

УДК 624.042.8:534.1

ВРЕМЕННОЙ АНАЛИЗ РЕАКЦИИ КОНСТРУКТИВНО НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

А.Н. Потапов

Предложены математические модели колебаний конструктивно-нелинейной системы при действии динамических сил. Расчётная модель конструкции представлена в виде дискретной диссипативной системы. Дан анализ колебаний при внезапном выключении связи. Уравнения реакции исходной и повреждённой системы записаны с единых позиций на основе теории временного анализа. Расчётный алгоритм иллюстрируется примером.

Ключевые слова: конструкция, связь, реакция, разрушение, перемещение, жесткость, матрица, вектор.

Введение. Работа конструкции в условиях интенсивных динамических воздействий (удары, импульсы и т.д.) зачастую связана с выключающимися (разрушающимися) связями, что приводит к изменению расчётной схемы сооружения в процессе колебаний и характеризует систему как конструктивно нелинейную [1]. Выключение связи – деструктивный процесс, изменяющий соотношение между внутренними и внешними силами, ведущий к нарушению баланса сил системы. Поэтому от последней требуется быстрая перестройка внутренних сил, направленная на сохранение её целостности.

В настоящее время пока еще не создано строго обоснованной теории, позволяющей с единых научных позиций объяснить (и моделировать) происходящие процессы в конструктивно нелинейных системах, что является серьёзным препятствием в создании эффективных методов решения прикладных задач динамики повреждённых систем. В нормативных документах практически отсутствуют методы расчёта сооружений при их внезапных повреждениях, в то время как, вопросы безопасности сооружений требуют от специалистов оценок, обеспечивающих необходимый уровень надёжности строительных конструкций [1, 2]. Поэтому разработка аналитических методов построения динамической реакции системы, учитывающих эффект разрушения связей, представляется исключительно важной и актуальной задачей.

В статье приведен вывод основных уравнений и анализ работы системы, находящейся до выключения связи в процессе колебаний. Случай, когда система до разрушения связи находилась в положении статического равновесия, рассмотрен в статье [3]. Все построения разрешающих уравнений реакции системы осуществлены в рамках теории временного анализа дискретных диссипативных систем (ДДС), основанной на исследовании характеристического матричного квадратного уравнения (МКУ) [4].

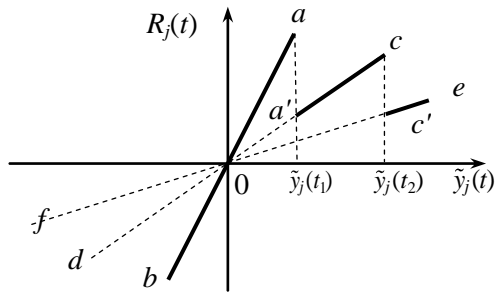


Рис. 1. Диаграмма деформирования j -го конструктивно-нелинейного элемента системы

1. Диаграмма деформирования и основные соотношения. При выключении связи жёсткость j -го конструктивно нелинейного элемента системы внезапно изменяется, переходя с одного уровня на другой. На диаграмме деформирования «Восстанавливающая сила – относительное перемещение»: $R_j(t) \sim \tilde{y}_j(t)$ (рис. 1) показаны уровни жёсткости j -го элемента в моменты выключения связей при t_1, t_2, \dots . Уровни определяются тангенсами углов наклона прямых ab, cd, ef, \dots к горизонтальной оси. Прохождение прямых через начало координат говорит об упругом процессе колебаний системы в каждом состоянии. Скачки в восстанавливающих силах на диаграмме, появившиеся вследствие выключения связей и снижения жёсткости, не создают разрывов в относительных перемещениях j -го конструктивного элемента. Эти свойства непрерывности относительных перемещений данного элемента передаются в целом и на абсолютные перемещения узлов всей системы.

В общем случае колебаний ДДС с конструктивно нелинейными элементами уравнение движения на отдельных интервалах времени, например при $t \in [t_1, t_2]$ (рис. 1), формируется по аналогии с линейной системой [4]. В момент выключения связи при t_1 происходит смена начальных условий и замена «старых» параметров РДМ – матриц масс $M(t_0)$, демпфирования $C(t_0)$ и жёсткости $K(t_0)$, построенных при t_0 и соответствующих прямой ab на диаграмме деформирования, на «новые» параметры – $M(t_1), C(t_1), K(t_1)$, формируемые при t_1 и соответствующие прямой cd . В дальнейшем будем считать, что характеристики инерции при выключении связи остаются неизменными: $M(t_0) = M(t_1) = M$. Кроме того, для первоначального линейного участка диаграммы деформирования (прямая ab) с целью упрощения записи в обозначении матриц принимаем $C(t_0) = C, K(t_0) = K$.

Проведём подробный анализ реакции такой системы на интервалах времени $t \in [t_0, t_1]$ и $t \in [t_1, t_2]$. Пусть при $t \in [t_0, t_1]$ все j -е конструктивные элементы расчётной модели работают линейно, тогда уравнение движения (1) в рамках линейной модели вязкого сопротивления и начальные условия (2) динамической задачи принимают вид:

$$M\ddot{Y}(t) + C\dot{Y}(t) + KY(t) = f(t), \quad (1)$$

$$Y_0(t_0) = Y_{st}, \quad \dot{Y}_0(t_0) = 0, \quad (2)$$

где $M = \text{diag}(m_1, \dots, m_n)$, $C = C^T$, $K = K^T$; $Y(t), f(t) = Q + P(t)$ – векторы перемещений и внешней статической Q и динамической $P(t)$ нагрузки.

Векторы начальных перемещений и скоростей имеют вид (2), если до динамического воздействия система находилась в положении статического равновесия, определяемом вектором статических перемещений Y_{st} :

$$Q = KY_{st}. \quad (3)$$

В противном случае начальные условия имеют более общую форму записи: $Y_0(t_0) = Y(t_0)$, $\dot{Y}_0(t_0) = \dot{Y}(t_0)$.

Построение фундаментальных решений однородного дифференциального уравнения, вытекающего из (1), связано с матричной функцией $\Phi(t) = e^{St}$. Здесь S удовлетворяет характеристическому МКУ, являющимся уравнением движения собственных форм:

$$MS^2 + CS + K = 0. \quad (4)$$

Решение этого уравнения представляется в виде корневой пары:

$$S_{1,2} = M^{-1}(-C + V \pm U) / 2,$$

где $V = -V^T$, $U = U^T$.

Для упругой ДДС с малой диссипацией элементы матриц V , U являются соответственно вещественными и мнимыми, поэтому корни $S_{1,2}$ – комплексно сопряжённые ($S_1 = S$, $S_2 = \bar{S}$):

$$S = M^{-1}(-C + V + U) / 2, \quad \bar{S} = M^{-1}(-C + V - U) / 2. \quad (5)$$

Матричные корни (5) отвечают за внутренние динамические характеристики системы. На их основе строятся фундаментальные матрицы $\Phi(t) = \exp(S t)$, $\bar{\Phi}(t) = \exp(\bar{S} t)$, с помощью которых формируется решение однородного дифференциального уравнения движения в (1). Поскольку показатель степени экспоненты (матрица S) содержит действительную и мнимую части, соответственно: $M^{-1}(-C + V) / 2$ и $M^{-1}U / 2$, то S оказывает существенное влияние на характер движения динамической системы в целом. Мнимая часть S определяет колебательное движение узлов дискретной системы, действительная – отвечает за условия демпфирования.

2. Реакция системы при разрушении связи. По аналогии с [3] уравнения реакции неповреждённой ДДС на интервале $t \in [t_0, t_1]$ при действии $f(t) = Q + P(t)$ запишутся в виде:

$$\left. \begin{aligned} Y(t) &= 2\operatorname{Re} \{ X(t) \} + Y_{st}, & \dot{Y}(t) &= 2\operatorname{Re} \{ SX(t) \}, \\ \ddot{Y}(t) &= 2\operatorname{Re} \{ S^2 X(t) \} + M^{-1}P(t), & X(t) &= X^0(t-t_0) + X^P(t-t_0), \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{где} \quad X^0(t-t_0) &= \Phi(t-t_0)U^{-1}M[-\bar{S}(Y_0(t_0) - Y_{st}) + \dot{Y}_0(t_0)] = 0; \\ X^P(t-t_0) &= U^{-1} \int_{t_0}^t \Phi(t-\tau)^T P(\tau) d\tau; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

векторы начальных условий $Y_0(t_0), \dot{Y}_0(t_0)$ соответствуют соотношениям (2).

Здесь первое слагаемое в выражении вектора $X(t)$ отвечает за реакцию при свободных колебаниях от действия начальных условий (2); второе слагаемое – за реакцию при вынужденных колебаниях от действия $P(t)$.

Для динамической нагрузки в виде полусинусоидального импульса: $P(t) = \sin(\theta(t-t_0))P_0$, где $\theta = E\pi/t_a$, t_0, t_a – начало и продолжительность действия импульса, P_0 – вектор амплитуд, вектор (7) определяется выражением [4]:

$$X^P(t-t_0) = \{ \Phi(t-t_0) \cdot \theta - S \cdot \sin \theta(t-t_0) - \theta \cos \theta(t-t_0) \} [U(S^2 + \theta^2)]^{-1} P_0. \quad (8)$$

При внезапном разрушении связи (при t_1) происходит изменение жёсткости конструктивного элемента (рис. 1) и система переходит в новое состояние, моделирование которого достигается корректировкой параметров РДМ конструкции. После внесения изменений в (1), (4) вычисляются элементы новой матрицы $S(t_1) = S_1$, на основе которой формируются все необходимые матрицы, значения которых оказывают свое влияние на параметры реакции при свободных и вынужденных колебаниях ДДС: U_1 и \bar{S}_1 , включая матричную экспоненту $\Phi_1(t) = \exp(S_1 t)$, построение которой осуществляется на каждом шаге временного анализа. Всем новым матрицам в структуре решения присвоен нижний индекс «1», соответствующий t_1 . Ниже приведены уравнения движения, начальные условия и МКУ при ($t \geq t_1$):

$$M\ddot{Y}(t) + C(t_1)\dot{Y}(t) + K(t_1)Y(t) = f(t), \quad (1a)$$

$$Y_0(t_1) = Y(t_1), \quad \dot{Y}_0(t_1) = \dot{Y}(t_1), \quad (2a)$$

$$MS^2 + C(t_1)S + K(t_1) = 0. \quad (4a)$$

Поскольку процесс колебаний системы в новом состоянии имеет также линейный характер, как и на предыдущем интервале до выключения связи, то интегрирование (1a) приводит к уравнениям динамической реакции, аналогичным по своей структуре с уравнениями (6), (7) ($t \geq t_1$):

$$\left. \begin{aligned} Y(t) &= 2\text{Re} \{ X(t) \} + Y_{st}(t_1), & \dot{Y}(t) &= 2\text{Re} \{ S_1 X(t) \}, \\ \ddot{Y}(t) &= 2\text{Re} \{ S_1^2 X(t) \} + M^{-1}P(t), & X(t) &= X_1^0(t-t_1) + X_1^P(t-t_1), \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\text{где} \quad \left. \begin{aligned} X_1^0(t-t_1) &= \Phi_1(t-t_1)U_1^{-1}M[-\bar{S}_1(Y_0(t_1) - Y_{st}(t_1)) + \dot{Y}_0(t_1)], \\ Y_{st}(t_1) &= K(t_1)^{-1}Q, & X_1^P(t-t_1) &= U_1^{-1} \int_{t_1}^t \Phi_1(t-\tau)^T P(\tau) d\tau. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Элементы вектора $Y_{st}(t_1)$, записываемого по аналогии с (3), определяют статические прогибы расчетной модели поврежденной конструкции.

В качестве начальных условий (2a) принимаются значения векторов $Y(t), \dot{Y}(t)$, формируемых из (6), (7) в конце интервала времени $[t_0, t_1]$.

3. Реакция ДДС в момент разрушения связи. Для оценки эффекта выключения связи, определим реакцию расчётной модели в момент её повреждения в двух состояниях: до и после отказа связи. Это позволит выяснить, какие параметры реакции повреждённой ДДС имеют скачки.

Наряду с кинематическими параметрами реакции: $Y(t)$, $\dot{Y}(t)$, $\ddot{Y}(t)$, рассмотрим силовые характеристики – векторы восстанавливающих, диссипативных и инерционных сил: $R(t) = KY(t)$, $F(t) = C\dot{Y}(t)$, $I(t) = -M\ddot{Y}(t)$. С этой целью для критической временной точки t_1 введём обозначения: t_1^- , t_1^+ – время до и после выключения связи, соответственно.

Для выражения реакции неповреждённой системы (6) имеем (при t_1^-):

$$\left. \begin{aligned} Y(t_1^-) &= 2\operatorname{Re} \{ X(t_1^-) \} + Y_{st}, & \dot{Y}(t_1^-) &= 2\operatorname{Re} \{ S X(t_1^-) \}, \\ \ddot{Y}(t_1^-) &= 2\operatorname{Re} \{ S^2 X(t_1^-) \} + M^{-1}P(t_1), & X(t_1^-) &= X^P(t_1-t_0). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Для уравнений (9), (10) при t_1^+ ($\Phi_1(0) = E$, $X_1^P(0) = 0$) получим:

$$\left. \begin{aligned} Y(t_1^+) &= 2\operatorname{Re} \{ X(t_1^+) \} + Y_{st}(t_1), & \dot{Y}(t_1^+) &= 2\operatorname{Re} \{ S_1 X(t_1^+) \}, \\ \ddot{Y}(t_1^+) &= 2\operatorname{Re} \{ S_1^2 X(t_1^+) \} + M^{-1}P(t_1), \\ X(t_1^+) &= U_1^{-1}M [-\bar{S}_1(Y_0(t_1) - Y_{st}(t_1)) + \dot{Y}_0(t_1)]. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Здесь E – единичная матрица; векторы начальных условий (2а) $Y_0(t_1), \dot{Y}_0(t_1)$ назначаются из выражений (11), предшествующих выключению связи:

$$Y_0(t_1) = Y(t_1^-), \quad \dot{Y}_0(t_1) = \dot{Y}(t_1^-). \quad (13)$$

С целью упрощения полученных выражений (11), (12) проведём преобразования. При анализе неповреждённой ДДС перепишем первые два соотношения в (11) с учётом (13):

$$Y(t_1^-) = 2\operatorname{Re} \{ X(t_1^-) \} + Y_{st} = Y_0(t_1), \quad \dot{Y}(t_1^-) = 2\operatorname{Re} \{ S X(t_1^-) \} = \dot{Y}_0(t_1).$$

Учитывая эти равенства и структуру корня (5): $i\operatorname{Im}S = M^{-1}U/2$, после преобразований получаем:

$$X(t_1^-) = U^{-1}M [-\bar{S}(Y_0(t_1) - Y_{st}) + \dot{Y}_0(t_1)].$$

В силу свойств (8) [3]: $\operatorname{Re} \{ S^2 U^{-1} M \bar{S} \} = M^{-1}K/2$, $\operatorname{Re} \{ S^2 U^{-1} M \} = -M^{-1}C/2$, выражение вектора ускорений в (11) принимает вид:

$$\ddot{Y}(t_1^-) = -M^{-1}K [Y_0(t_1) - Y_{st}] - M^{-1}C\dot{Y}_0(t_1) + M^{-1}P(t_1).$$

Окончательно кинематические и силовые параметры реакции равны:

$$\left. \begin{aligned} Y(t_1^-) &= Y_0(t_1), & \dot{Y}(t_1^-) &= \dot{Y}_0(t_1), \\ \ddot{Y}(t_1^-) &= -M^{-1}K [Y_0(t_1) - Y_{st}] - M^{-1}C\dot{Y}_0(t_1) + M^{-1}P(t_1), \\ R(t_1^-) &= KY_0(t_1), & F(t_1^-) &= C\dot{Y}_0(t_1), \\ I(t_1^-) &= K [Y_0(t_1) - Y_{st}] + C\dot{Y}_0(t_1) - P(t_1). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

При анализе уравнений (12) также используются свойства (8) [3]:

$$\operatorname{Re}\{-U_1^{-1}M \bar{S}_1\} = \operatorname{Re}\{S_1 U_1^{-1}M\} = E/2, \quad \operatorname{Re}\{S_1 U_1^{-1}M \bar{S}_1\} = 0,$$

приводящие к следующим параметрам реакции поврежденной ДДС ($t = t_1^+$):

$$\left. \begin{aligned} Y(t_1^+) &= Y_0(t_1), & \dot{Y}(t_1^+) &= \dot{Y}_0(t_1), \\ \ddot{Y}(t_1^+) &= -M^{-1}K(t_1)[Y_0(t_1) - Y_{sr}(t_1)] - M^{-1}C(t_1)\dot{Y}_0(t_1) + M^{-1}P(t_1), \\ R(t_1^+) &= K(t_1)Y_0(t_1), & F(t_1^+) &= C(t_1)\dot{Y}_0(t_1), \\ I(t_1^+) &= K(t_1)[Y_0(t_1) - Y_{sr}(t_1)] + C(t_1)\dot{Y}_0(t_1) - P(t_1). \end{aligned} \right\} (15)$$

4. Анализ результатов. Для оценки качества полученных решений составим невязки векторных величин, представленных как разность параметров реакции, взятых в критической точке t_1 после и до выключения связи:

$$\Delta Y(t_1) = Y(t_1^+) - Y(t_1^-), \quad \Delta \dot{Y}(t_1) = \dot{Y}(t_1^+) - \dot{Y}(t_1^-), \dots, \quad \Delta I(t_1) = I(t_1^+) - I(t_1^-).$$

Учитывая в этих выражениях формулы (14), (15), будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} \Delta Y(t_1) &= 0, & \Delta \dot{Y}(t_1) &= 0, & \Delta \ddot{Y}(t_1) &= M^{-1}\Delta K(t_1)Y_0(t_1) + M^{-1}\Delta C(t_1)\dot{Y}_0(t_1), \\ \Delta R(t_1) &= -\Delta K(t_1)Y_0(t_1), & \Delta F(t_1) &= -\Delta C(t_1)\dot{Y}_0(t_1), \\ \Delta I(t_1) &= -\Delta K(t_1)Y_0(t_1) - \Delta C(t_1)\dot{Y}_0(t_1), \end{aligned} \right\} (16)$$

где $\Delta K(t_1)$, $\Delta C(t_1)$ – невязки матриц жесткости и демпфирования, представляющие разности этих матриц до и после повреждения:

$$\Delta K(t_1) = K - K(t_1), \quad \Delta C(t_1) = C - C(t_1). \quad (17)$$

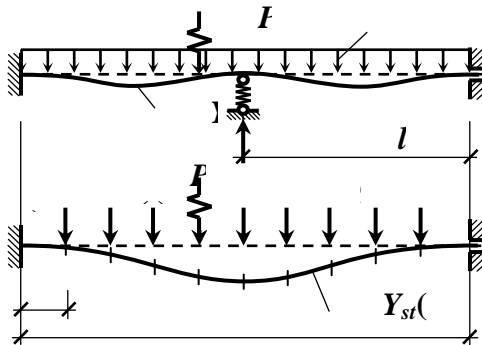


Рис. 2. Расчетная схема балки до (а) и после (б) разрушения опоры

и от компонент векторов $Y_0(t_1)$, $\dot{Y}_0(t_1)$. Скачок инерционной силы равен суммарному скачку двух других сил: $\Delta I(t_1) = \Delta R(t_1) + \Delta F(t_1)$.

Для системы без трения с 1-й степенью свободы невязка ускорения в (16) совпадает с формулой (7), приведенной в статье [2] (с. 54), где также делается правильный вывод о том, что дополнительный эффект, возникающий от отказа связи, не может иметь характер импульсного воздействия.

Действительно, из сравнения уравнений (6), (9) видно, что до разрушения связи колебания происходят относительно положения равновесия, определяемого компонентами вектора Y_{st} . После выключения связи (при $t \geq t_1$) амплитудные перемещения узлов в процессе колебаний совершаются относительно положения статического равновесия $Y_{st}(t_1)$. Новый уровень статических перемещений узлов отличается от первоначального уровня на величину векторной невязки $\Delta Y_{st}(t_1) = [K(t_1)^{-1} - K^{-1}]Q$, где $K(t_1)$, K – матрицы жёсткости расчетной модели после и до повреждения.

Пример. Стальная двухпролётная балка (рис. 2) выполнена из двутавра № 50 жёсткости $EJ = 79,454 \text{ Мн} \cdot \text{м}^2$, жесткость средней опоры $r_0 = kEJ / l^3$, где $k = 10^5$, $l = 15 \text{ м}$. При разбивке пролета l на 10 участков ($a = 1,5 \text{ м}$) число степеней свободы расчетной модели балки $n = 9$ (массы m_k расположены в узлах). Балка находится под действием статической q и динамической (полусинусоидальный импульс) $P(t)$ нагрузки. Элементы вектора статической узловой нагрузки Q , включающей собственный вес балки, составили $Q_k = 4,148 \text{ кН}$. Импульс $P(t) = \sin(\theta(t-t_0))P_0$ приложен в 4-м узле расчётной модели: $P_{04} = 100 \text{ кН}$; $\theta = E\pi/(t_1-t_0)$, $t_0 = 0$; $t_1 = 0,2 \text{ с}$.

Внутреннее трение материала учитывается моделью неоднородного демпфирования [4]: $C = \alpha(KT + TK)/2 + (1-\alpha)MV$, где: $T = \gamma W_0^{-1}$, $V = \gamma W_0$, $W_0 = \text{diag}(w_{01}, \dots, w_{0n})$, $w_{0i} = \sqrt{r_{ii} / m_i}$ ($r_{ii} m_i$ – диагональные элементы матриц K и M), $\gamma = \delta/\pi$ ($\delta = 0,07$ – логарифмический декремент колебаний), $\alpha = 0,905$.

При реализации уравнений (6)–(10) внезапное разрушение средней опоры происходит при достижении реакции $R_0 = 100,6 \text{ кН}$ ($t_1 = 0,0929 \text{ с}$). На рис. 3 приведены осциллограммы кинематических параметров реакции балки. Цифры на графиках – номера сечений. Кривые перемещений при $t < t_1$ имеют асимптоты, соответствующие компонентам вектора Y_{st} статических перемещений исходной расчётной модели. При $t > t_1$ эти кривые асимптотически стремятся к статическим перемещениям $Y_{st}(t_1)$ повреждённой ДДС (штрихпунктирные горизонтальные прямые на рис. 3а). При $t_1 = 0,0929 \text{ с}$ кривые ускорений (рис. 3в) всех узлов балки имеют разрывы.

Осциллограммы силовых параметров реакции: $R_j(t)$, $F_j(t)$, $I_j(t)$ приведены на рис. 4а, б, в, соответственно. Восстанавливающие силы после окончания действия импульса ($t \geq 0,2 \text{ с}$) асимптотически приближаются к статическому значению нагрузки $Q_k = 4,148 \text{ кН}$ (рис. 4а). Кривые всех силовых параметров в момент разрушения опоры имеют скачки (см. фрагменты), значения которых согласуются с аналитическими выражениями (16).

Все вычисления проводились в математическом системе MatLab. Шаг временного анализа – $\Delta t = 0,0001 \text{ с}$.

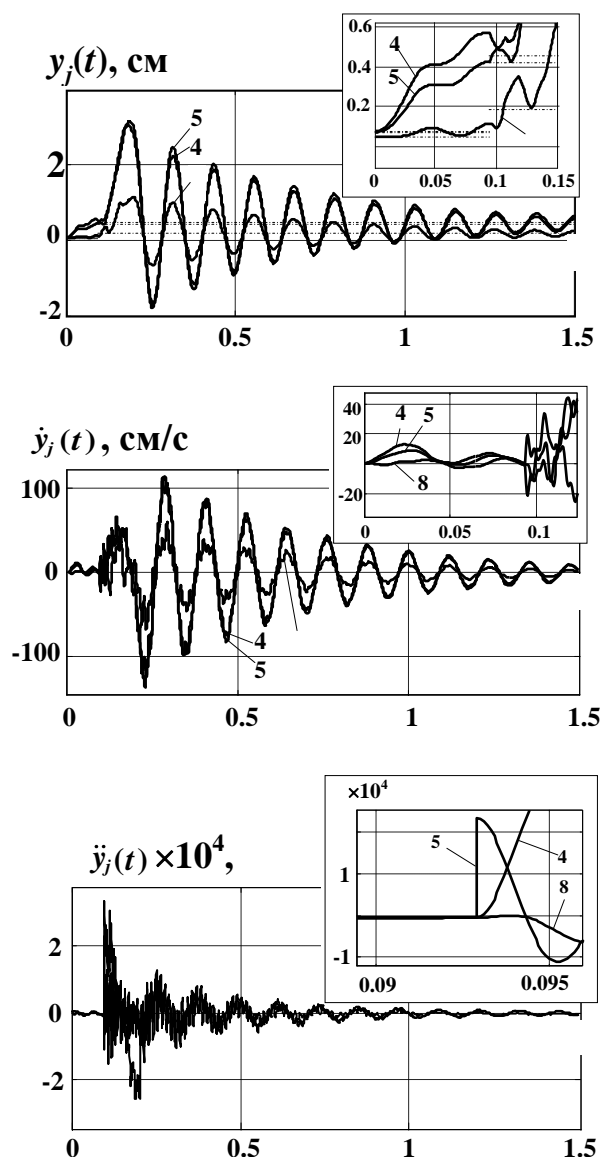


Рис. 3. Кинематические параметры реакции при внезапном разрушении средней опоры: а, б, в – осциллограммы перемещений, скоростей и ускорений узлов балки

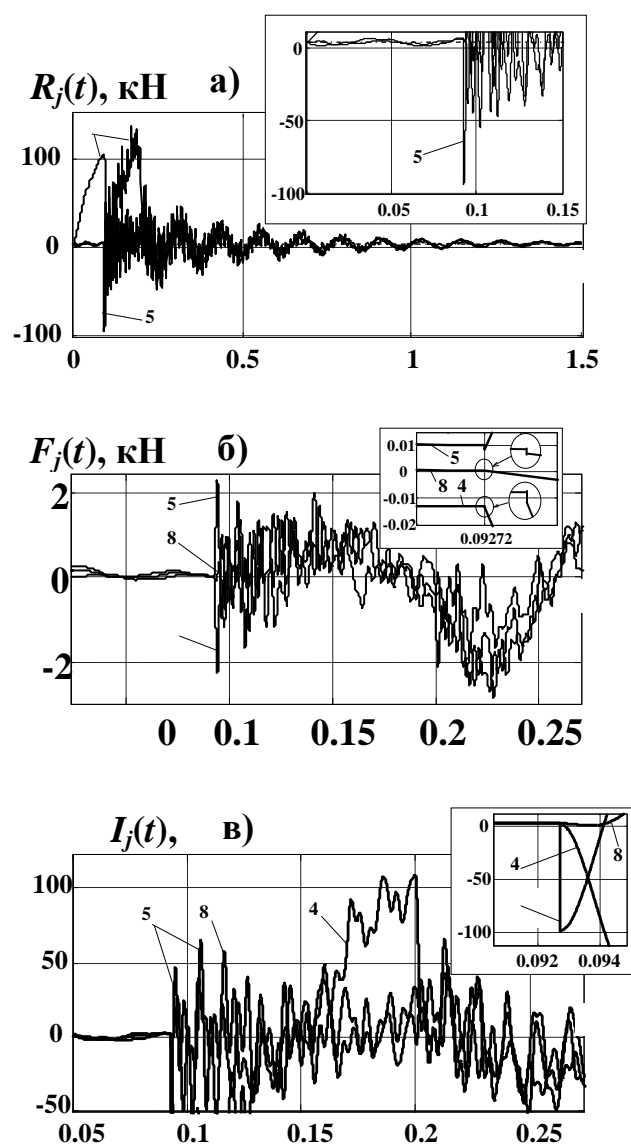


Рис. 4. Силовые параметры реакции при внезапном разрушении средней опоры: а, б, в – восстанавливающие, диссипативные и инерционные силы

Выводы. В рамках теории временного анализа приведено решение конструктивно-нелинейной задачи, описывающей колебания дискретной модели конструкции с произвольным типом демпфирования. Система разрешающих уравнений задачи представлена в замкнутой форме интеграла Дюамеля. Получена оценка от эффекта внезапного разрушения связи. В частности, в момент выключения связи для параметров динамической реакции: 1) получены аналитические выражения скачков; показано, что 2) перемещения и скорости есть непрерывные функции времени; 3) ос-

тальные параметры реакции имеют скачки, зависящие от невязок матриц жесткости и/или демпфирования и от векторов начальных условий; 4) скачок инерционной силы равен сумме скачков двух сил – восстанавливающей и диссипативной.

Приведённый пример по оценке динамической реакции балки при разрушении промежуточной опоры от действия импульса подтверждает высокую эффективность анализа. Данный аналитический подход может быть рекомендован при анализе колебаний конструкций с изменяющейся расчётной схемой, вызванной внезапными отказами несущих элементов, а также при оценке приближённых решений, полученных численными методами.

Библиографический список

1. Перельмутер, А.В. Расчётные модели сооружений и возможность их анализа / А.В. Перельмутер, В.И. Сливкер. – М.: ДМК Пресс, 2007. – 600 с.
2. Чернов, Ю.Т. К расчету систем с выключающимися связями / Ю.Т. Чернов // Строительная механика и расчет сооружений. – 2010. – № 4. – С. 53–57.
3. Потапов, А.Н. Колебания систем с выключающимися связями [Электронный ресурс] / А.Н. Потапов // Моделирование и механика конструкций. – № 2. – URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no2/stroitel'naya-mehanika/2.3/at_download/file/.
4. Потапов, А.Н. Динамический анализ дискретных диссипативных систем при нестационарных воздействиях: монография / А.Н. Потапов. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2003. – 167 с.

[К содержанию](#)