

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ОБРАБОТКИ ОТВЕРСТИЙ МЕРНЫМ ИНСТРУМЕНТОМ

*Б.А. Решетников, В.Г. Некрутов, А.В. Иршин, Р.Г. Закиров*

Приведены данные по расчету точности расположения оси отверстия при обработке мерным инструментом. Исследовано влияние неуравновешенных сил на положения инструмента при врезании. Установлено, что инструмент совершает обкаточное движение по поверхности резания. С учетом этого явления определена величина разбивки и координатное расположение оси на входном торце отверстия.

Ключевые слова: мерный инструмент, неуравновешенные силы резания, скорость резания, центр мгновенного качения, точность обработки.

Формирование оси обрабатываемого отверстия происходит при врезании мерного инструмента (зенкера, развертки) заборным конусом, и смещение оси отверстия на входном торце определяет координатное расположение оси.

Рассмотрим процесс врезания мерного инструмента, соосно расположенного с обрабатываемым отверстием [1].

При обработке мерным инструментом принято рассматривать каждый зуб как расточной резец. Подобный подход можно использовать при врезании заборного конуса мерного инструмента.

Примем жесткость мерного инструмента с числом зубьев  $z$  и шпинделя станка –  $j_n$ . Считая инструмент как материальную точку с приведенной массой  $m$ , рассмотрим его движение в плоскости, перпендикулярной оси вращения. В этом случае зуб инструмента нагружен радиальной  $P_y$  и тангенциальной  $P_z$ , составляющими силы резания, которые определяются по формуле [2].

При случайно малом отклонении  $\rho$  оси инструмента  $O_{ин}$  от оси отверстия  $O_{отв}$  нарушается равномерность припуска, снимаемого каждым зубом, и текущее значение припуска определится по формуле:

$$t_i \approx t + \rho \cos \beta_i \text{ (мм)}, \quad (1)$$

где  $\beta_i = \alpha(i - 1) + \varphi$ ;  $\alpha$  – угловой шаг зубьев инструмента;  $\varphi$  – текущий угол поворота инструмента;  $t = r_{ин} - r_{отв}$  – исходный припуск на обработку, мм;  $r_{ин}$  – радиус инструмента, мм;  $r_{отв}$  – радиус предварительно обработанного отверстия, мм.

В результате этого на инструмент действуют неуравновешенные силы  $\Delta P_x$ ,  $\Delta P_y$  и сила упругости  $P_{упр} = j_n \cdot \rho$  [1].

Система уравнений, описывающих движение инструмента (рис. 1), имеет вид:

$$\begin{cases} m\ddot{y} = -(\Delta P_x + P_{упр}) \sin \psi - \Delta P_y \cos \psi; \\ m\ddot{x} = \Delta P_y \sin \psi + (\Delta P_x + P_{упр}) \cos \psi. \end{cases} \quad (2)$$

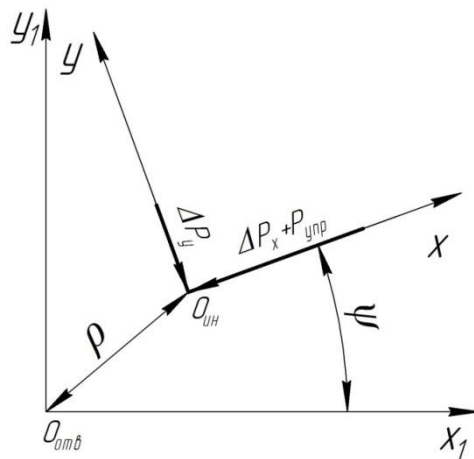


Рис. 1. Схема к выводу уравнений движения инструмента при наличии случайного смещения

Действующие силы  $\Delta P_x$  и  $\Delta P_y$  определяются как сумма проекций радиальных и тангенциальных сил по всем зубьям на соответствующие оси координат. Показатель степени у припуска ( $t$ ) для тангенциальной силы рекомендуется 0,9 и 1,0, для радиальной силы – 0,6 и 0,9 [2]. В первом приближении можно принять  $x_p \approx 1,0$ . Тогда для достаточно большого числа зубьев ( $z$ ):

$$\Delta P_x = \int_0^{2\pi} K_{P_y} t(\beta) \cos \beta d\beta + \int_0^{2\pi} K_{P_z} t(\beta) \sin \beta d\beta; \quad (3)$$

$$\Delta P_y = \int_0^{2\pi} K_{P_y} t(\beta) \sin \beta d\beta + \int_0^{2\pi} K_{P_z} t(\beta) \cos \beta d\beta. \quad (4)$$

Подставив (1) в (3) и (4), получим:

$$\Delta P_x \approx K_{P_y} \pi \rho; \quad (5)$$

$$\Delta P_y \approx K_{P_z} \pi \rho. \quad (6)$$

С учетом (5) и (6) и зависимостей  $x = \rho \cos \psi$ ,  $y = \rho \sin \psi$  система уравнений (2) принимает вид:

$$\begin{cases} \ddot{y} = -y \frac{K_{P_y} \pi + j_H}{m} - x \frac{K_{P_z} \pi}{m}; \\ \ddot{x} = -y \frac{K_{P_z} \pi}{m} - x \frac{K_{P_y} \pi + j_H}{m}. \end{cases} \quad (7)$$

Анализ системы линейных дифференциальных уравнений (9), описывающей движение инструмента при обработке, по критерию Рауса-Гурвица показывает [3], что она неустойчива и движение в этом случае представляет собой колебания с неограниченно нарастающими амплитудами.

Неустойчивое положение инструмента объясняется наличием неуравновешенной силы резания  $\Delta P_y$ , а следовательно, и тангенциального ускорения, которое приводит к росту отклонения оси инструмента, несмотря на стабилизирующую роль силы  $\Delta P_x$  и силы упругости инструмента.

Для определения установившихся амплитуд колебания инструмента следует учесть нелинейности, вызванные процессом обработки.

Так как процесс обработки неустойчив в начальном положении, то центр инструмента при его вращении будет перемещаться с частотой колебания  $\omega$ . Следовательно, фактическая (абсолютная) скорость резания на каждом зубе инструмента определится из векторной суммы скоростей переносного движения центра инструмента и его относительного вращения (рис. 2):

$$V_\phi = \omega_{ин} r_{ин} - \omega \rho \cos \beta_i. \quad (8)$$

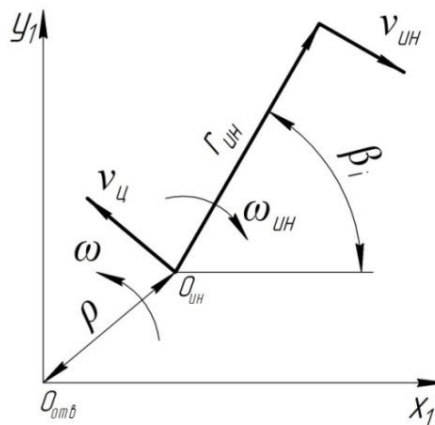


Рис. 2. Схема для определения фактической скорости резания

При этом фактическая подача на каждом зубе:

$$S_{\phi} = \frac{S}{z} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\rho}{r_{\text{ин}}} \frac{\omega}{\omega_{\text{ин}}} \cos \beta_i} \quad (9)$$

Рассматривая распределение сил на рабочей длине заборного конуса зуба (рис. 3) с учетом (9) и поперечного врезания со скоростью  $\dot{\rho}$  [4], получим:

$$P_y = \int_A^B \frac{K_{P_y} dr}{\left(1 - \frac{\rho}{r_{\text{ин}}} \frac{\omega}{\omega_{\text{ин}}} \cos \beta_i\right)^{y_{py}}} + \int_A^B \frac{K_{P_z} \dot{\rho} \cos \beta_i dr}{V_{\text{ин}} \left(1 - \frac{\rho}{r_{\text{ин}}} \frac{\omega}{\omega_{\text{ин}}} \cos \beta_i\right)^{y_{pz}}} ; \quad (10)$$

$$P_z = \int_A^B \frac{K_{P_z} dr}{\left(1 - \frac{\rho}{r_{\text{ин}}} \frac{\omega}{\omega_{\text{ин}}} \cos \beta_i\right)^{y_{pz}}} - \int_A^B \frac{K_{P_y} \dot{\rho} \cos \beta_i dr}{V_{\text{ин}} \left(1 - \frac{\rho}{r_{\text{ин}}} \frac{\omega}{\omega_{\text{ин}}} \cos \beta_i\right)^{y_{py}}} , \quad (11)$$

где  $A = r_{\text{отв}}$ ;  $B = r_{\text{ин}} + \rho \cos \beta_i$ .

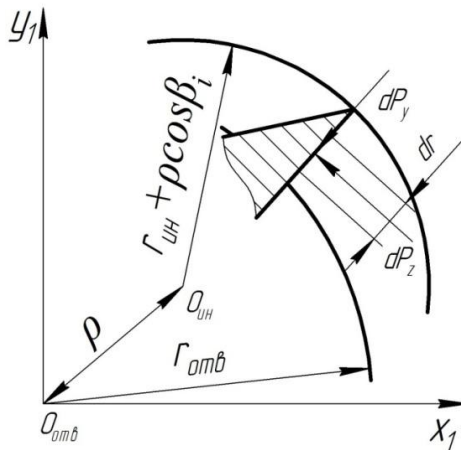


Рис. 3. Схема для определения составляющих силы резания с учетом распределения их на рабочей длине заборного конуса

Однако формулы (10) и (11) не учитывают того, что радиальная сила не меняет своего знака при изменении направления скорости резания, а тангенциальная сила изменяет свое направление на противоположное (рис. 4).

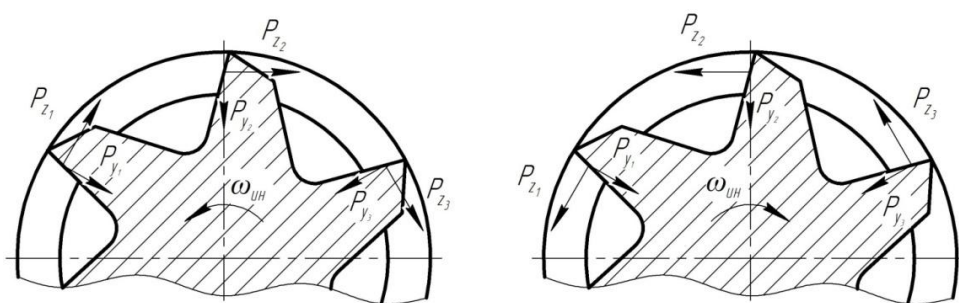


Рис. 4. Схема действия составляющих силы резания в зависимости от направления скорости резания

Следовательно, выражения, возводимые в степень  $u_{P_y}$  в формулах (10) и (11), должны быть взяты по модулю.

Решением системы (2) с учетом значения величин сил  $\Delta P_x$  и  $\Delta P_y$  является траектория движения центра инструмента, которую в первом приближении можно принять близкой к круговой. Тогда можно приближенно вычислить величину разбивки отверстия, положив  $\dot{\rho} = 0$ . При этом колебания с постоянными амплитудой  $\rho$  и частотой  $\omega$  могут быть лишь при условии, что  $\Delta P_y \approx 0$ . Это условие не может быть выполнено, если фактическая скорость резания на всех зубьях инструмента имеет одно направление. Следовательно, хотя бы на одном из зубьев инструмента существует участок с противоположно направленной скоростью резания.

Действительно, нарастание амплитуды  $\rho$  и частоты  $\omega$  под действием силы  $\Delta P_y$  при постоянных величинах  $r_{ин}$  и  $\omega_{ин}$  приводит при конечной  $V_{ин}$  к смене знака у скорости резания  $V_{\phi}$  (см. формулу 8), которая в некоторый момент обращается и в ноль.

Естественно, что на участке зуба с противоположно направленной скоростью резания действующие силы резания возрастут, а тангенциальная сила изменит свое направление на противоположное, что приведет к уравновешиванию всей суммы сил в данном направлении. Тогда значения коэффициентов  $K_{P_y}$  и  $K_{P_z}$  для определения  $P_y$  и  $P_z$  во много раз превысят значения этих коэффициентов при положительной скорости резания. Тогда неуравновешенные силы  $\Delta P_x$  и  $\Delta P_y$  определяются как:

$$\Delta P_x = \sum_{i=1}^{i=z} \int_A^B \frac{K_{P_y}^P \cos \beta_i dr}{\left| 1 - \frac{\rho}{r_{ин}} \frac{\omega}{\omega_{ин}} \cos \beta_i \right|^{y_{py}}} + \sum_{i=1}^{i=z} \int_A^B \frac{K_{P_z}^P \sin \beta_i dr}{\left( 1 - \frac{\rho}{r_{ин}} \frac{\omega}{\omega_{ин}} \cos \beta_i \right)^{y_{pz}}}; \quad (12)$$

$$\Delta P_y = \sum_{i=1}^{i=z} \int_A^B \frac{K_{P_z}^P \cos \beta_i dr}{\left( 1 - \frac{\rho}{r_{ин}} \frac{\omega}{\omega_{ин}} \cos \beta_i \right)^{y_{pz}}} - \sum_{i=1}^{i=z} \int_A^B \frac{K_{P_y}^P \sin \beta_i dr}{\left| 1 - \frac{\rho}{r_{ин}} \frac{\omega}{\omega_{ин}} \cos \beta_i \right|^{y_{py}}}, \quad (13)$$

где

$$K_{P_{y(z)}}^P = \begin{cases} K_{y(z)}, & \text{при } V > 0; \\ C \cdot K_{y(z)}, & \text{при } V < 0, C \gg 1. \end{cases}$$

При достаточно большом  $C$  участок с противоположно направленной скоростью на заборном конусе некоторого зуба инструмента действительно мал, и можно считать, что на нем  $V_{\phi} \approx 0$ . Следовательно, из выражения (8) получим:

$$\rho \approx \frac{r_{ин} \omega_{ин}}{\omega}. \quad (14)$$

При этом на заборном конусе одного из зубьев находится центр мгновенного качения инструмента и инструмент совершает обкаточное движе-

ние по поверхности резания. Причем на поверхности резания в этом случае должны оставаться равномерно расположенные следы от режущих кромок зубьев инструмента с угловым шагом:

$$\alpha = \frac{2\pi\omega_{ин}}{\omega}. \quad (15)$$

При условии, что для мерного многолезвийного инструмента (зенкера, развертки)  $r_{ин} - r_{отв} \ll r_{отв}$ , из выражения (16) с учетом (18) получим:

$$\Delta P_x \approx \frac{2K_{Py}r_{ин}^{y_{Py}}}{1 - y_{Py}} \cdot n, \quad (16)$$

где

$$n = \int_0^{2\pi} \cos \beta_i \left[ \left( 1 + \frac{t}{r_{ин}} - \cos \beta_i \right)^{1-y_{Py}} - (1 - \cos \beta_i)^{1-y_{Py}} \right] d\beta.$$

Частоту колебаний центра инструмента  $\omega$  определяем по известной зависимости [3]:

$$\omega = \sqrt{\frac{(P_{упр} + \Delta P_x)}{m\rho}} = \sqrt{\frac{\Delta P_x}{m\rho} + \frac{j_H}{m}}. \quad (17)$$

Решая совместно (14) и (17), получаем:

$$\omega = \frac{\Delta P_x}{2mr_{ин}\omega_{ин}} + \sqrt{\left(\frac{\Delta P_x}{2mr_{ин}\omega_{ин}}\right)^2 + \frac{j_H}{m}}; \quad (18)$$

$$\rho = \frac{r_{ин}\omega_{ин}}{\frac{\Delta P_x}{2mr_{ин}\omega_{ин}} + \sqrt{\left(\frac{\Delta P_x}{2mr_{ин}\omega_{ин}}\right)^2 + \frac{j_H}{m}}}. \quad (19)$$

Таким образом, при соосном расположении инструмента и обрабатываемого отверстия наблюдается неустойчивое положение инструмента в 0-й точке, что приводит к разбивке входного торца отверстия, которую можно оценить по формуле (19). При этом частота колебания центра инструмента  $\omega$  намного превышает частоту, связанную с вращением инструмента  $\omega_{ин}$  (см. формулу 18).

В практике наиболее часто при обработке отверстий наблюдается смещение осей инструмента и предварительно обработанного отверстия. Это связано с тем, что существуют погрешности предшествующего перехода (операции), фиксации поворотных столов и револьверных головок, приспособлений-спутников и т.п. В данном случае происходит смещение оси инструмента с исходного положения от действия неуравновешенных сил [1], что приводит к образованию погрешности расположения оси при заходе мерного инструмента в обрабатываемое отверстие.

В данном случае при исходном смещении  $\Delta$  осей инструмента и обрабатываемого отверстия (рис. 5) система уравнений, описывающая движение инструмента, остается прежней (2).

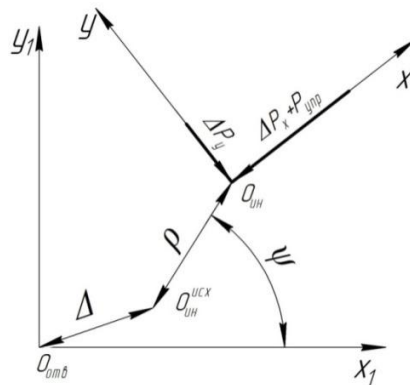


Рис. 5. Схема к выводу уравнений движения инструмента при наличии исходного и случайного смещений

Неуравновешенные силы  $\Delta P_x$  и  $\Delta P_y$  определяются по выражениям (12) и (13) при:

$$A = r_{\text{отв}}; \quad B = \Gamma = r_{\text{ин}} + (\Delta + \rho \cos \psi) \cos \beta_i. \quad (20)$$

При пределах интегрирования (20) система (2) с учетом выражений (12) и (13) становится интегро-дифференциальной и при этом существенно нелинейной, что затрудняет ее решение методом последовательных приближений. Однако ее можно приближенно решить с использованием принципа автономии временных интервалов [5], так как для данного процесса характерны существенные различия частот колебаний центра инструмента  $\omega$  и колебаний  $\omega_{\text{ин}}$ , связанных с вращением инструмента (см. формулу 18).

Следовательно, при рассмотрении быстрых колебаний центра инструмента ( $\psi = \omega \cdot t$ ) медленно изменяющуюся величину  $\cos \beta_i$  можно принять постоянной. Тогда неуравновешенные силы определяются по зависимостям (12) и (13) и по выражению (19) можно оценить величину разбивки отверстия.

При рассмотрении медленных колебаний, связанных с вращением инструмента ( $\beta_i = \alpha(i - 1) + \omega_{\text{ин}} \cdot t$ ), быстрые колебания приближенно можно считать усредненными. Тогда в выражениях (12) и (13) для определения неуравновешенных сил  $\Delta P_x$  и  $\Delta P_y$  пределы интегрирования будут следующие:

$$A = r_{\text{отв}}; \quad B = \Gamma = r_{\text{ин}} + \Delta \cos \beta_i. \quad (21)$$

Подставляя значения сил  $\Delta P_x$  и  $\Delta P_y$  с учетом (21) в систему (2), получим положение оси на входном торце обрабатываемого отверстия.

Так как при врезании мерный инструмент совершает обкаточное движение по поверхности резания ( $\Delta P_y \approx 0$ ) и при условии  $r_{\text{ин}} - r_{\text{отв}} \ll r_{\text{отв}}$ , получаем приближенную зависимость для опреде-

ления неуравновешенной силы  $\Delta P_x$  при исходном смещении  $\Delta$  осей инструмента и обрабатываемого отверстия:

$$\Delta P_x = \frac{2K_{Py} r_{ин}^{y_{Py}}}{1 - y_{Py}} \cdot n_x, \quad (22)$$

где

$$n_x = \int_0^{2\pi} \cos \beta_i \left[ \left( 1 + \frac{t}{r_{ин}} + \frac{\Delta}{r_{ин}} \cdot \cos \beta_i - \cos \beta_i \right)^{1-y_{Py}} - (1 - \cos \beta_i)^{1-y_{Py}} \right] d\beta.$$

Зная величину действующей силы (22) и жесткость технологической системы, можно определить величину смещения оси отверстия на входном торце, которое определяет координатное расположение оси при обработке отверстий мерным инструментом:

$$\Delta_{вх} = \frac{\Delta P_x}{j_n} = \frac{2K_{Py} r_{ин}^{y_{Py}}}{(1 - y_{Py}) j_n} \cdot n_x. \quad (23)$$

Полученные теоретические зависимости позволяют осуществить прогноз точности обработки отверстий мерным инструментом. Кроме этого, выявленное явление обката, сопровождающееся появлением вибраций инструмента, было реализовано при разработке конструкций вибрационных устройств [6, 7].

#### Библиографический список

1. Решетников, Б.А. Совершенствование технологических систем для развертывания отверстий с целью обеспечения высокой точности их расположения: дис. ... канд. техн. наук / Б.А. Решетников. – Челябинск, 1986. – 186 с.
2. Справочник технолога по автоматическим линиям / А.Г. Косилова, А.Г. Лыков, О.М. Деев и др. – М.: Машиностроение, 1982. – 320 с.
3. Бидерман, В.Л. Теория механических колебаний: учебник для вузов / В.Л. Бидерман. – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.
4. Кудинов, В.А. Динамика станков / В.А. Кудинов. – М.: Машиностроение, 1967. – 360 с.
5. Тихонов, А.Н. Системы дифференциальных уравнений, содержащие малые параметры при производных / А.Н. Тихонов // Математический сборник. – 1952. – № 31. – С. 575–586.
6. Сергеев, С.В. Вибрационные роторные приводы машин: монография / С.В. Сергеев, Б.А. Решетников, Р.Г. Закиров. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2007. – 242 с.
7. Simulation of the Mixing of Components in Lubricant and Coolant Fluids / S.V. Sergeev and V.G. Nekrutov // Russian Engineering Research, 2012, Vol. 32, No. 3, Pp. 225–228.

[К содержанию](#)