткая система обладает таким свойством как принимать на себя большую нагрузку, а следовательно развивать больше усилий и в дальнейшем приводить к разрушению.

5.5.3) Определение разрушающей нагрузки по МПР

Простые механизмы разрушения (4 вида):

- Балочный механизм (Б)
- Механизм бокового смещения (С)
- Щипцовый механизм (Щ)
- Механизм поворота узлов (У)

Форму разрушения находят из сравнения комбинированных механизмов, которые получают путем составления нескольких простых независимых механизмов разрушения.

На основе принципа Лагранжа для каждого возможного механизма разрушения (ВМР) составляется уравнение работ внешних и внутренних сил:

$$\underbrace{\sum (F_0)_i \delta_i}_{\text{Работа внешних сил}} = \underbrace{\sum (M_0)_k \varphi_k}_{\text{Работа внутренних}} \quad (5.5.1)$$

δ_i – линейные перемещения под силами $(F_0)_i$

φ_k – углы поворота стержней в пластических шарнирах

Найденные при каждом варианте разрушения системы предельные нагрузки сравниваются между собой:

$$(F_0)_1 \leq (F_0)_2 \leq \dots \leq (F_0)_j \quad (5.5.2)$$

Определим для рамы число простых механизмов разрушения:

$$m = s - n, \quad (5.5.3)$$

где s – число сечений в стержнях рамы, где необходимо определить изгибающие моменты для построения эпюры моментов (где могут возникать пластические шарниры);

n – степень статической неопределимости (ССН).

$$m = 3 - 1 = 2$$

$\operatorname{tg}\varphi = \varphi$ – из допущения в строительной механике (углы поворота узлов и сечений из-за их малости принимаются равными тангенсами)

С: сечения 1, 2 (см. рис. 5.5.6)

$$\varphi = \frac{\delta}{2l}, \delta = 2l \cdot \varphi$$

По формуле 4.2.1:

$$0.1F_0 \cdot \delta = 2M_0\varphi$$

$$0.1F_0 \cdot \varphi \cdot 2l = 2M_0\varphi, F_0 = \frac{2M_0\varphi}{0.1\varphi \cdot 2l} = \frac{10M_0}{l} = \frac{10 \cdot 290.7 \text{ кН}\cdot\text{м}}{2 \text{ м}} = 1453.5 \text{ кН}$$

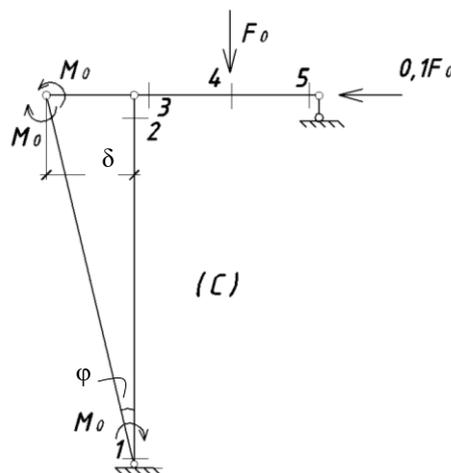


Рис. 5.5.6

Б: сечения 3, 4 (см. рис. 5.5.7)

$$\varphi = \frac{\delta}{0.5l}, \delta = 0.5l \cdot \varphi$$

По формуле 5.4.1:

$$F_0 \cdot \delta = 3M_0\varphi$$

$$F_0 \cdot \varphi \cdot 0.5l = 3M_0\varphi, F_0 = \frac{3M_0\varphi}{\varphi \cdot 0.5l} = \frac{6M_0}{l} = \frac{6 \cdot 290.7 \text{ кН}\cdot\text{м}}{2 \text{ м}} = 872.1 \text{ кН}$$

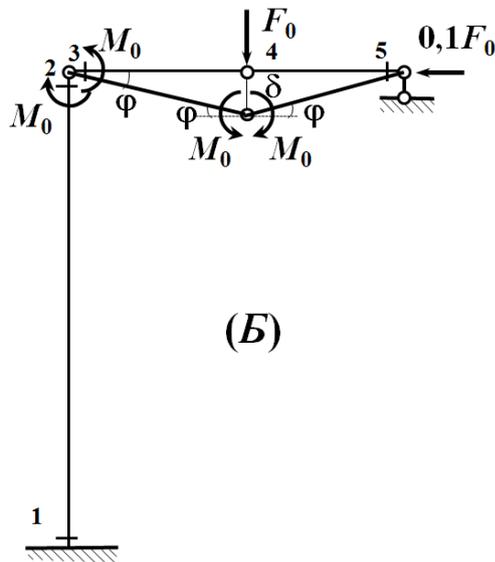


Рис. 5.5.7

Первая кинематическая теорема (Сформулировал Гвоздев А.А. в 30-е годы) говорит о том, что минимальной силе соответствует реальная схема разрушения. И эта сила назначается в качестве разрушающей, которая равна 872.1 кН.

5.5.4) Анализ графиков. На рис. 5.5.8 показан график результатов с изгибающими моментами и предельной нагрузкой по сечениям. Линия, которая показана красным пунктиром, разделяет упругие (линейная функция) и пластические деформации.

сечение № 1: с ростом пластических деформаций момент начинает уменьшаться.

сечение № 2, 3: в угловом сечении изгибающий момент приближается к предельно-упругому значению.

сечение № 4: в середине под силой момент увеличивается (с противоположным знаком). Сначала увеличение изгибающего момента происходит линейно, а потом нелинейно, но замедляясь. В этом узле есть угроза разрушения, момент доходит до предельно-упругого, где вертикальная пунктирная линия (см. рис. 5.5.8). Как раз там мы рассматривали в расчете.

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		77

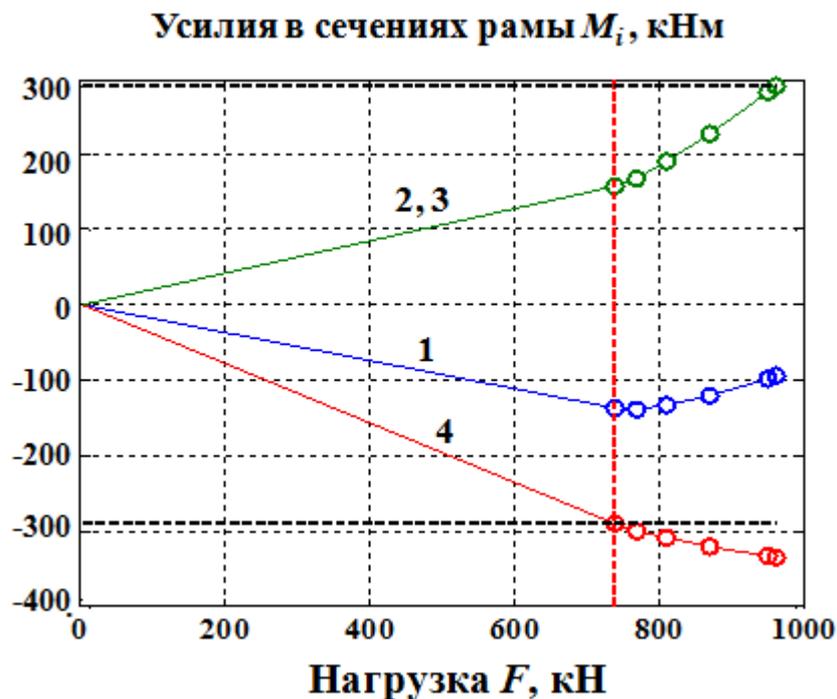


Рис. 5.5.8

На графике (см. рис. 5.5.9) показано, как изменяются изгибающие моменты по длине пластической зоны. В угловом сечении № 2, 3 момент приближается к предельно-упругому значению. А в сечении № 4 под силой момент увеличивается (с противоположным знаком).

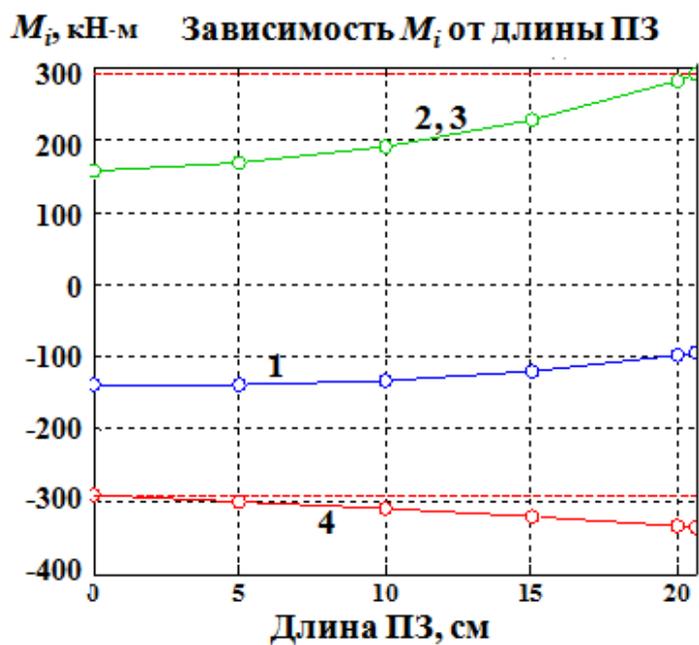


Рис. 5.5.9

В таблице 5.5.3 показаны при заданных ПЗ предельные моменты, максимальные напряжения и превышение максимального напряжения над пределом текучести в процентах.

Таблица 5.5.3 – Сводная таблица

ПЗ, см l_p	$M_{p,4}$ кН·м	σ_{max} МПа	$\frac{\sigma_{max} - \sigma_T}{\sigma_T} 100 \%$
0	290.7	305	0
5	299.9	314.7	3.2
10	309.9	325.2	6.6
15	321.2	337	10.5
20	334.1	350.5	14.9
20,6	335.8	352.3	15.5

Можно подсчитать, какой будет разрушающий момент в нашей конструкции по формуле:

$$M_B = M_0 \left[1 + \left(\frac{\sigma_B}{\sigma_T} - 1 \right) \frac{W_x}{W_t} \right], \quad (5.5.4)$$

где M_0 – предельно-упругий момент;

σ_B – предел прочности;

σ_T – предел текучести;

W_x – осевой упругий момент сопротивления;

W_t – пластический момент сопротивления.

Для прямоугольника момент сопротивления для пластической зоны в 1.5 раза больше, чем в упругой: $W_t = 1.5W_x$.

Для двутавра: $W_t = (1.16-1.18) W_x$ [41]. Тогда:

$$M_B = 290.7 \left[1 + \left(\frac{44}{30.5} - 1 \right) \frac{953.1}{1.18 \cdot 953.1} \right] = 399.74 \text{ кН·м}$$

При пределе прочности, равной 440 МПа (см. рис. 5.5.10), для стали 09Г2 происходит превышение момента на 37.5 % над предельным моментом $M_0 = 290.7$ кН·м. Пока еще система способна выдерживать дальнейшее нагружение. А затем при превышении изгибающего момента $M_B = 399.74$ кН·м, система начнет разрушаться.

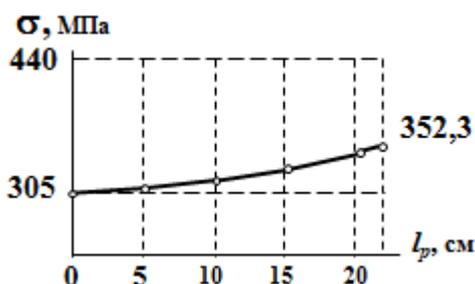


Рис. 5.5.10

5.6 Пример решения задачи: Метод расчета при построении ПЗ равного сопротивления

Расчет рамы состоит из двух самостоятельных этапов (упругого и пластического). Упругий этап расчета проводится при заданных нагрузках F и геометрических размерах рамы. Он включает построение эпюры изгибающих моментов M , нахождение опасного сечения с максимальным моментом M_{\max} и соотношения

$$m = M_{el} / M_{\max}. \quad (5.6.1)$$

По коэффициенту m строится предельно-упругая эпюра моментов и предельная нагрузка

$$M_{lin} = mM, \quad F_0 = mF. \quad (5.6.2)$$

На эпюре M_{lin} все сечения являются упругими, кроме одного сечения (в силу первой предпосылки) с максимальным моментом, равным M_0 .

Пластический этап расчета проводится при заданной длине l_p с использованием методики последовательных нагружений. Для ступеней нагружения dF_0 в основной системе МП строятся эпюры приращений моментов. Для первой ступени нагружения длину l_{p1} ПЗРС можно принять из характера распределения усилий, например, для эпюры M_{lin} , умноженной на коэффициент $n = 1 + dF_0 / F_0$. На основе вычисленных поправочных (нелинейных) функций $f_{j1}(\alpha, k)$, где $\alpha = l_{p1}/l$, $k = E_0 / E$, l – длина балки, формируются коэффициенты системы канонических уравнений и правые части уравнений от приращений внешней нагрузки dF_0 . После решения системы и получения эпюры приращений моментов dM_{p1} , строятся результирующие эпюры: $M_{p1} = M_{lin} + dM_{p1}$ и предельная нагрузка: $F_{p1} = F_0 + dF_0$. Из эпюры M_{p1} по наибольшему значению момента ($M_{max} > M_0$) вычисляется длина l_{p2} ПЗ и функций $f_{j2}(\alpha, k)$ для следующей итерации во второй ступени нагружения. В каждой i -й итерации строятся: эпюра приращений моментов dM_{pi} , результирующая эпюра, результирующая предельная нагрузка:

$$M_{pi} = M_{p,i-1} + dM_{pi}, \quad F_{pi} = F_{p,i-1} + dF_0 \quad (5.6.3)$$

и длина $l_{p,i+1}$ ПЗ. Процесс нагружения протекает до тех пор, пока найденная величина не достигнет заданной длины l_p в соответствии с неравенством:

$$(l_p - l_{p,i+1}) \leq \text{eps}. \quad (5.6.4)$$

Пластические зоны равного сопротивления. При деформировании каркасов, вызванным сейсмическим воздействием, ПЗ возникают в горизонтальных несущих элементах каркаса – ригелях (Рис. 5.6.1). Максимальные изгибающие моменты возникают в концевых частях ригелей. Поскольку регламенты не

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		81

допускают наличия пластических деформаций в узлах элементов конструкций, то ПЗ проектируют на некотором расстоянии b от колонны, т.е. создаются зоны усиления, где несущая способность ригеля обеспечивается за счет его повышенной жесткости [42, 43].

Так как эпюра моментов имеет линейный закон (Рис. 5.6.1), то для создания ПЗРС также принимается линейный закон изменения момента инерции

$$I_x = I \frac{x}{l(1-\beta-\alpha)}. \quad (5.6.5)$$

Данная зависимость момента инерции в пределах длины ПЗ обеспечивает в этой зоне равную несущую способность с напряжениями σ_T .

Предложенный подход иллюстрируется примером статического расчета двухэтажного каркаса на действие горизонтальных сил, моделирующих

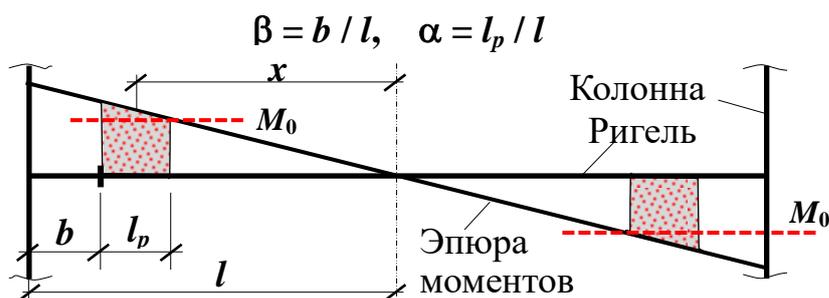


Рис. 5.6.1 – ПЗ в ригеле сейсмостойкого каркаса
сейсмическое воздействие.

Пример. Расчетная схема 2-этажной стальной рамы представлена на рисунке 5.6.2,а ($F = 75$ кН, $l = 450$ см, $h_1 = 1.9l$, $h_2 = 1.6l$). Материал рамы – сталь 09Г2. Горизонтальные элементы – ригели изготовлены из двутавра № 40 ($I_x = 19062$ см⁴; $W_x = 953.1$ см³); вертикальные элементы квадратного сечения 30×30 см² выполнены из 4-х равнобоких уголков № 14 ($d = 12$ мм).

Характеристики прочности и деформативности: $\sigma_T = 305$ МПа, $\sigma_B = 440$ МПа, остаточное удлинение при разрыве $\delta_B = 0.21$. Модуль упругости материала $E = 2.1 \cdot 10^5$ МПа, модуль упругости на участке упрочнения материала

$E_0 = (\sigma_B - \sigma_T) / (\delta_B - \sigma_T / E) = 647.33 \text{ МПа}$. Отсюда предельно-упругий момент $M_{el} = W_x \sigma_T = 328.82 \text{ кН}\cdot\text{м}$ (согласно первой предпосылке $M_{el} = M_0$); изгибные жесткости стержней $EI = 40030.2 \text{ кН}\cdot\text{м}^2$, $E_0I = 123.4 \text{ кН}\cdot\text{м}^2$.

Предварительный расчет показывает, что наибольшие изгибающие моменты возникают в концевых частях ригеля 1-го этажа. ПЗ проектируется на расстоянии $b = 0,05l$ от узла (зона усиления с жесткостью $2EI$, Рис. 5.6.2, а).

Цель примера: показать, как определяются предельные нагрузки F_p для заданных длин l_p ПЗРС с использованием МП. Рассматриваются длины ПЗ от 5 см до 35 см, кратные шагу 5 см.

Ввиду симметрии рамы, основная система МП имеет четыре неизвестных – два угловых и два линейных перемещения Z_k (Рис. 5.6.2, б). Нумерация

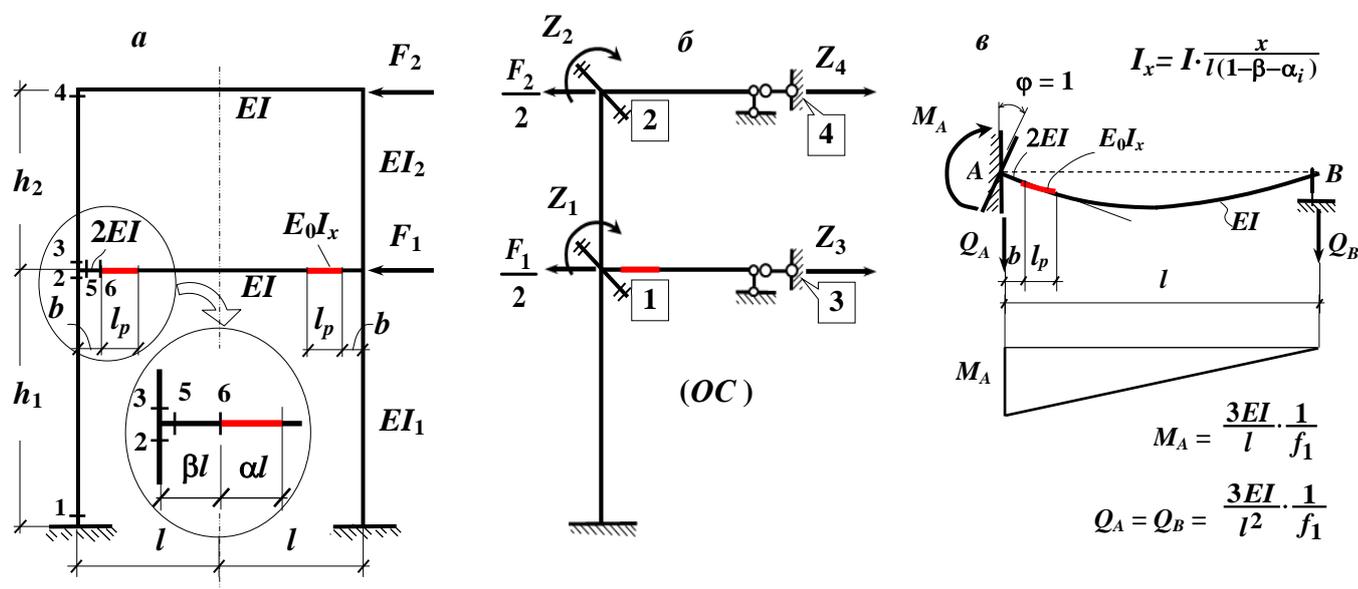


Рис. 5.6.2 Расчетная схема 2-этажного каркаса с ПЗ в ригеле первого этажа (а); б – основная система МП с учетом симметрии каркаса; в – деформированное состояние балки с ПЗ при единичном повороте жесткого узла

дополнительных связей показана цифрами в квадратиках.

Расчет стандартной балки при единичном повороте заделки (Рис. 5.6.2, в) выполнен для момента инерции (5.6.5) на участке длиной l_p . Поправочная функция f_1 в выражении момента M_A содержит величину δ_{pi} , которая отвечает за податливость на данном участке с переменной жесткостью:

Нелинейный процесс зависит только от коэффициента r_{11} , содержащего поправочную функцию f_1 . В ходе итераций при отыскании предельной нагрузки для заданной длины l_p происходит корректировка параметров α_i , ν_{pi} в (а), (б) и функции f_1 пока не удовлетворится неравенство (5.6.4).

На правой половине рамы (Рис. 5.6.3) показаны эпюры изгибающих моментов для ПЗРС с длиной $l_p = 15$ см (синий цвет линий) и с длиной $l_p = 30$ см (зеленый цвет линий). При длине l_p , равной 20 см и более, ПЗ появляются в сечениях 4 и 1 (стойки рамы), а также в ригеле 2-го этажа.

На рисунке 5.6.4 дана общая картина изменения предельных нагрузок в зависимости от длин ПЗ. Уровень разрушающей нагрузки, полученной по методу предельного равновесия, на 10,2 % выше предельной нагрузки для ПЗ длиной $l_p = 15$ см (черная горизонтальная прямая). Однако, он ниже уровней предельных нагрузок для зон длиной l_p более 21 см (синяя горизонтальная прямая на рисунке соответствует длине $l_p = 30$ см). Это свидетельствует о новых возможностях предложенного подхода и скрытых резервах материала конструкции при учете свойств упрочнения.

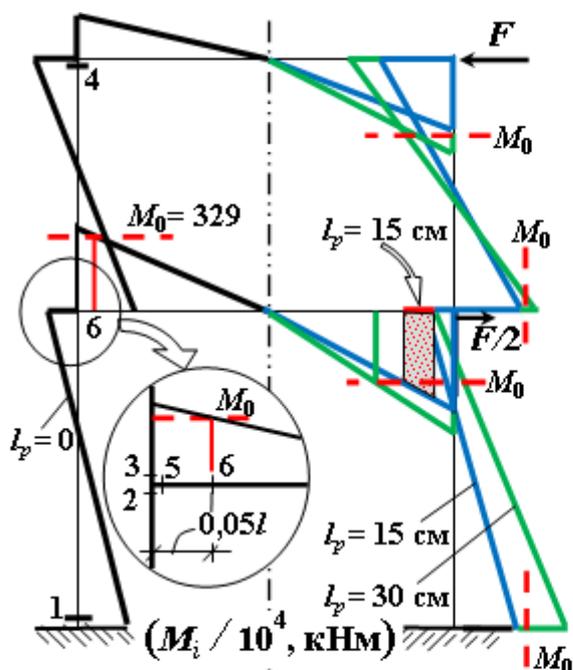


Рис. 5.6.3 Эпюры изгибающих моментов при длине ПЗ: $l_p = 0$ (черный цвет); $l_p = 15$ см (синий цвет); $l_p = 30$ см (зеленый цвет)

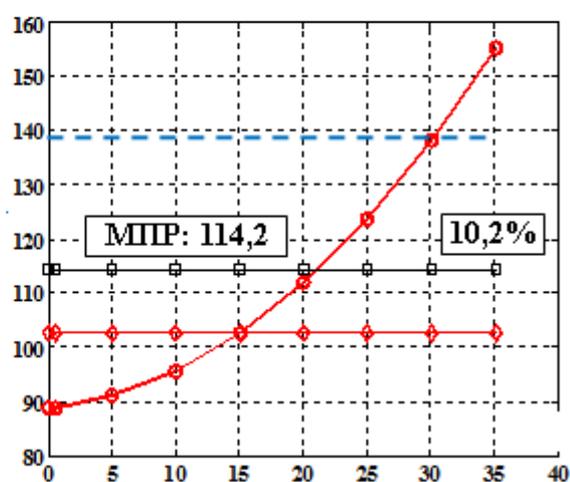


Рис. 5.6.4 Предельные нагрузки для соответствующих ПЗ

6. РАЗРАБОТКА РЕКОМЕНДАЦИЙ ПО ПРИМЕНЕНИЮ НАУЧНЫХ ВЫВОДОВ НА ПРАКТИКЕ

Есть некоторые рекомендации, которые необходимо учитывать при строительстве в сейсмических районах:

1) Необходимо делать зону усиления в приопорном участке. Важность его заключается в том, что этот участок не дает пластичным деформациям (далее – ПД) проникать в узел конструкции. Ведь этот конструктивный элемент системы является основным и при появлении в нем ПД ведет в дальнейшем к полному разрушению системы. По словам А.В. Соснина при длине участка усиления элементов, равной $0,57h$, откладываемой от границ внутреннего жёсткого узла, его конструкция оказалась способна выдержать горизонтальную нагрузку, на 10 % превышающую предельное значение, воспринимаемое им до его усиления. При этом максимальные перемещения увеличились на 8 %. А при длине участка усиления, равной $1,43h$, – указанные значения уже получились равными 25 и 20 % соответственно. А длину участка усиления поперечной арматурой принимать равной $1,5h$, но не более $\frac{1}{4}$ высоты этажа или пролёта ригеля. Однако в силу определённых обстоятельств эти требования могут не работать. Инженерный приём по армированию сечения ригеля в приузловой зоне с некоторым запасом (ведь такое нередко встречается в современной практике).

2) Принимать в расчётах длину зоны пластичности, приближающуюся к значению $0,5h$, следует с особой осторожностью. В тоже время при малых размерах длины зоны пластичности реализуется плохо поддающаяся прогнозу излишняя деформативность системы.

3) Необходимо грамотно задавать жесткость элементов.

А.В. Соснин про сейсмостойкие каркасы говорит: «Специалистами в области сейсмостойкости сооружений установлено, что наиболее благоприятным для каркасных зданий является механизм пластического

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		86

деформирования «сильные колонны – слабые ригели» (в зарубежной практике он определяется, как «beam sway mechanism» или «strong column – weak beam» mechanism)» [42].

Также нужно иметь ввиду, что наиболее благоприятная схема деформирования соответствует именно балочному механизму, при котором образование пластических шарниров допускается только в элементах ригелей.

4) Чтобы обеспечить зданию необрушаемость, зоны пластичности в несущих элементах должны обладать способностью принимать и возвращать большие количества энергии на единицу объёма [43] (см. рис. 6.1). Для этого участки элементов, на которые приходятся зоны пластичности, вне зависимости от этажности и функционального назначения зданий необходимо специально организовывать (располагать и конструировать, обеспечивая при этом их ремонтпригодность).

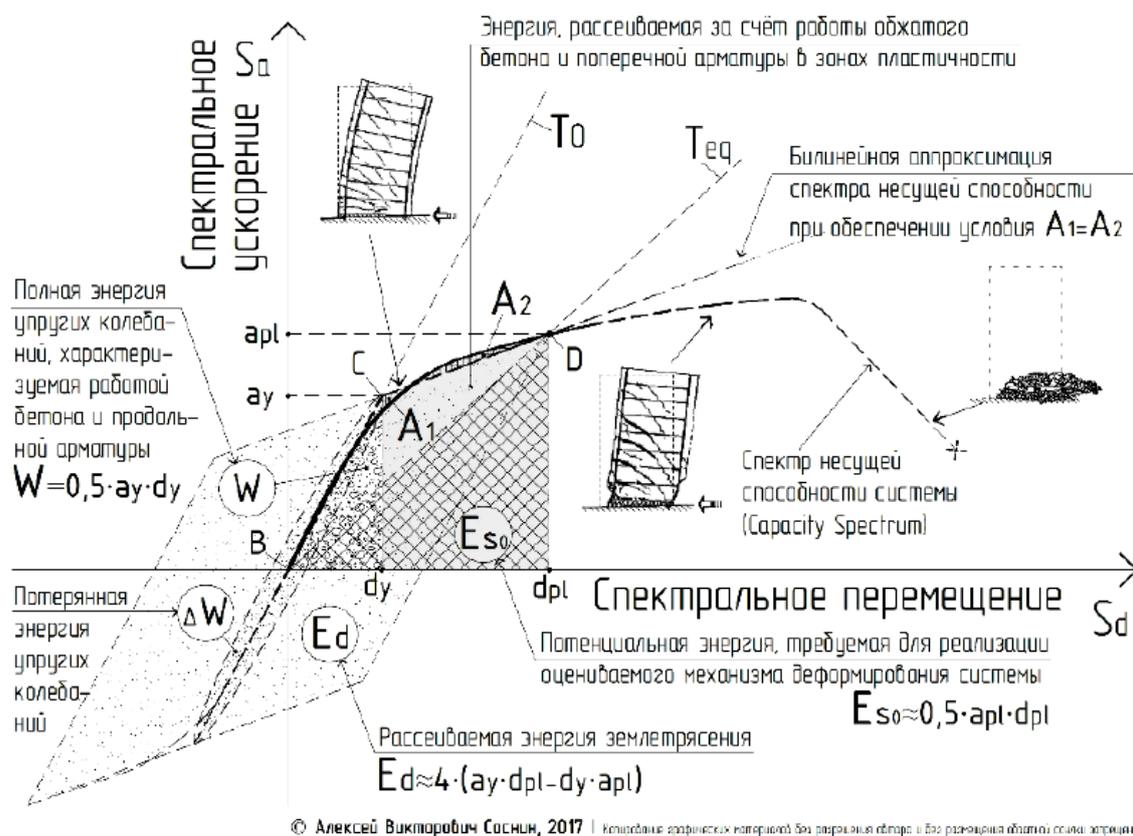


Рис. 6.1 – Схема распределения потенциальной энергии, затрачиваемой для реализации механизма пластического деформирования при действии сейсмических сил

Основной ошибкой обрушения зданий и сооружений является то, что не учитываются в основных несущих элементах конструктивные особенности зон пластичности. В связи с чем расчёты по пункту 5.2(б) СП 14.13330.2014 оказываются не под силу рядовому инженеру: «сейсмические нагрузки соответствуют уровню МРЗ (далее – максимальное расчетное землетрясение). Целью расчетов на воздействие МРЗ является предотвращение глобального обрушения сооружения или его частей, создающего угрозу безопасности людей. Формирование расчетных моделей сооружений следует проводить с учетом возможности развития в несущих и ненесущих элементах конструкций неупругих деформаций и локальных хрупких разрушений».

Практикующие специалисты и ученые в области сейсмостойкого строительства и теории сейсмостойкости сооружений на разных интеллектуальных площадках отмечают, что использование пары ПЗ-МРЗ внесло при актуализации СНиП II-7–81*много путаницы.

Специалисты отмечают, что лучше ввести для целей учёта связки ПЗ-МРЗ специальный коэффициент и согласовать его с уровнем ответственности системы (так сделано, например, в части 1 Индийских норм проектирования сейсмостойких конструкций IS 1893:2002, см. [44, с. 15] – А.С.).

Усиленное поперечное армирование на приузловых участках рассматривается в качестве конструктивного элемента, формирующего эффективное сечение тела зоны пластичности. При этом допускается принимать ее длину меньше полуторной высоты сечения элемента только при условии учета соответствующих характеристик материалов несущих конструкций и апробированных практикой криволинейных диаграмм состояния обжатого бетона (например, диаграммы Мандера [45]).

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		88

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При выполнении дипломной работы был предложен новый подход к расчету СН рамы МП с учетом ПЗ. При расчете использовали схематизацию материала уже на другом уровне, когда учитывали упрочнение, использовали ресурсы материалы. Получили в итоге более совершенную математическую модель. А также по результатам исследования была выпущена научная статья в сборнике «Наука ЮУрГУ 2019» на тему: «Учет пластических деформаций в расчете рам методом перемещений» (см. приложение 2).

Была определена максимальная допустимая нагрузка по МПР по А.А. Гвоздеву (1936) [2]. В результате чего определили, что полученная предельная нагрузка при длине ПЗ в диапазоне 15-20 см превышает предельную разрушающую нагрузку. При этом конструкция сохранила свою несущую способность. Предложенный расчет относится к сейсмостойким каркасам, так как там наличие ПЗ более эффективно и надежно, чем каркас без зон пластичности.

Основной особенностью предложенной методики является использование диаграммы деформирования с упрочнением. Она является ключевой при расчете СН рамы по МП в отличие от диаграммы Прандтля, которая показывает самую простейшую схематизацию материала, не учитывает упрочнение и Эффект Баушингера, названный по фамилии И.Баушингера, который обнаружил его при исследованиях каменной соли (эффект заключался в уменьшении сопротивления кристаллического материала пластической деформации после предварительной малой пластической деформации противоположного знака).

Понятие «зоны пластичности» не подкреплено каким-либо математическим аппаратом [42]. А в нашей дипломной работе были рассчитаны основные параметры, характеризующие ПЗ.

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		89

За счет того, что пластические деформации обладают способностью поглощать сейсмическую энергию, происходит обеспечение снижения воздействия на каркас, то есть пластическая зона работает как энергопоглотитель [11].

Использование билинейной диаграммы при построении ПЗ равного сопротивления позволяет рассчитывать предельные нагрузки, которые в зависимости от длины ПЗ по величине могут быть как выше, так и ниже разрушающих нагрузок, полученных в рамках ТПР;

Выполнение расчетов по предложенной методике позволяет более реально оценивать предельные нагрузки для заданных ПЗ и, тем самым, создавать более экономичные и более надежные конструкции;

Метод расчета при построении ПЗ равного сопротивления может быть рекомендован при проектировании сейсмостойких каркасов

В заключении можно сказать, что предложенный метод может быть использован в учебном процессе при изучении дисциплины «Нелинейные задачи строительной механики».

					<i>АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ</i>	<i>Лист</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		90

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Павленкова Н.И. Строение земной коры и верхней мантии Северной Евразии по данным сейсмического профилирования / Павленкова Н.И. // Сайт института физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук. – [tp://www.Ifz.ru/fundamentaℓ/stroenie-zemnoI-kory-I-verkhnei-mantII-severnoI-evrazII/](http://www.Ifz.ru/fundamentaℓ/stroenie-zemnoI-kory-I-verkhnei-mantII-severnoI-evrazII/)

2. Гвоздев, А.А. Расчёт несущей способности конструкций по методу предельного равновесия. Сущность метода и его обоснование /А.А. Гвоздев. – М.: Стройиздат, 1949.

3. СП 63.13330.2012. (СНиП 52-01-2003) Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения (Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003).– М.: ГУП ЦПП, 2012. – 128 с.

4. СП 16.13330.2017 Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81*.– М.: Минстрой России, 2017. – 148 с.

5. СП 14.13330.2018 Строительство в сейсмических районах. актуализированного СНиП II-7-81*.– М.: Минстрой России, 2018. – 200 с.

6. Филин, А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. Том II. Сопротивление материалов с элементами теории сплошных сред и строительной механики / Филин, А.П. – М.: Наука, 1978.– 616стр.

7. Партон, Механика Упругопластичного разрушения. / В.З. Партон, Е.М. Морозов. – 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука, Гл. ред. физ-мат. литературы, 1985. — 504 с.

8. <https://core.ac.uk/download/pdf/82609502.pdf> Xuemei Zhao^{1a}, Yu-Fei Wu^{1b}, A.Yt. leung¹ and Heung Fai lam¹ Plastic Hinge length In Reinforced Concrete Flexural Members

9. Paulay, T. Shear Effect on Plastic Hinges of Earthquake Resisting Reinforced Concrete Frames, Structural Concrete under Seismic Actions / T. Paulay, I.N. Bull

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		91

// Bulletin D, Information, Comité Euro-International du Béton, Paris, 1979, № 132, Pp. 165–172.

10. Пособие по расчету и конструированию стальных сейсмостойких каркасов многоэтажных зданий (в развитие СНиП РК 2.03-04-2001), Часть I., Мин-ва индустрии и торговли Респ. Казахстан (МИТ РК). – 2003, С. 52. Федас

11. Саркисов Д.Ю. Энергопоглотители. В кн.: Сейсмостойкость зданий и сооружений [Текст]: учеб. пособие для студентов специальности 271101 «Строительство уникальных зданий и сооружений» / автор-составитель Д.Ю. Саркисов. – Томск: Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2015. – с.133

12. Alhasawi, A. Co-rotational planar beam element with generalized elasto-plastic hinges / A. Alhasawi, P. Hengab, M. Hjlaja, S. Guezoula and oth. // Engineering Structures. – 2017. – Vol. 151. – P. 188-205.

13. Megalooikonomou K. G. Effect of yield penetration on column plastic hinge length / K. G. Megalooikonomou, S. P. Tastani, S. J. Pantazopoulou // Engineering Structures. – 2018. – Vol. 156. – P. 161–174.

14. Xue-Mei Zhao Analyses of plastic hinge regions in reinforced concrete beams under monotonic loading / Xue-Mei Zhao, Yu-Fei Wu, A.Y.T. Leung // Engineering Structures. – 2012. – Vol. 34. – P. 466–482.

15. Lopes S.M.R. Twist behavior of high-strength concrete hollow beams– Formation of plastic hinges along the length / S.M.R. Lopes, L.F.A. Bernardo // Engineering Structures. – 2009. – Vol. 31, № 1. – P. 138–149.

16. Benben Li Seismic performance assessment of flexure-dominate FRP-confined RC columns using plastic rotation angle / Benben Li, Kent A. Harries // Engineering Structures. – 2018. – Vol. 172. – P. 453–471.

17. Fang Yuan Modelling plastic hinge of FRP-confined RC columns / Fang Yuan, Yu-Fei Wu, Chun-Qing Li // Engineering Structures. – 2017. – Vol. 131. – P. 651–668.

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		92

18. Angelis A.De Evaluation of the plastic hinge length of steel-concrete composite beams under hogging moment /A.De Angelis, M.R.Pecce, G.Logorano // Engineering Structures. – 2019. – Vol. 191. – P. 674–685.

19. Osama Youssf Displacement and plastic hinge length of FRP-confined circular reinforced concrete columns / Osama Youssf, Mohamed A. ElGawady, Julie E.Mills // Engineering Structures. – 2015. – Vol. 101. – P. 465–476.

20. Muntasir Billah A.H.M. Plastic hinge length of shape memory alloy (SMA) reinforced concrete bridge pier /A.H.M. Muntasir Billah, M. Shahria Alam // Engineering Structures. – 2016. – Vol. 117. – P. 321–331.

21. Ata Babazadeh Evaluation of the critical plastic region length in slender reinforced concrete bridge columns /Ata Babazadeh, Rigoberto Burgueno, Pedro F.Silva // Engineering Structures. – 2016. – Vol. 125. – P. 280–293.

22. Paulay, T. Shear Effect on Plastic Hinges of Earthquake Resisting Reinforced Concrete Frames, Structural Concrete under Seismic Actions / T. Paulay, I.N. Bull // Bulletin D, Information, Comité Euro-International du Béton, Paris, 1979, № 132, Pp. 165-172.

23. Fang Yuan Effect of load cycling on plastic hinge length in RC columns / Fang Yuan, Yu-Fei Wu // Engineering Structures. – 2017. – Vol. 147. – P. 90–102.

24. Paulay, T. Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings / M.J.N. Priestly // John Wiley & Sons. –New York. – 1992.

25. Мкртычев, О.В. Проблемы учёта нелинейностей в теории сейсмостойкости (гипотезы и заблуждения) / О.В. Мкртычев, Г.А. Джинчвелашвили. – М.: изд-во МГСУ, 2012. – 192 с.

26. Проблемы учета нелинейностей в теории сейсмостойкости (гипотезы и заблуждения) : монография / О.В. Мкртычев, Г.А. Джинчвелашвили ; М-во образования и науки Росс. Федерации, Моск. гос. строит. ун-т. — 2-е изд. — Москва : МГСУ, 2014. — 192 с. (Библиотека научных разработок и проектов НИУ МГСУ).

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		93

27. Николаенко Н.А. Нелинейные динамические задачи теории сейсмостойкости пространственных конструкций. Сейсмостойкое строительство, 1974, вып. 5, с.50-54.

28. Николаенко Н.А., Назарова Ю.П., Ульянов С.В. Нелинейные динамические задачи пространственных конструкций в теории сейсмостойкости сооружений. Сейсмостойкость зданий и инженерных сооружений. Труды ЦНИИСК им Кучеренко, вып. 59, 1975, с. 49-87.

29. Николаенко Н.А., Ульянов С. В. Динамическая устойчивость нелинейных систем при случайных параметрических возмущениях. Исследования по теории сооружений, вып. XXI, М., 1975, с.29-50.

30. Сейсмостойкое строительство зданий /И.Л. Корчинский, Л.А. Бородин, А.Б. Гроссман и др.; под ред. И.Л. Корчинского. – М.: Высшая школа, 1971. – 320 с.

31. Гольденблат И.И., Николаенко Н.А. Поляков С.В., Ульянов С.В. Модели сейсмостойкости сооружений. М.: Наука, 1979, 294 с.

32. Николаенко Н.А. Современные проблемы и пути развития исследовательских работ в области теории сейсмостойкого строительства. Строительная механика и расчет сооружений, 1982, № 5, с. 44-48.

33. Назаров Ю.П. Аналитические основы расчета сооружений на сейсмические воздействия.-М.: Наука, 2010.-468 с.

34. Назаров, А. Г. Метод инженерного анализа сейсмических сил [Текст] / А. Г. Назаров. – Ереван : Изд-во АН АрмССР, 1959. – 286 с.

35. Назаров, Ю. П. Расчётные модели сейсмических воздействий [Текст] / Ю. П. Назаров. – Москва : Наука, 2012. – 414 с.

36. Основы теории сейсмостойкости сооружений: Учебное пособие/ А.А. Амосов, С.Б. Сеницын - М. : Издательство АСВ, 2001. - 96 с.

37. Айзенберг Я.М., Смирнов В.И., Акбиев Р.Т. Методические рекомендации по проектированию сейсмоизоляции с применением резинометаллических опор. М. : РАСС, 2008. 46 с.

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		94

38. Мкртычев О.В., Мкртычев А.Э. Анализ эффективности резинометаллических опор при строительстве высотных зданий в сейсмических районах // Вестник НИЦ «Строительство». 2010. № 2 (XXVII). С. 126—137.

39. Muntasir Billah A.H.M. Plastic hinge length of shape memory alloy (SMA) reinforced concrete bridge pier / A.H.M. Muntasir Billah, M. Shahria Alam// Engineering Structures. – 2016. – Vol. 117. – P. 321–331.

40. Eurocode 8 (EUR 25204 EN – 2012): Seismic Design of Buildings. Worked examples

41. Пособие по расчету и конструированию стальных сейсмостойких каркасов многоэтажных зданий (в развитие СНиП РК 2.03-04-2001), Часть I., Мин-ва индустрии и торговли Респ. Казахстан (МИТ РК). – 2003, С. 52.

42. Соснин, А.В. Методика двухстадийного расчета армирования элементов ж/бетонных каркасных зданий и сооружений на действие сейсмических сил с применением концепции нелинейного статического анализа. Часть 1: постановка задачи, структура методики, информационная база исследования и стратегия определения параметров зон пластичности/А.В. Соснин//Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2018. – Т.18, № 1. – С. 5-31.

43. Sosnin A.V. [About Dissipation Properties of Multi-Story RC Frame Buildings of Large-Scale-Construction Projects at Their Earthquake-Resistance Estimation]. Sovremennaya nauka i innovatsii [Modern Science And Innovations], 2017, no. 1(17). pp. 127–144 (in Russ.).

44. Jian S.K., Murty C.V.R. [Proposed Draft Provisions and Commentary on Indian Seismic Code IS1893 (Part 1. Criteria for Earthquake Resistant Design of Structures and Buildings. General provisions)], 2002. 158 p.

45. Mander J.B., Priestley M.J.N., Park R. [Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete]. Journal of Structural Engineering, ASCE Publ., 1988, vol. 114(3), no. 8, pp. 1804–1826.

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		95

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

«Код программы из системы MatLab»

```
clear, clc
delete(get(0, 'children'));
disp('НЕЛИНЕЙНЫЙ РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ')
disp('С УЧЕТОМ ПЛАСТИЧЕСКИХ ЗОН')
%
% Проводится упругопластический расчет статически неопред-й (СН) рамы по схематизированной
% диаграмме деформирования с упрочнением (билинейной диаграмме), характеризуемой двумя
% модулями упругости (E – на начальном участке и E0 – на участке упрочнения) и двумя
% напряжениями: пределом текучести (ему соответствует нормативное сопротивление Ryn) и
% пределом прочности (величина RB).
% Для рамы заданы: размеры элементов, соотношение жесткостей, модули упругости материала,
% номера прокатных профилей (для металла), внешняя нагрузка представляется в виде
% сосредоточенных сил, изменяющихся пропорционально одному параметру.
% Согласно метода перемещений (МП) основная система состоит из стандартных элементов –
% СН балок двух типов ("заделка – шарнир", "заделка – заделка"), для которых выполнен
% расчет на наличие пластических зон (ПЗ).
% Расчет выполняется в несколько этапов.
% ПЕРВЫЙ ЭТАП: упругий расчет. При заданной нагрузке на основе МП строится Mок и
% определяется наиболее опасное сечение в раме (напр., момент Mj в сечении j). Затем с
% помощью коэффициента k = M0j / Mj эпюра Mок "подтягивается" до предельного уровня:
% Mпр = k*Mок,
% где M0j = Ryn*WT (M0j – предельное значение момента в сеч. j; WT – пластический момент
% сопротивления).
% ВТОРОЙ ЭТАП: нелин-й расчет (1-я ступень нагруж.). Для того, чтобы реализовать нелин-ю
% работу конструкции проводим пропорц-е увелич. нагрузки малыми шагами, используя приближ.
% (итерационный) метод. Даем ступени нагружения (СН): dF, 2dF и т.д.
% По длине ПЗ формируются функции fi(ksi, kE), учитывающие нелинейную работу стандартных
% элементов, и коэфф-ты rij левой части системы канонических уравнений (СКУ) МП (свободные
% члены RiF в правой части остаются без изменения). После решения системы (Z1, Z2) и
% построения Mок по Mj > M0j определяется новое значение длины ПЗ: a(b). Это значение
% также усредняется с предыдущим: a2 = (a + a1) / 2 (или b2 = (b + b1) / 2) – вторая
% итерация в построении длины ПЗ и т.д. до тех пор, пока данная величина (длина ПЗ) не
% будет сходиться в "k"-й итерации к некоторому фиксированному знач по заданной точности:
% abs(ak - ak-1) <= eps, (1)
% где ak-1 – длина ПЗ в в "k-1"-й итерации.
% ТРЕТИЙ ЭТАП: нелин-й расчет (2-я ступень нагруж-я). Нагружение не след. выполнять в 2-х
% случаях, если: 1. в опасном сеч. момент на 10% превышает предельн. момент Mj >= 1,1M0j;
% 2. в некотором узлом сеч. "k", отличном от "j", изгибн. момент превышает предельный
% момент Mk >= M0k. В противном случае процесс нагружения продолжается: F+2dF = 1,02F.
% Для значения 1,02F формируются свободные члены RiF СКУ МП.
% Коэфф-ты rij левой части системы остаются такими же, как в последней итерации при 1-й
% СН и они, по-прежнему, зависят от нелинейной функции fi(ksi, kE). После решения системы,
% построения Mок и определения по Mj > M0j длины ПЗ: a(b) и ее усреднения, завершается
% 1-я итерация. 2-я итерация выполняется при измененном значении функции fi(ksi, kE) с
% учетом новой длины ПЗ, т.е. корректируется левая часть системы ур. МП (коэффициенты rij)
% при неизменных св. чл. RiF. И т.д. до сходимости итераций по условию (1).
% Процесс решения заканчивается:
% - при достижении такой длины ПЗ, которая задана по условию задачи;
% - либо при одновременном выполнении двух условий, указанных в начале 3-го этапа.
%
% Файл: ncdm.m (<n>onlinear, <c>alculation – расчет, <d>isplacement <m>ethod – МП)

% БЛОК 1: ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТЕРИАЛА РАМЫ
Ryn = 30.5; RB = 44; % Нормат. сопротивление., предел прочности – Кн/см2 сталь 09Г2
E = 2.1*10^4; g = 981; % E – модуль упруг.матер.– Кн/см2; ускор. своб. падения, см/с2
d02 = Ryn/E; dB = .21; % Относит. удлинения, соотв. пределу текучести и разрыву
E0 = (RB - Ryn)/(dB - d02); % E0 – модуль упругости на участке упрочнения – Кн/см2
kE = E0/E; % Отношение модулей упругости;

Jx = 19062; Wx = Jx./20; % 19062 (18930 Писаренко) – Моменты инерции и сопр. сеч. двут. № 40 (см4, см3)
M0 = Wx*Ryn; % Кн*см, предельно упругий момент в сечении стержня
B = E*Jx; B0 = E0*Jx; % Изгибн. жесткости в упруг. состоянии и при упрочн. – Кн*см2
F = 200; l = 200; % F ~ Кн, l ~ см

% БЛОК 2: УПРУГИЙ РАСЧЕТ СТАТИЧ. НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ МП
Mок = []; % Окончат. эпюра формируются при: 0,1F
r11 = 8; r12 = -1.5; r21 = r12; r22 = 1.5; % Коэффициенты перед неизвестными СКУ
R1F = -3/16; % Свободные члены СКУ
R2F = 0.1; end
K = [r11 r12; r21 r22]; % Матр-я форма СКУ: KZ=R, K – матр. жесткости
R = [R1F; R2F]; Z = K\R; % R, Z – вект. св.членов и перем.; решение СКУ
M = [1 -2 6 3 0; -1.5 1.5 0 0 0]'; % Матрица единичных эпюр
MF = [0 0 3/16 -5/32 0]'; % Грузовая эпюра
mom = M*Z + MF; Mок = [Mок mom]; % Окончател. эпюра; M*Z – исправл. эпюры
end
```

```

Mok = Mok*F*1;

% Предельная эпюра изгибающих моментов
kF = M0 / abs(Mok(4)); M1 = kF*Mok(:); F0 = F*kF; % F0 - нагрузка, соотв-я пред. эпюре
b11 = r11*B/1; b12 = r12*B/1^2; b21 = b12; b22 = r22*B/1^3; % Коэф. левой части СКУ
R1F = -3/16*F0*1; R2F = 0.1*F0; % Свободные члены СКУ
K = [b11 b12; b21 b22]; R = [R1F; R2F]; % Матрица жесткости и вектор своб. членов
Z = K\R; % Вектор неизвестных: решение по методу Гаусса: Z1 ~ рад, Z2 ~ см
M = [[1 -2 6 3 0]*B/1; [-1.5 1.5 0 0 0]*B/1^2]'; % Матрица единичных воздействий
MF = [0 0 3/16 -5/32 0]'*F0*1; % Грузовая эпюра
Mel = M*Z + MF; % Оконч.эпюра: соотв. упруг. решению при предел-м знач. M0 в опасном сеч.
%stop
%%{
% БЛОК 3: НЕУПРУГИЙ РАСЧЕТ
eps = 1e-4; pl_z = 0; v = 1/кЕ - 1;
Fi = F0; fi = F0; Mpi = Mel; Mp0 = Mel; mi0 = Mel; % Начальн.знач.нагрузки и эпюры мом.в нел-м расчете
Mb = M0*(1 + (RB/Ryn - 1)/1.18); cM = []; % Предельный разрушающий момент
Mb1 = M0 + (Mb - M0)/3; % Допустимый разруш-й момент (30% от превышения в зоне упрочнения)
m0 = 20; mj = m0; mst = 1; mend = 22; % Начальные значения параметров цикла по длине ПЗ
mk = 19; j = 1; u = .001; m1 = 5; m2 = 10; m3 = 15; % Расчет с одной ПЗ
j1 = 0; j2 = 0; j4 = 0; s = 0; s1 = 0; F1 = F0; % j1 - Число сужений параметров цикла for m
% Внешний цикл while обеспечивает возможность корректировки параметров цикла "for m"
while (abs(Mpi(2) < Mb1)), ap = []; % Опред. предельно допустимой длины ПЗ
if j1 == 0, Fi = F0; fi = F0; f0 = F0; Mp = Mel; else Fi = p0; fi = p0; f0 = p0; Mpi = Mp0; end
if mst == 1, P0 = F0; pz = []; end
% Цикл "for m" формирует заданные ПЗ, для кот. в цикле while опред. предельн. нагрузки Fi
for m = [m1 m2 m3 m0:mst:mend], mk = m - mst; % Цикл по длине ПЗ
c = Mp0(3); d = -Mp0(4); a = d/(c+2*d)*m; b = (c+d)/(c+2*d)*m; b1 = 0; a1 = 0;
if Mp0(3) > M0, b1 = 1/2*(1 - 2*M0/(c + d)) - a; a1 = 4*b1*(c + d)/(c - Mp0(1)); end
ak = a; bk = b; bk1 = b1; ak1 = a1; j3 = 0; % m = a + b - заданная длина ПЗ в центре ригеля
% БЛОК по опред. предельной нагрузки Fi (цикл выполняет приближение текущей ПЗ mk к заданной)
while (m - abs(mk)) > eps, % Опред. Fi, Mi по заданной длине ПЗ
alf = ak/1; bet = bk/1; alf1 = ak1/1/2; bet1 = bk1/1; % Относительные длины ПЗ
% Нелинейные функции: f1, f4
x = 1 + v*(1 + (.5 + alf)^3 - (.5 - bet)^3 - (1 - bet1)^3);
x1 = 1 + 2*v*(2*alf1 - 3*alf1^2 + 2*alf1^3) + v^2*alf1^4;
f1 = 1 / x; f2 = (1 + 4*v/5*(6*bet1-9*bet1^2+4*bet1^3+3*alf^2+4*alf^3))/x;
f3 = (1 + 2*v/11*(1 + 12*bet1 - 6*bet1^2 + 6*alf + 6*alf^2 - (1-2*bet)^3))/x;
f4 = (1 + v/3*(1 + 12*bet1^2 - 8*bet1^3 + 6*alf - 8*alf^3 - (1-2*bet)^3))/x;
% Формирование массива нагрузок fi со ступенями нагружения (СН) dF
if mst <= .2, qq = 2; end, if m == 21, qq = 2; end
dF = mst*u*f0;
Fi = [Fi dF]; ai = sum(Fi); fi = [fi ai]; % Итерации по СН dF
% Формирование коэффициентов и правых частей СКУ с учетом наличия ПЗ
b11 = (2 + 6*f1)/1; b12 = -1.5/1^2; b21 = b12; b22 = 1.5/1^3;
dR1F = -3/16*f4*dF*1; dR2F = 0.1*dF; % Приращения правой части СКУ
% Формирование и решение СКУ
dK = [b11 b12; b21 b22]*B; % Матрица жесткости упругопластической рамы
dR = [dR1F; dR2F]; dZ = -dK\dR; % Вектор dR правой части СКУ и решение системы
% Матрица единичных эпюр Mi и приращение грузовой эпюры dMF
Mi = [[-1 2 -6*f1 -3*f1 0]; [1 -1 0 0 0]]*1.5/1/2]*B/1; %
dMF = [0 0 6*f4 -5*f2 0]'*dF*1/32;
% Построение эпюры dM приращений изгибающих моментов (ПриЗМ) на каждой СН
dM = Mi*dZ + dMF; % dM - эпюра ПриЗМ в нелинейном процессе
mi = Mpi + dM; Mp = [Mp mi]; % mi - суммарная эп. с учетом предыд. нагружений Fi
Mpi = mi;
c = mi(3); d = -mi(4); d1 = fi(end)*1/4; del = d1 - (c/2 + M0);
z = (c + 2*d)/(c + d); mk = del*1*z/d/2; bk = mk/z; ak = mk - bk; pl_z = [pl_z mk];
if c > M0, cM = [cM c]; cm = min(cM); j2 = j2 + 1; break, end % min из всех M2, больших M0
j3 = j3 + 1;
end, %ap = [ap ai],
if (j1 == 0)&(c < M0), P0 = [P0 ai]; mi0 = [mi0 mi]; pz = [pz mk]; end
if (c < M0), Mp0 = mi; p0 = ai; end
j3_mk_c_M0 = [j3 mk c M0], pl_z = []; % Для заданной ПЗ получены внешние силы F и внутр-е усилия (эпюра
моментов Mpi)
if (M0 - abs(c)) < 0, s = m; s1 = mst; break, end % Если "ДА", момент в сеч.2 > M0
end,
mm = [m0:mst:mend]' % Конец цикла "for m" выполняется переход к следующей ПЗ
disp('-----')
% БЛОК по сужению границ интервала, определяющего длину ПЗ, в цикле "for m"
disp('Сужение границ интервала в цикле "for m" по определению длины ПЗ')
if (M0 - abs(c)) < 0, m0 = s - s1; mend = s; mst = s1/5; m0 = m0 + mst; j1 = j1+1;
mmm = [m0:mst:mend]', if j1 > 5, mi, j1, mk, break, end
end % Сужение области: назначение новых параметров цикла
if j1 > 0, m1 = []; m2 = []; m3 = []; end
if abs(M0 - cm) < eps, Pz = [mk b1 a1]; F1 = fi(end); M1 = Mpi; m0 = mend; mst = 1; mend = 19; break, end
disp('-----')
end, pz = [0 pz mk], P0 = [P0 ai]; mi0 = [mi0 mi]*1e-04; mi0(5, :) = [];
M2 = [[0 0 0 0]' mi0]; P2 = [0 P0];
disp('Мин. из всех изг. моментов в сеч.№2, больших M0; невязка')
Mmin_delta = [cm abs(M0 - cm)]
sig_max = Ryn + (-mi(4)-M0)/Wx; (RB-sig_max)/RB*100 % Напряжения
m_max = -mi(4); (Mb-m_max)/Mb*100 % Моменты
kM = m_max/M0; kMb = Mb/M0; ksig = sig_max/Ryn; kRb = RB/Ryn; kM_ksig = [kM kMb ksig kRb]

% Графическая обработка результатов
mel = Mel*1e-04; mel(2) = []; mp = Mp; mp(2, :) = []; m0 = ones(1, 7)*mel(3);
a1 = 'Длина ПЗ, см'; a2 = 'Номера сечений'; a3 = 'Нагрузка, кН'; b1 = 'Mmax*1e+4, кН*см';

```

```

x = [1:4]; x0 = [1 4]; x1 = [0 mk]; v = [mel(3) mel(3)]; v0 = [0 0]; v1 = [-mel(3) -mel(3)];
Mp1 = mp(1:4, end)*1e-04; Mmax = [mel(3) Mp1(3)]; Mb0 = [Mb1 Mb1]*1e-04; Mb2 = [Mb Mb]*1e-04;
figure,
plot(x,mel,'--k', x,Mp1,'-r',x0,v0,'-k', x0,v,'--r', x0,-v,'--r', x0,Mb0,'--k', x0,-Mb0,'--k', x0,Mb2,'--k')
grid, xlabel(a2)
title('Эпюра моментов  $M_p \cdot 1e+4$  для ПЗ:  $d = 30$  см')
figure, plot(pz, P0, 'o-r', pz, ones(1, 6)*866, '*-k'), grid, xlabel(a1), ylabel('кН')
title('Предельная нагрузка для соответствующих ПЗ, кН')
figure, plot(pz, m10, 'o-', x1,-v,'--r', x1,v,'--k'), grid, xlabel(a1), ylabel(b1)
title('Зависимость моментов от нагрузки,  $M_i \cdot 1e+4$ , кНсм')
figure,
plot(P2, M2(1,:), 'o-', P2, M2(2,:), 'o-', P2, M2(4,:), 'o-', [F0 F0], [-4 3], '--r', P2, -m0, '--k', P2, m0, '--k')
grid, xlabel(a3), ylabel(b1)
%%}

disp('КОНЕЦ ЗАДАЧИ')

```

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		98

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

«Научная статья в сборнике “Наука ЮУрГУ 2019”»

УДК 624.042.8:534.1

УЧЕТ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ В РАСЧЕТЕ РАМ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

А.Н. Потапов, О.В. Карамышева, Р.А. Федас

Предложен метод расчета статически неопределимых рам с учетом пластических деформаций. Расчет основан на использовании диаграммы материала с упрочнением, приводящий к появлению пластической зоны (ПЗ). При реализации метода перемещений (МП) используются (как и при упругом решении задачи) два типа стандартных балок, но с тем отличием, что стандартные балки содержат ПЗ. Для обоих типов балок выполнены расчеты на все единичные и грузовые воздействия. Расчет рамы состоит из двух этапов. На упругом этапе определяются НДС системы и нагрузка, соответствующие предельно-упругому состоянию эпюры моментов. Пластический этап расчета выполняется при заданной длине ПЗ по методу последовательных нагружений. На каждой ступени нагружения приращение изгибающих моментов связывается с приращением нагрузки и вычисляется длина ПЗ.

Ключевые слова: метод перемещений, предел текучести, напряжение, пластическая зона, изгибающий момент, жесткость.

Введение. Учет упругопластических деформаций проводится, как правило, в рамках теории предельного равновесия (ТПР), которая основана на представлении идеальной упругопластической работы материала, описываемой диаграммой Прандтля. Разработка теории, проведенная советским ученым Гвоздевым А.А. [1], позволила создать эффективные методы расчета и

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		99

проектирования многих конструкций, особенно ж\бетонных конструкций. Положения этой теории вошли в основные нормативные документы [2, 3].

Согласно диаграмме Прандтля, напряжения материала конструкции в наиболее нагруженном элементе не могут превышать предела текучести и в случае увеличения нагрузки будет происходить перераспределение внутренних усилий от более нагруженных элементов к менее нагруженным, где пластическое состояние еще не достигнуто. При этом предполагается, что в изгибаемом элементе, достигшем предельного равновесия, поперечное сечение полностью находится в пластическом состоянии, а соседние с ним сечения находятся в упругопластическом состоянии.

В статье предлагается новый подход к расчету статически неопределимых рам, основанный на физически нелинейной работе материала, подчиняющейся диаграмме деформирования с упрочнением или билинейной диаграмме (Рис. 1). Согласно этой диаграмме, при появлении предельного состояния в каком-либо сечении конструкции дальнейшее увеличение нагрузки будет приводить к увеличению внутренних усилий и напряжений, превышающих величину предела текучести (Рис. 2, а). Тогда в окрестности рассматриваемого сечения

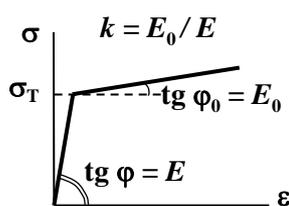


Рис. 1. Диаграмма деформирования линейно упрочняющегося материала

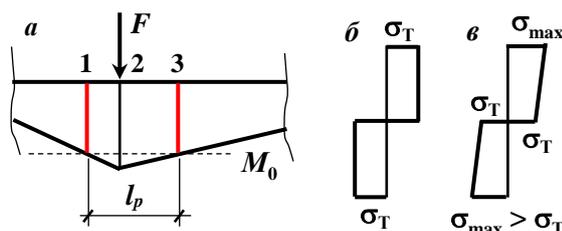


Рис. 2. Состояние текучести в несущем элементе: а – ПЗ в области сечения 2; б – напряжения в сеч. 1 и 3; в – то же в сеч. 2

будет возникать пластическая зона (ПЗ) некоторой длины l_p , на границах которой напряжения соответствуют предельному пластическому напряжению (сечения 1 и 3, Рис. 2, б). Эти границы определяются уровнем предельного пластического момента M_0 [4]. Внутри этой зоны нормальные напряжения $\sigma_{max} > \sigma_T$ (Рис. 2, в).

В научной литературе понятие ПЗ используется, главным образом, в сейсмостойком строительстве. Впервые понятие ПЗ было введено в работе Полая и Булла [5] при расчете ж\бетонных сейсмостойких каркасов. Специалистами давно подмечено, что пластические деформации обладают способностью поглощать энергию сейсмических воздействий, преобразуя ее в тепловую энергию и затем рассеивая в окружающую среду. Вследствие этого

обеспечивается снижение сейсмического воздействия на каркас, т.е. конструкция работает как энергопоглотитель.

Разработки по ПЗ вызвали большой интерес у специалистов; они получили закрепление в кодах США и других стран [6–8]. Разработки касаются вопросов, связанных с параметрами ПЗ (длины, места расположения ПЗ в конструкции, количество ПЗ) [9–13]. В России и на постсоветском пространстве данная проблема также нашла свое отражение [14–16]. Отметим, что как за рубежом, так и в России, понятие ПЗ рассматривается вне связи с упрочняющимся материалом. Под ПЗ понимается зона равного сопротивления [15], построение которой основано на ТПР. В контексте с билинейной диаграммой понятие ПЗ в научной литературе не обнаружено.

Основная идея подхода. Для учета ПЗ на основе бидиагональной диаграммы в качестве расчетного алгоритма используется МП. При проектировании строительных конструкций напряжения выше предела текучести не допускаются, поэтому при конструировании ПЗ необходимо проведение специальных мероприятий по ее преобразованию в пластическую зону равного сопротивления (ПЗРС). Решение этой задачи должно быть встроено в расчетный алгоритм и выполняться параллельно с нелинейным процессом по определению предельной нагрузки.

При нелинейном расчете статически неопределимых рам МП, также как и в классическом варианте этого метода, используются стандартные стержни с двумя типами закреплений: «заделка – шарнир» и «заделка – заделка», которые должны быть рассчитаны на различные виды единичных и грузовых воздействий. В отличие от классического варианта, расчеты этих стержней должны проводиться с учетом ПЗРС. При этом зоны должны описываться специальными функциями, зависящими от ряда параметров: относительной длины зон, их расположения в пролете и физико-механические свойства материала.

Для практической реализации МП в нелинейном расчете рамы требуется ввести две дополнительные предпосылки помимо тех, которые известны в классическом варианте метода, ориентированного на линейный расчет.

Первая предпосылка полагает, что *переход от предельно-упругой эпюры напряжений к предельной пластической эпюре происходит мгновенно*. Иначе говоря, предельно-упругая эпюра в момент ее появления заменяется на предельную пластическую эпюру напряжений. Точно также предельно-упругий момент M_{el} заменяется на предельный пластический момент M_0 .

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		101

Вторая предпосылка регламентирует жесткость стержня на участке с упругопластическими деформациями, расположенном между предельно упругой и предельной пластической эпюрами напряжений и принимается равной E_0I (E_0 – модуль упрочнения). Т.е. реальная жесткость переменной величины заменяется заниженной постоянной жесткостью E_0I (Рис. 1).

Обе предпосылки упрощают расчет, а вторая предпосылка работает в запас прочности конструкции, так как идеализация жесткости в сторону ее снижения на участке с реальными упругопластическими деформациями приводит к недооценке (снижению) предельной нагрузки (действительная предельная нагрузка будет выше расчетной предельной нагрузки).

Расчет рамы состоит из двух самостоятельных этапов (упругого и пластического). Упругий этап расчета проводится при заданных нагрузках F и геометрических размерах рамы. Он включает построение эпюры изгибающих моментов M , нахождение опасного сечения с максимальным моментом M_{\max} и соотношения

$$m = M_{el} / M_{\max}. \quad (1)$$

По коэффициенту m строится предельно-упругая эпюра моментов и предельная нагрузка

$$M_{lin} = mM, \quad F_0 = mF. \quad (2)$$

На эпюре M_{lin} все сечения являются упругими, кроме одного сечения (в силу первой предпосылки) с максимальным моментом, равным M_0 .

Пластический этап расчета проводится при заданной длине l_p с использованием методики последовательных нагружений. Для ступеней нагружения dF_0 в основной системе МП строятся эпюры приращений моментов. Для первой ступени нагружения длину l_{p1} ПЗРС можно принять из характера распределения усилий, например, для эпюры M_{lin} , умноженной на коэффициент $n = 1 + dF_0 / F_0$. На основе вычисленных поправочных (нелинейных) функций $f_{j1}(\alpha, k)$, где $\alpha = l_{p1}/l$, $k = E_0/E$, l – длина балки, формируются коэффициенты системы канонических уравнений и правые части уравнений от приращений внешней нагрузки dF_0 . После решения системы и получения эпюры приращений моментов dM_{p1} , строятся результирующие эпюра: $M_{p1} = M_{lin} + dM_{p1}$ и предельная нагрузка: $F_{p1} = F_0 + dF_0$. Из эпюры M_{p1} по наибольшему значению момента ($M_{\max} > M_0$) вычисляется длина l_{p2} ПЗ и функций $f_{j2}(\alpha, k)$ для следующей итерации во второй ступени нагружения. В

						АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			102

каждой i -й итерации строятся: эпюра приращений моментов dM_{pi} , результирующая эпюра, результирующая предельная нагрузка:

$$M_{pi} = M_{p,i-1} + dM_{pi}, \quad F_{pi} = F_{p,i-1} + dF_0 \quad (3)$$

и длина $l_{p,i+1}$ ПЗ. Процесс нагружения протекает до тех пор, пока найденная величина не достигнет заданной длины l_p в соответствии с неравенством:

$$(l_p - l_{p,i+1}) \leq \text{eps}. \quad (4)$$

Пластические зоны равного сопротивления. При деформировании каркасов, вызванным сейсмическим воздействием, ПЗ возникают в горизонтальных несущих элементах каркаса – ригелях (Рис. 3). Максимальные изгибающие моменты возникают в концевых частях ригелей. Поскольку регламенты не допускают наличия пластических деформаций в узлах элементов конструкций, то ПЗ проектируют на некотором расстоянии b от колонны, т.е. создаются зоны усиления, где несущая способность ригеля обеспечивается за счет его повышенной жесткости [15, 16].

Так как эпюра моментов имеет линейный закон (Рис. 3), то для создания ПЗРС также принимается линейный закон изменения момента инерции

$$I_x = I \frac{x}{l(1-\beta-\alpha)}. \quad (5)$$

Данная зависимость момента инерции в пределах длины ПЗ обеспечивает в этой зоне равную несущую способность с напряжениями σ_T .

Предложенный подход иллюстрируется примером статического расчета двухэтажного каркаса на действие горизонтальных сил, моделирующих

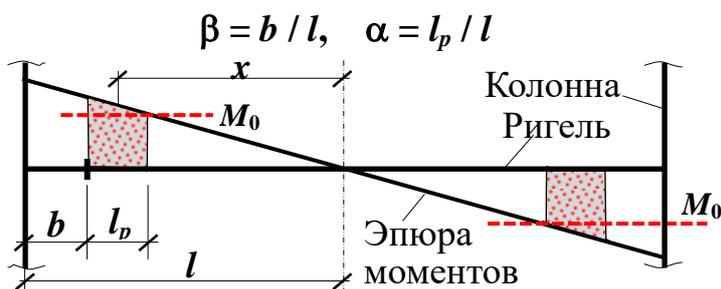


Рис. 3. ПЗ в ригеле сейсмостойкого каркаса
сейсмическое воздействие.

Пример. Расчетная схема 2-этажной стальной рамы представлена на рисунке 4,а ($F = 75$ кН, $l = 450$ см, $h_1 = 1.9l$, $h_2 = 1.6l$). Материал рамы – сталь 09Г2. Горизонтальные элементы – ригели изготовлены из двутавра № 40 ($I_x =$

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		103

19062 см⁴; $W_x = 953,1$ см³); вертикальные элементы квадратного сечения 30×30 см² выполнены из 4-х равнобоких уголков № 14 ($d = 12$ мм).

Характеристики прочности и деформативности: $\sigma_T = 305$ МПа, $\sigma_B = 440$ МПа, остаточное удлинение при разрыве $\delta_B = 0,21$. Модуль упругости материала $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, модуль упругости на участке упрочнения материала $E_0 = (\sigma_B - \sigma_T) / (\delta_B - \sigma_T / E) = 647,33$ МПа. Отсюда предельно-упругий момент $M_{el} = W_x \sigma_T = 328,82$ кН·м (согласно первой предпосылке $M_{el} = M_0$); изгибные жесткости стержней $EI = 40030,2$ кН·м², $E_0I = 123,4$ кН·м².

Предварительный расчет показывает, что наибольшие изгибающие моменты возникают в концевых частях ригеля 1-го этажа. ПЗ проектируется на расстоянии $b = 0,05l$ от узла (зона усиления с жесткостью $2EI$, Рис. 4, а).

Цель примера: показать, как определяются предельные нагрузки F_p для заданных длин l_p ПЗРС с использованием МП. Рассматриваются длины ПЗ от 5 см до 35 см, кратные шагу 5 см.

Ввиду симметрии рамы, основная система МП имеет четыре неизвестных – два угловых и два линейных перемещения Z_k (Рис. 4, б). Нумерация

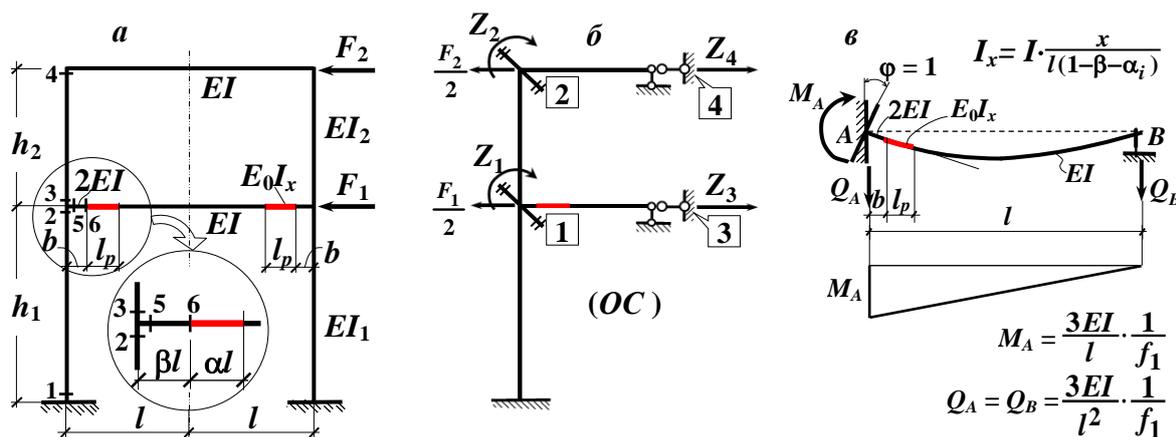


Рис. 4. Расчетная схема 2-этажного каркаса с ПЗ в ригеле первого этажа (а); б – основная система МП с учетом симметрии каркаса; в – деформированное состояние балки с ПЗ при единичном повороте жесткого узла

дополнительных связей показана цифрами в квадратиках.

Расчет стандартной балки при единичном повороте заделки (Рис. 4, в) выполнен для момента инерции (5) на участке длиной l_p . Поправочная функция f_1 в выражении момента M_A содержит величину δ_{pi} , которая отвечает за податливость на данном участке с переменной жесткостью:

$$\delta_{pi} = \int_{l-b-l_{pi}}^{l-b} \frac{x^2 dx}{E_0 I_x} = \int_{l-b-l_{pi}}^{l-b} \frac{x(1-\beta-\alpha_i) dx}{E_0 I} = \frac{l^3}{3EI} \cdot v_{pi},$$

где

$$v_{pi} = 3\alpha_i(1 - \beta - \alpha_i)(1 - \beta - \alpha_i / 2)/k. \quad (a)$$

Момент M_A и функция f_1 имеют вид

$$M_A = \frac{3EI}{l} \cdot \frac{1}{f_1}, f_1 = (1 - \alpha_i)^3 - [1 - (1 - \beta)^3]/2 - 3\alpha_i\beta(\alpha_i + \beta - 1) + v_{pi}, \quad (б)$$

где: $\beta = b / l$, $\alpha_i = l_{pi} / l$, $k = E_0 / E$. Относительная длина α_i ПЗ формируется в нелинейном процессе на каждой i -й ступени нагружения.

Из предварительного расчета рамы (при $F = 75$ кН) следует, что все сечения отвечают упругому состоянию, а наибольшие напряжения соответствуют сечению 6 (Рис. 4, а) с изгибающим моментом $M_6 = 277,93$ кН·м. Вычислив коэффициент (1) $m = M_0 / M_6 = 1,183$, по итогам упругого расчета будем иметь эпюру моментов (2) M_{lin} с моментом $M_0 = 328,82$ кН·м (в сечение 6) и предельную нагрузку $F_0 = 88,73$ кН. Эпюра M_{lin} условно показана на рисунке 5 на левой половине рамы. Ее особенностью является то, все сечения рамы работают упруго (хотя по 1-й предпосылке принято, что сечение 6 полностью находится в области пластической деформации).

В нелинейном расчете принималась ступень нагружения $dF = 0,01F_0$. Система канонических уравнений при i -й ступени нагружения, имеет вид:

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{1dF} \\ R_{2dF} \\ R_{3dF} \\ R_{4dF} \end{bmatrix} = 0,$$

где: $r_{11} = (4,145 + 3 \cdot \frac{1}{f_1}) \frac{EI}{l}$, $r_{12} = 1,125 \frac{EI}{l}$, $r_{13} = 0,614 \frac{EI}{l^2}$, $r_{14} = -2,109 \frac{EI}{l^2}$,

$r_{22} = 5,25 \frac{EI}{l}$, $r_{23} = -r_{14}$, $r_{24} = r_{14}$, $r_{33} = 4,211 \frac{EI}{l^2}$, $r_{34} = -2,637 \frac{EI}{l^3}$, $r_{44} = -r_{34}$;

$$R_{1dF} = R_{2dF} = 0, \quad R_{3dF} = -0,5dF, \quad R_{4dF} = dF.$$

Нелинейный процесс зависит только от коэффициента r_{11} , содержащего поправочную функцию f_1 . В ходе итераций при отыскании предельной нагрузки для заданной длины l_p происходит корректировка параметров α_i , v_{pi} в (а), (б) и функции f_1 пока не удовлетворится неравенство (4).

На правой половине рамы (Рис. 5) показаны эпюры изгибающих моментов для ПЗРС с длиной $l_p = 15$ см (синий цвет линий) и с длиной $l_p = 30$ см (зеленый цвет линий). При длине l_p , равной 20 см и более, ПЗ появляются в сечениях 4 и 1 (стойки рамы), а также в ригеле 2-го этажа.

На рисунке 6 дана общая картина изменения предельных нагрузок в

					АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		105

зависимости от длин ПЗ. Уровень разрушающей нагрузки, полученной по методу предельного равновесия, на 10,2 % выше предельной нагрузки для ПЗ длиной $l_p = 15$ см (черная горизонтальная прямая). Однако, он ниже уровней предельных нагрузок для зон длиной l_p более 21 см (синяя горизонтальная прямая на рисунке соответствует длине $l_p = 30$ см). Это свидетельствует о

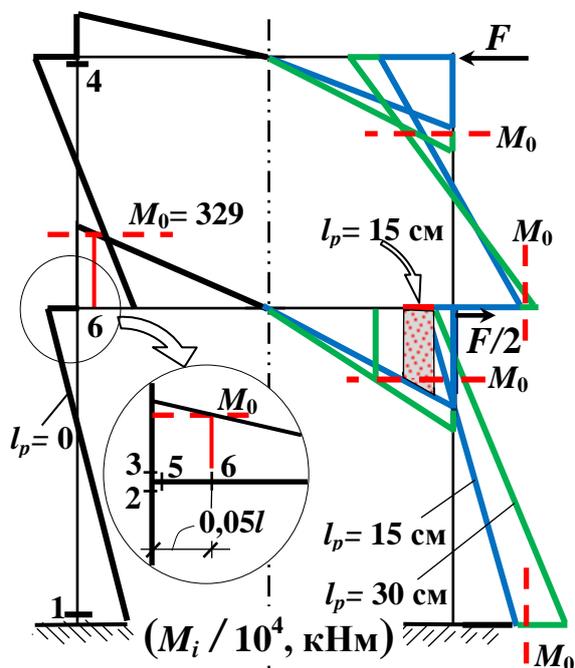


Рис. 5. Эпюры изгибающих моментов при длине ПЗ: $l_p = 0$ (черный цвет); $l_p = 15$ см (синий цвет); $l_p = 30$ см (зеленый цвет)

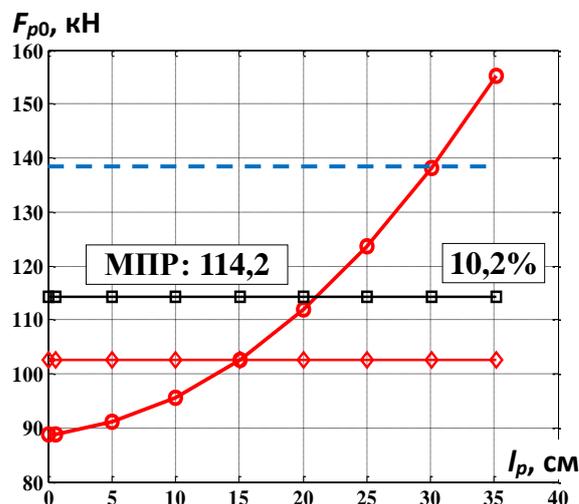


Рис. 6. Предельные нагрузки для соответствующих ПЗ

новых возможностях предложенного подхода и скрытых резервах материала конструкции при учете свойств упрочнения.

Выводы

1. Использование билинейной диаграммы при построении ПЗ равного сопротивления позволяет рассчитывать предельные нагрузки, которые в зависимости от длины ПЗ по величине могут быть как выше, так и ниже разрушающих нагрузок, полученных в рамках ТПР;
2. Выполнение расчетов по предложенной методике позволяет более реально оценивать предельные нагрузки для заданных ПЗ и, тем самым, создавать более экономичные и более надежные конструкции;
3. Метод расчета при построении ПЗ равного сопротивления может быть рекомендован при проектировании сейсмостойких каркасов;
4. Предложенный метод может быть использована в учебном процессе при изучении дисциплины «Нелинейные задачи строительной механики».