

Инженерное оборудование зданий и сооружений

УДК 622.692.4

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В ГАЗОПРОВОДАХ

В.И. Панферов, СВ. Панферов

Рассматривается проблема моделирования переходных процессов в газопроводах, вызванных, в частности, резким закрытием регулирующего клапана. Методом Фурье найдены решения ряда задач. Приводятся результаты вычислений для конкретных эксплуатационных ситуаций.

В системах газоснабжения возникают ситуации, когда по какой-либо причине тот или иной регулирующий орган достаточно быстро закрывается. Понятно, что это приводит к возникновению переходного процесса, в водяных тепловых сетях, например, это действие является совсем небезопасным и часто сопровождается таким явлением как гидравлический удар. Поэтому представляет интерес вопрос о том, что конкретно произойдет в этом случае в газопроводе, как, в частности, будет изменяться давление в различных точках по его длине. Кроме того, в аварийных ситуациях возможно появление импульса высокого давления из магистрального газопровода и ряд других событий. Во всех этих случаях в газопроводах возникают нестационарные процессы. В связи с этим в работе рассматривается несколько задач моделирования переходных процессов в системах газоснабжения.

Известно [1-5], что нестационарное течение газа в газопроводе удовлетворительно может быть описано следующей системой уравнений в частных производных:

$$\begin{cases} -\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial \tau} + \lambda \frac{\rho w^2}{2d}, 0 < x < L, \tau > 0; \\ -\frac{\partial P}{\partial \tau} = c^2 \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial x}, 0 < x < L, \tau > 0, \end{cases} \quad (1)$$

где $P(x, \tau)$, $\rho(x, \tau)$, $w(x, \tau)$ – соответственно давление, плотность и скорость течения газа в точке x по длине газопровода в момент времени τ ; λ – коэффициент гидравлического трения; d – внутренний диаметр газопровода; c – скорость звука в газе; L – длина рассматриваемого участка газопровода.

Установлено [1 и др.], что для длинных газопроводов и в случае больших потерь на трение математическую модель (1) можно упростить, от-

брасывая член $\frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial \tau}$. Кроме того, модель можно дополнительно линеаризовать, полагая, что $\lambda \frac{w}{2d} = k = \text{const}$, тогда нестационарный процесс в газопроводе будет описываться следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} -\frac{\partial P(x, \tau)}{\partial x} = k \cdot \rho(x, \tau) \cdot w(x, \tau), 0 < x < L, \tau > 0; \\ -\frac{\partial P(x, \tau)}{\partial \tau} = c^2 \frac{\partial(\rho(x, \tau) \cdot w(x, \tau))}{\partial x}, 0 < x < L, \tau > 0. \end{cases} \quad (2)$$

Нетрудно видеть, что переменные $\rho(x, \tau)$, $w(x, \tau)$ могут быть исключены из рассмотрения и в этом случае давление $P(x, \tau)$ должно удовлетворять следующему уравнению:

$$\frac{\partial P(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{c^2}{k} \cdot \frac{\partial^2 P(x, \tau)}{\partial x^2},$$

поэтому в целом задача, когда считается, что в любом режиме давление начале участка поддерживается автоматическим регулятором на одном и том же уровне P_0 , а в конце этого участка регулирующийся клапан мгновенно закрывается, формально записывается так:

$$\frac{\partial P(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{c^2}{k} \cdot \frac{\partial^2 P(x, \tau)}{\partial x^2}, 0 < x < L, \tau > 0; \quad (3)$$

$$P(x, 0) = f(x), 0 \leq x \leq L; \quad (4)$$

$$P(0, \tau) = P_0 = \text{const}, \tau > 0; \quad (5)$$

$$\frac{\partial P(L, \tau)}{\partial x} = 0, \tau > 0. \quad (6)$$

Второе граничное условие – уравнение (6) означает, что на правом конце газопровода, т.е. при $x = L$ из-за закрытия клапана скорость потока и его расход должны быть равны нулю.

Для приведения задачи к решаемому виду введем переменную $\theta(x, \tau) = P(x, \tau) - P_0$, тогда, как это нетрудно видеть, задача переписывается следующим образом:

$$\frac{\partial \theta(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{c^2}{k} \cdot \frac{\partial^2 \theta(x, \tau)}{\partial x^2}, 0 < x < L, \tau > 0; \quad (7)$$

$$\theta(x, 0) = f(x) - P_0, 0 \leq x \leq L; \quad (8)$$

$$\theta(0, \tau) = 0, \tau > 0; \quad (9)$$

$$\frac{\partial \theta(L, \tau)}{\partial x} = 0, \tau > 0. \quad (10)$$

Решая задачу (7)–(10) методом разделения переменных, найдем, что

$$\theta(x, \tau) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot \exp\left(-\frac{\mu_i^2 c^2 \tau}{k}\right) \cdot \sin(\mu_i x), \quad (11)$$

где $A_i = \frac{2}{L} \cdot \int_0^L [f(x) - P_0] \sin(\mu_i x) dx$; $\mu_i = \frac{\pi}{2L} \cdot (2i - 1)$.

Известно [6], что в стационарном режиме давление по длине газопровода распределяется по параболе, однако, как это достаточно хорошо известно, это распределение на практике удовлетворительно может быть аппроксимировано прямой, поэтому при моделировании полагали, что

$$P(x) = P_0 - \frac{P_0 - P_1}{L} \cdot x, \quad (12)$$

где P_1 давление в точке $x = L$ в начале процесса.

В этом случае $A_i = \frac{2}{\mu_i^2 L^2} (P_1 - P_0) \sin(\mu_i L)$. Под-

черкнем, однако, что условия (5) и (12) означают, что рассматривается задача, когда переходный процесс обусловлен только закрытием клапана в конце газопровода, давление в его начале, каким оно было в стационарном режиме, таким оно остается и в последующие моменты времени.

На рис. 1 приведены кривые изменения давления по длине газопровода: кривая 1 – для $\tau = 0$,

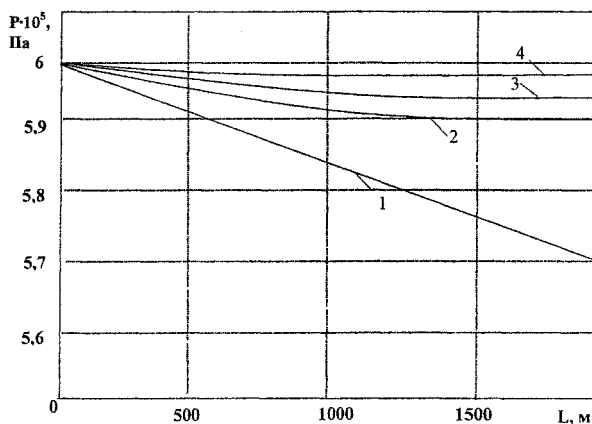


Рис.1. Распределение давления по длине газопровода в различные моменты времени

кривая 2 – для $\tau = 1$, кривая 3 – для $\tau = 2$, кривая 4 – для $\tau = 3$ с, при этом $L = 1800$ м, $d = 0,325$ мм, $\lambda = 0,013$, $c = 451$ м/с, $k = 0,176$ с⁻¹, $P_0 = 6 \cdot 10^5$ Па, $P_1 = 5,7 \cdot 10^5$ Па. Значение коэффициента k вычислялось в соответствии с рекомендациями работы [1 и др].

На рис. 2 приведены кривые изменения давления во времени в конце – кривая 1 и в середине газопровода – кривая 2.

Как видно из рис. 1 и 2, переходный процесс имеет аperiодический характер, никаких «выбросов» давления в данном случае не наблюдается.

Теперь рассмотрим следующую задачу: будем полагать, что в момент времени $\tau = 0$ закрывается клапан в конце участка, а в его начале давление скачком поднимается до уровня в магистральном газопроводе P_{MG} . В этом случае задачу следует перерешать при условии, что $P(0, \tau) = P_{MG} = \text{const}$, $\tau > 0$, начальное распределение давления остается прежним и описывается уравнением (12). Формула для вычисления A_i будет уже такой

$$A_i = \frac{2}{\mu_i^2 L^2} (P_1 - P_0) \sin(\mu_i L) + \frac{2}{\mu_i L} (P_0 - P_{MG}),$$

а в целом давление в любой точке газопровода в любой момент времени будет вычисляться по следующему соотношению:

$$P(x, \tau) = P_{MG} + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot \exp\left(-\frac{\mu_i^2 c^2 \tau}{k}\right) \cdot \sin(\mu_i x). \quad (13)$$

На рис. 3 приведен график изменения давления во времени в конце указанного газопровода – кривая 1 и в его середине – кривая 2 при $P_{MG} = 4$ МПа.

Как видно из рис. 3, переходный процесс также имеет аperiодический характер, давление во всех точках газопровода плавно поднимается до уровня P_{MG} .

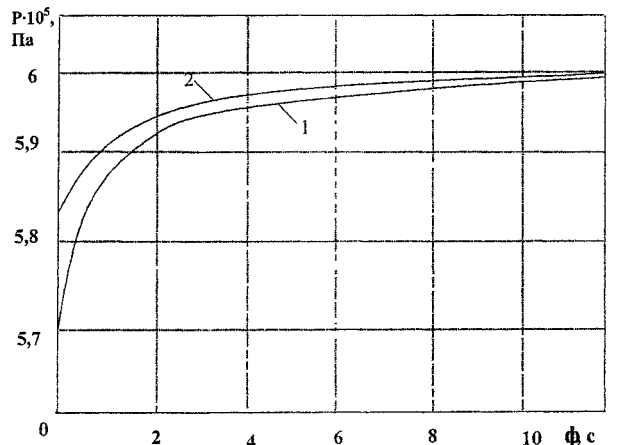


Рис.2. Кривые изменения давления во времени в конце и в середине газопровода

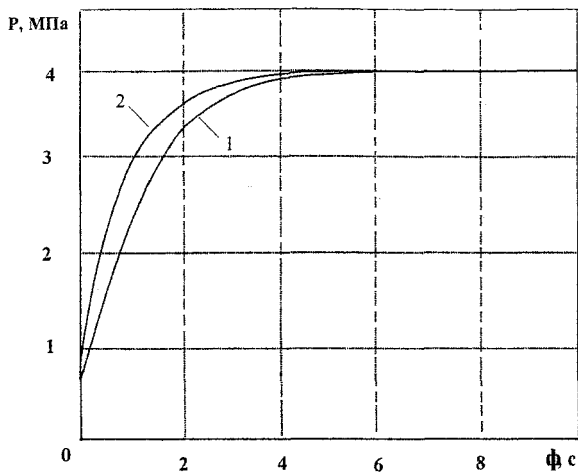


Рис. 3. Кривые изменения давления во времени в конце и в середине газопровода при $P_{нг}=4$ МПа

До сих пор мы полагали, что рассматриваемый газопровод можно отнести к категории длинных газопроводов или же потери на трение достаточно велики. Рассмотрим теперь другой предельный случай, когда газопровод короткий или потери на трение достаточно малы. В этом случае в исходной системе уравнений (1) инерционный член $\frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial \tau}$ следует оставить, а $\lambda \frac{\rho w^2}{2d}$ можно отбросить [1 и др.], тогда нестационарный процесс в газопровode будет описываться следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial P(x, \tau)}{\partial x} = \frac{\partial(\rho(x, \tau) \cdot w(x, \tau))}{\partial \tau}, 0 < x < L, \tau > 0; \\ \frac{\partial P(x, \tau)}{\partial \tau} = c^2 \cdot \frac{\partial(\rho(x, \tau) \cdot w(x, \tau))}{\partial x}, 0 < x < L, \tau > 0. \end{cases} \quad (14)$$

Нетрудно видеть, что переменные $\rho(x, \tau)$, $w(x, \tau)$ также могут быть исключены из рассмотрения и в этом случае давление должно удовлетворять следующему уравнению:

$$\frac{\partial^2 P(x, \tau)}{\partial \tau^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 P(x, \tau)}{\partial x^2},$$

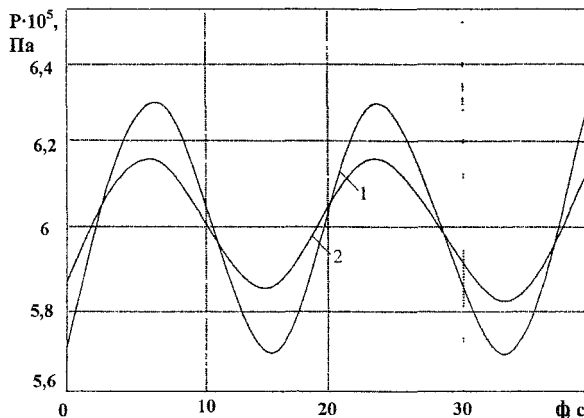


Рис. 4. Волновой процесс изменения давления во времени в конце и в середине газопровода

поэтому в целом задача, когда считается, что в любом режиме давление начале участка поддерживается автоматическим регулятором на одном и том же уровне P_0 , а в конце этого участка регулирующий клапан мгновенно закрывается, будет представляться следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial^2 P(x, \tau)}{\partial \tau^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 P(x, \tau)}{\partial x^2}, 0 < x < L, \tau > 0; \quad (15)$$

$$P(x, 0) = f(x), 0 \leq x \leq L; \quad (16)$$

$$\frac{\partial P(x, 0)}{\partial \tau} = 0, 0 \leq x \leq L; \quad (17)$$

$$P(0, \tau) = P_0 = \text{const}, \tau > 0; \quad (18)$$

$$\frac{\partial P(L, \tau)}{\partial x} = 0, \tau > 0; \quad (19)$$

Здесь процесс описывается уже волновым уравнением с соответствующими начальными и граничными условиями, причем условие (17) означает, что в начальный момент времени в любой точке по длине газопровода скорость изменения давления во времени равна нулю, что вполне соответствует действительности. Решая задачу (15)–(19) методом Фурье, нашли, что

$$P(x, \tau) = P_0 + 2 \cdot (P_1 - P_0) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi/2 \cdot (2i-1))}{(\pi/2 \cdot (2i-1))^2} \times \cos\left(c \frac{\pi \cdot (2i-1) \cdot \tau}{2L}\right) \cdot \sin\left(\pi/2 \cdot (2i-1) \cdot x/L\right). \quad (20)$$

На рис. 4 приведены кривые изменения давления в конце – кривая 1 и в середине газопровода – кривая 2 при $P_0 = 6 \cdot 10^5$ Па и $P_1 = 5,7 \cdot 10^5$ Па для модели (15)–(19).

Как видно из рис. 4, процесс, как и следовало ожидать, колебательный, причем наибольший «выброс» давления наблюдается в конце газопровода и он равен $6,3 \cdot 10^5$ Па.

На рис. 5 показано, как распределяется давление по длине газопровода в различные моменты времени при описании явления волновым уравнением: кривая 1 для $\tau=0$ с, кривая 2 для $\tau=5$ с, кривая 3 для $\tau=8$ с.

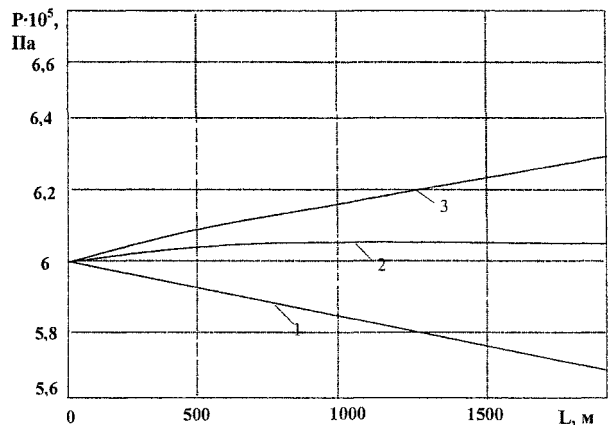


Рис. 5. Изменения давления по длине газопровода в волновом процессе

Понятно, что реальный процесс занимает промежуточное положение между двумя рассмотренными предельными случаями. Поэтому, учитывая полученные результаты, достаточно обоснованно можно заключить, что реальный переходный процесс, обусловленный закрытием клапана в конце газопровода, очевидно, имеет вид затухающих колебаний, наибольшая амплитуда колебаний наблюдается непосредственно у самого клапана, однако увеличение давления не столь большое, как это имеет место при гидравлическом ударе в капельной жидкости.

Литература

1. Чарный, И.А. Основы газовой динамики / И.А. Чарный. - М.: Гостехиздат, 1961. - 196 с.
2. Галиуллин, З. Т. Интенсификация магист-

рального транспорта газа / З.Т. Галиуллин, Е.В. Леонтьев. - М.: Недра, 1991. - 272 с.

3. Баясанов, Д.Б. Автоматизированные системы управления трубопроводными объектами коммунального хозяйства / Д.Б. Баясанов. - М.: Стройиздат, 1974. - 312 с.

4. Юсубов, Ч.А. Численное определение нестационарных процессов в магистральных газопроводах / Ч.А. Юсубов // Проблемы энергетики. - 2003. - Кs2. - С. 62-65.

5. Поляков, Г.Н. Моделирование и управление газотранспортными системами / Г.Н. Поляков, Е.И. Яковлев, А.С. Пиотровский. - СПб.: Недра, 1992. - 256 с.

6. Бобровский, С.А. Гидравлический расчет распределительных трубопроводов / С.А. Бобровский. - М.: Стройиздат, 1968. - 159 с.