Устройства аналоговой и цифровой электроники

УДК 621.317.322 DOI: 10.14529/power190415

ПОГРЕШНОСТЬ ЦИФРОВОГО ВОЛЬТМЕТРА ПЕРЕМЕННОГО ТОКА, ОБУСЛОВЛЕННАЯ КВАНТОВАНИЕМ ПО УРОВНЮ

Г.И. Волович[1], Е.В. Литвинова[2], С.Н. Мунтьянов[1], В.А. Яковлев[2]
[1] *ООО «Челэнергоприбор», г. Челябинск, Россия,*
[2] *Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия*

При проектировании цифрового вольтметра переменного тока необходимо, исходя из поставленных в тоническом задании параметров прибора, определить оптимальную конфигурацию используемой электроники, позволяющей достичь требуемых характеристик. Одной из таких характеристик является точность. Помимо шумов и наводок извне аппаратная методическая погрешность является базой, которая определяет максимально доступную точность измерения. Задача, решаемая в статье, состоит в выборе минимально допустимой разрядности квантования по уровню, при учете того, что известен диапазон измерения и предполагаемый класс точности. В статье получена и апробирована модель методической погрешности квантования по уровню и получены результаты для учета квантования по времени цифрового вольтметра переменного тока. Найдена зависимость погрешности от отношения минимальной измеряемой амплитуды сигнала к шагу квантования АЦП. Получены аналитические модели погрешности квантования по уровню, приведенные к выходу цифрового вольтметра, для идеального фильтра низких частот. Найденные выражения позволяют определить минимально допустимый шаг квантования АЦП или ЦАП для известного допустимого уровня погрешности и минимальной амплитуды входного сигнала, без учета квантования по времени и шума в измеряемом сигнале, при условии использования метода измерения напряжения путём его дискретизации по времени и уровню посредством АЦП.

Ключевые слова: цифровой вольтметр, ошибка квантования, модель АЦП, дискретный сигнал, ошибки по уровню, измерение сигнала.

Введение

Одной из подзадач при проектировании цифрового вольтметра переменного напряжения является оценка погрешности, обусловленной квантованием по уровню. Данное значение позволяет определить минимальное требуемое количество разрядов АЦП. При этом оценка этой погрешности необходима с учетом метода измерения. Для того чтобы оценка учитывала функцию преобразования измеряемого сигнала, надо привести погрешность к показаниям вольтметра.

Задача измерения действующего значения сводится к нахождению среднего значения квадрата сигнала.

На данный момент хорошо развита методика вероятностного оценивания погрешности квантования [1–9], но она не всегда применима и позволяет получить исключительно завышенную оценку в условиях пренебрежимо малых шумов на входе. Также одна из сложностей получения такой оценки – это нелинейная функция преобразования звеньев, обрабатывающих квантованный сигнал. Так, в статьях [8, 10] и более ранней [11] были определены погрешности квантования при равномерном шаге квантования и линейной функции преобразования. Полученные результаты были дополнены в ряде статей [12–15] и подытожены в статье Элиаса в 1970 г. [16]. Обширное описание истории развития области исследования квантования представлено в работе [17].

При этом погрешность квантования сигнала можно разделить на погрешность квантования по времени и погрешность квантования по уровню [18]. В данной статье получены математические модели, позволяющие оценить погрешность квантования по уровню для цифрового вольтметра действующего значения. Таким образом, при моделировании можно оценить погрешность, обусловленную квантованием по уровню при использовании цифрового вольтметра, чей принцип работы показан на рис. 1, и выбрать допустимую разрядность.

В данной статье получена модель погрешности квантования по уровню цифрового вольтметра, показанного на рис. 1. Модель апробирована в среде SciLab [19].

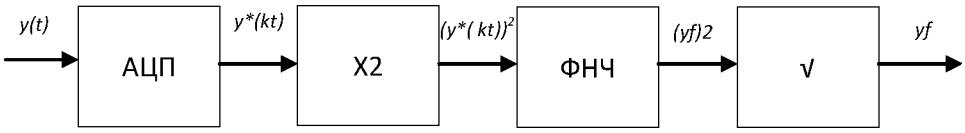

Рис. 1. Упрощенная блок-схема цифрового вольтметра

Модель АЦП

Рассмотрим синусоидальный сигнал на входе вольтметра:

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi),$$

здесь ω – круговая частота сигнала; φ – фаза сигнала; A – амплитудное значение напряжения.

Число квантов, которые полностью перекрывают сигнал, определится как

$$N = \left[\frac{A}{\Delta}\right],$$

где квадратные скобки обозначают операцию округления до целого вниз, а Δ – шаг квантования по уровню.

Зависимость выходного сигнала АЦП y от входного сигнала x [20] будет определяться как

$$y = \left[\frac{x}{\Delta}\right].$$

Рассмотрим первый полупериод с нулевой фазой φ.

Дискретный сигнал на первой четверти периода будет принимать значения при $n = 1 \ldots N$:

$$\Delta \cdot n = A \cdot \sin\left(\omega \cdot \tau_{1,n} + \varphi\right)$$

или

$$n \cdot \frac{\Delta}{A} = \sin\left(\omega \cdot \tau_{1,n} + \varphi\right).$$

Время, когда на выходе происходит изменение сигнала на одну дискрету вверх:

$$\tau_{1,n} = \frac{\arcsin\left(n \cdot \frac{\Delta}{A}\right)}{\omega}. \quad (1)$$

Время изменения сигнала скачком на одну дискрету вниз:

$$\tau_{2,n} = \frac{\pi - \arcsin\left(n \cdot \frac{\Delta}{A}\right)}{\omega}. \quad (2)$$

Дискретный сигнал на второй четверти периода будет принимать значения при $n = 1 \ldots N$:

$$\Delta \cdot (n-1) = A \cdot \sin\left(\omega \cdot \tau_{3,n} + \varphi\right)$$

или

$$(n-1) \cdot \frac{\Delta}{A} = \sin\left(\omega \cdot \tau_{3,n} + \varphi\right)$$

в соответствующие моменты времени $\tau_{3,n}$.

Рассмотрим второй полупериод с нулевой фазой φ.

Время, когда на выходе происходит изменение сигнала на одну дискрету вверх:

$$\tau_{3,n} = \frac{\pi}{\omega} + \frac{\arcsin\left((n-1) \cdot \frac{\Delta}{A}\right)}{\omega}. \quad (3)$$

Время изменения сигнала скачком на одну дискрету вниз:

$$\tau_{4,n} = \frac{\pi}{\omega} + \frac{\pi - \arcsin\left((n-1) \cdot \frac{\Delta}{A}\right)}{\omega}. \quad (4)$$

Тогда модель сигнала на выходе АЦП можно описать следующим выражением, $n = 1, 2, 3 \ldots$

$$y^*(k \cdot Ts) = \Delta\left(\sum_{i=1}^{N} 1\left(k \cdot Ts - \tau_{1,i} + \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{w}\right) - \sum_{i=1}^{N} 1\left(k \cdot Ts - \tau_{2,i} + \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{w}\right) + \right.$$
$$\left. + \sum_{i=1}^{N+1} 1\left(k \cdot Ts - \tau_{3,i} + \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{w}\right) - \sum_{i=1}^{N+1} 1\left(k \cdot Ts - \tau_{4,i} + \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{w}\right)\right). \quad (5)$$

Квадратор

Квадрат полученного дискретного сигнала (6):

$$\left(y^*(kTs)\right)^2 = \Delta^2 \cdot \left(\sum_{i=1}^{N} 1\left(kTs - \tau_{1,i}\right) - \sum_{i=1}^{N} 1\left(kTs - \tau_{2,i}\right)\right)^2.$$

Распишем данное выражение:

$$\frac{\left(y^*(k \cdot Ts)\right)^2}{\Delta^2} = \left(\sum_{i=1}^{N} 1\left(k \cdot Ts - \tau_{1,i}\right)\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{N} 1\left(k \cdot Ts - \tau_{2,i}\right)\right)^2 -$$
$$-2 \cdot \sum_{i=1}^{N} 1\left(k \cdot Ts - \tau_{1,i}\right) \cdot \sum_{i=1}^{N} 1\left(k \cdot Ts - \tau_{2,i}\right).$$

Момент $\tau_2 > \tau_1$, следовательно

$$\frac{\left(y^*(k \cdot Ts)\right)^2}{\Delta^2} = \left(\sum_{i=1}^{N} 1\left(k \cdot Ts - \tau_{1,i}\right)\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{N} 1\left(k \cdot Ts - \tau_{2,i}\right)\right)^2 - 2 \cdot \sum_{i=1}^{N} 1\left(k \cdot Ts - \tau_{2,i}\right).$$

Воспользуемся в дальнейшем тем, что

$$\left(\sum_{j=1}^{N} 1\left(kTs - \tau_{1,j}\right)\right)^2 = \sum_{j=1}^{N} (2 \cdot j - 1) \cdot 1\left(kTs - \tau_{1,j}\right).$$

При учете того, что квантованный сигнал принимает значения, симметричные относительно пикового значения, а τ_2 наступает позднее достижения сигналом пика, и учитывая аналогичные выводы для τ_4, справедливо:

$$\left(y^*(k\cdot Ts)\right)^2 = \Delta^2 \sum_{n=1}^{\infty}\left(\sum_{j=1}^{N}(2\cdot j-1)\cdot\left(1\left(kTs-\tau_{1,j}+\frac{2\pi n}{w}\right)-1\left(kTs-\tau_{2,j}+\frac{2\pi n}{w}\right)\right)+\right.$$
$$\left.+\sum_{j=1}^{N+1}(2\cdot j-1)\cdot\left(1\left(kTs-\tau_{3,j}+\frac{2\pi n}{w}\right)-1\left(kTs-\tau_{4,j}+\frac{2\pi n}{w}\right)\right)\right). \quad (6)$$

Среднее значение за период сигнала

Найдем постоянную составляющую сигнала на выходе квадратора. Частота дискретизации кратна частоте сигнала. Для упрощения расчётов будем рассматривать отношение квадрата дискретного сигнала к квадрату шага квантования:

$$\left(y_f\right)^2 = m\left(\frac{\left(y^*(t)\right)^2}{\Delta^2}\right) = \sum_{j=1}^{N}(2\cdot j-1)\cdot\frac{(\tau_{2,j}-\tau_{1,j})}{T}+\sum_{j=1}^{N+1}(2\cdot j-1)\cdot\frac{(\tau_{4,j}-\tau_{3,j})}{T}. \quad (7)$$

После подстановки (1)–(4) в (7):

$$\left(y_f\right)^2 = 2\cdot N^2+2N+1-\sum_{n=1}^{N}(2\cdot n-1)\cdot\frac{\arcsin\left((n)\cdot\frac{\Delta}{A}\right)}{\pi}-\sum_{n=1}^{N+1}(2\cdot n-1)\cdot\frac{\arcsin\left((n-1)\cdot\frac{\Delta}{A}\right)}{\pi}.$$

Данное выражение показывает выходной сигнал идеального фильтра как функцию от N, где N – округленное значение отношения амплитуды к шагу квантования.

Тогда относительная ошибка, вызванная квантованием по уровню:

$$\text{error} = \frac{\sqrt{2}\cdot\Delta\cdot\sqrt{\left(N^2-\sum_{n=1}^{N}(2\cdot n-1)\cdot\frac{\arcsin\left(n\cdot\frac{\Delta}{A}\right)}{\pi}-\sum_{n=1}^{N+1}(2\cdot n-1)\cdot\frac{\arcsin\left((n-1)\cdot\frac{\Delta}{A}\right)}{\pi}\right)}-A}{A}. \quad (8)$$

Данная погрешность имеет точки экстремума для каждого N. Соответственно максимальная из них и является искомой погрешностью.

Минимумы будут находиться в особых точках, а для нахождения максимума найдем производную по ошибке и приравняем её к нулю. Решение данного уравнения даст необходимое значение аргумента ошибки.

Данные выражения нелинейные. Таким образом, получение аналитического выражения трудоёмко. Воспользуемся методом половинного деления для нахождения корней полученных выражений. Результаты, полученные в Scilab, представлены в виде графика на рис. 2.

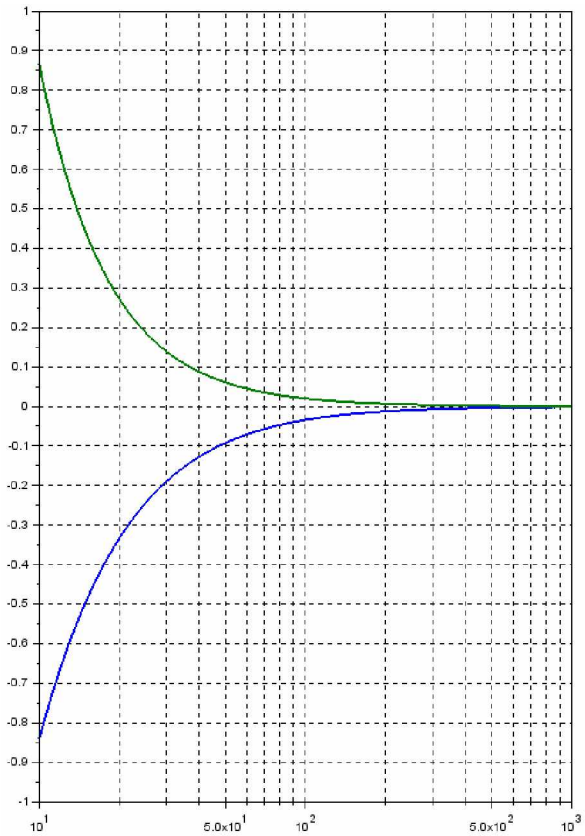

Рис. 2. Зависимость относительной погрешности, %, от отношения амплитуды к шагу квантования

На рис. 2 видно, что погрешность квантования определяется отношением минимальной амплитуды сигнала, которую необходимо измерять, к шагу квантования.

Аппроксимация данной зависимости методом наименьших квадратов от $N = 2$ до 1000 с максимальной относительной погрешностью аппроксимации, не превышающей 2,8 %, представлена ниже:

$$-e^{\left(3{,}4341-\frac{2{,}016}{N-0{,}08}\right)}\cdot(N-0{,}08)^{-1{,}47594} < \delta << e^{\left(3{,}43046+\frac{1{,}7227}{\sqrt{N+0{,}4816}}\right)}\cdot(N+0{,}4816)^{-1{,}5042},$$

где δ – относительная погрешность измерения в процентах.

Тогда соответственно относительная погрешность может быть оценена как

$$\delta \approx 100\cdot\max\left(e^{\left(-1{,}171-\frac{2{,}016}{N-0{,}08}\right)}\cdot(N-0{,}08)^{-1{,}47594}e^{\left(-1{,}7471+\frac{1{,}7227}{\sqrt{N+0{,}4816}}\right)}\cdot(N+0{,}4816)^{-1{,}5042}\right). \quad (9)$$

Цифровой фильтр нижних частот

Для использования неидеального фильтра рассмотрим сигнал, получаемый на выходе квадратора (6).

Сигнал (6), представленный в форме ряда Фурье:

$$\left(y^*(kTs)\right)^2 = \Delta^2\sum_{j=1}^{N}\frac{1}{s_{1,j}} + \Delta^2\sum_{j=1}^{N+1}\frac{1}{s_{2,j}} + 2\Delta^2\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sum_{j=1}^{N}\mathrm{sinc}\left(\frac{n}{s_{1,j}}\right)\cdot\frac{2\cdot j-1}{s_{1,j}}\cdot\cos(w\cdot n\cdot kTs) + \right.$$
$$\left. + \sum_{j=1}^{N+1}\mathrm{sinc}\left(\frac{n}{s_{2,j}}\right)\cdot\frac{2\cdot j-1}{s_{2,j}}\cdot\cos(w\cdot n\cdot kTs+\pi\cdot n)\right), \quad (10)$$

где $s_{k,j}$ – скважность, определяемая следующим образом:

$$s_{1,j} = \frac{T}{\tau_{2,j}-\tau_{1,j}};$$

$$s_{2,j} = \frac{T}{\tau_{4,j}-\tau_{3,j}}.$$

Для учета квантования по времени при частоте дискретизации, кратной частоте сигнала, $s_{k,j}$ заменится на $s_{\tilde{k},j}$, где $s_{\tilde{k},j}$ определяется как:

$$s_{\tilde{1},j} = \frac{T}{\left[\frac{\tau_{2,j}}{Ts}+1\right]\cdot Ts-\left[\frac{\tau_{1,j}}{Ts}+1\right]\cdot Ts};$$

$$s_{\tilde{2},j} = \frac{T}{\left[\frac{\tau_{4,j}}{Ts}+1\right]\cdot Ts-\left[\frac{\tau_{3,j}}{Ts}+1\right]\cdot Ts}.$$

Для фильтра высокого порядка при соблюдении условия о кратности частоты дискретизации и частоты сигнала и частоте среза ниже частоты сигнала для k много больше постоянной времени фильтра справедливо

$$y_f^2 \approx \Delta^2\sum_{j=1}^{N}\frac{1}{s_{\tilde{1},j}} + \Delta^2\sum_{j=1}^{N+1}\frac{1}{s_{\tilde{2},j}}. \quad (11)$$

При несоблюдении данных условий квадрат дискретизированного сигнала можно представить как

$$\left(y^*(\mathrm{k}\cdot\mathrm{Ts})\right)^2 = \Delta^2\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sum_{j=1}^{N}(2\cdot j-1)\cdot\left(1\left(\widetilde{\tau_{1,j,n}}(kTs)\right)-1\left(\widetilde{\tau_{2,j,n}}(kTs)\right)\right)+\right.$$
$$\left.+\sum_{j=1}^{N+1}(2\cdot j-1)\cdot\left(1\left(\widetilde{\tau_{3,j,n}}(kTs)\right)-1\left(\widetilde{\tau_{4,j,n}}(kTs)\right)\right)\right), \quad (12)$$

где

$$\tau_{\tilde{i},j,n}(kTs) = \left[\frac{kTs-\tau_{i,j}+\frac{2\pi n}{w}}{Ts}+1\right]\cdot Ts.$$

Тогда на выходе ФНЧ

$$y_f^2(kTs) = \Delta^2\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sum_{j=1}^{N}(2\cdot j-1)\cdot\left(h\left(\widetilde{\tau_{1,j,n}}(kTs)\right)-h\left(\widetilde{\tau_{2,j,n}}(kTs)\right)\right)+\right.$$
$$\left.+\sum_{j=1}^{N+1}(2\cdot j-1)\cdot\left(h\left(\widetilde{\tau_{3,j,n}}(kTs)\right)-h\left(\widetilde{\tau_{4,j,n}}(kTs)\right)\right)\right), \quad (13)$$

где $h(t)$ – переходная характеристика фильтра.

Соответственно, на выходе будет наблюдаться величина

$$y_f(kTs) = \sqrt{y_f^2(kTs)}. \quad (14)$$

Так, для сигнала, представленного в примере 3 статьи [4], подставив (11) в (14), получаем $2{,}96\cdot10^{-5}$, что соответствует результатам моделирования.

При моделировании по формуле (14) при соблюдении соответствующих условий для определения фильтрованного квадрата дискретизированного сигнала, разность между прямым методом моделирования и полученным моделям была равна нулю.

Выводы

Получены зависимости погрешности цифрового вольтметра в зависимости от квантования по уровню. Результаты представлены на рис. 2. Зависимости аппроксимированы с погрешностью, не превышающей 2,8 % на интервале отношения амплитуды сигнала к шагу квантования от 2 до 1000, зависимостью (9).

Получена аналитическая модель дискретизированного сигнала на выходе АЦП, представленная выражением (5), и квадрата этого сигнала, представленного выражением (6) и (10).

При использовании цифрового фильтра нижних частот важной особенностью можно выделить влияние частоты квантования на погрешность при соблюдении зависимости (9).

Получены аналитические модели погрешности квантования по уровню, приведенные к выходу цифрового вольтметра, для идеального фильтра низких частот. Найденные выражения позволяют определить минимально допустимый шаг квантования АЦП или ЦАП для известного допустимого уровня погрешности и минимальной амплитуды входного сигнала, без учета квантования по времени и шума в измеряемом сигнале, при условии использования метода измерения, представленного на рис. 1.

Модели, позволяющие оценить погрешность квантования по уровню, апробированы в среде программирования Scilab.

Литература

1. Баранов, Л.А. Квантование по уровню и временная дискретизация в цифровых системах управления / Л.А. Баранов. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 304 с.

2. Гутников, В.С. Фильтрация измерительных сигналов / В.С. Гутников. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 192 с.

3. Бесекерский, В.А. Цифровые автоматические системы / В.А. Бесекерский. –М.: Наука, 1976. – 576 с.

4. Проектирование систем цифровой и смешанной обработки сигналов / Под ред. У. Кестера. – М.: Техносфера, 2010. – 328 с.

5. Райс, В. Как работают аналогово-цифровые преобразователи и что можно узнать из спецификации на АЦП / В. Райс // Компоненты и технологии. – 2005. – № 3. – С. 116–123.

6. Волович, Г.И. Аналого-цифровое измерение переменного напряжения и теорема Котельникова / Г.И Волович // Компоненты и технологии. – 2010. –№ 108. – С. 144–149.

7. Волович, Г.И. Влияние внутренних шумов на погрешность электронного трансформатора тока / Г.И. Волович // Измерительная техника. – 2016. – № 2. – С. 42–45.

8. Bennett, W.R. Spectra of quantized signals / W.R. Bennett // Bell Systems Technical Journal. – 1948. – Vol. 27. – P. 446–472. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1948.tb01340.x

9. Ратхор, Т.С. Цифровые измерения. Методы и схемотехника / Т.С. Ратхор. – М.: Техносфера, 2004. – 376 с.

10. Lloyd, S. Least squares quantization in PCM / S. Lloyd // IEEE transactions on information theory. – 1982. – Vol. 28, no. 2. – P. 129–137. DOI: 10.1109/tit.1982.1056489

11. Sheppard, W.F. On the calculation of the most probable values of frequency constants for data arranged according to equidistant divisions of a scale / W.F. Sheppard // Proc. London Math. Soc. – 1898. – Vol. 29. – P. 353–380. DOI: 10.1112/plms/s1-29.1.353

12. Titsworth, R.C. Optimal threshold and level selection for quantizing data / R.C. Titsworth // JPL Space Programs Summary. – P. 37–23.

13. Bruce, J.D. On the optimum quantization of stationary signals / J.D. Bruce // In 1964 IEEE Int. conv. – Rec. 1964. – Pt. 1. – P. 118–124.

14. Shaver, H.N. Topics in statistical Quantizations / H.N. Shaver. – Stanford Univ. Ca. Stanford Electronics Labs, 1965. – No. 7050-5.

15. Algazi, V. Useful approximations to optimum quantization / V. Algazi // IEEE Transactions on Communication Technology. – 1966. – Vol. 14, no. 3. – P. 297–301. DOI: 10.1109/tcom.1966.1089333

16. Elias, P. Bounds on performance of optimum quantizers / P. Elias // IEEE Transactions on Information Theory. – 1970. – Vol. 16, no. 2. – P. 172–184. DOI: 10.1109/tit.1970.1054415

17. Gray, R.M. Quantization / R.M. Gray, D.L. Neuhoff // IEEE transactions on information theory. – 1998. – Vol. 44, no. 6. – P. 2325–2383. DOI: 10.1109/18.720541

18. Гублер, Г.Б. Алгоритмы цифровой обработки сигналов многофункционального эталонного прибора для измерений электроэнергетических величин / Г.Б. Гублер, В.С. Гутников // Метрология электрических измерений измерений в энергетике: информ. материалы 1-й науч.-практ. конф. – М.: НЦ ЭНАС, 2001. – С. 68–71.

19. Campbell, S.L. Modeling and Simulation in Scilab/Scicos with ScicosLab 4.4 / S.L. Campbell, J.P. Chanclier, R. Nikoukhah. – Second Edition. – New York: Springer, 2010. – 319 p. DOI: 10.1007/978-1-4419-5527-2_3

20. Бабичев, М.М. Оценки погрешности дискретности при измерении среднеквадратических значений периодических сигналов / М.М. Бабичев, Ю.А. Пасынков // Актуальные проблемы электронного приборостроения. Труды XII международной конференции: АПЭП-2014. – Новосибирск: НГТУ, 2014. – С. 191–194. DOI: 10.1109/apeie.2014.7040898

Волович Георгий Иосифович, д-р. техн. наук, профессор, директор, ООО «Челэнергоприбор», г. Челябинск; g_volovich@mail.ru.

Литвинова Екатерина Валерьевна, канд. техн. наук, доцент кафедры «Теоретические основы электротехники», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; litvinovaev@susu.ru.

Мунтьянов Сергей Николаевич, инженер-метролог, ООО «Челэнергоприбор», г. Челябинск; muntyanovs@gmail.com.

Яковлев Владимир Александрович, канд. техн. наук, доцент кафедры «Теоретические основы электротехники», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; iakovlevva@susu.ru.

Поступила в редакцию 10 мая 2019 г.

DOI: 10.14529/power190415

DIGITAL AC VOLTMETER ERROR CAUSED BY LEVEL QUANTIZATION

G.I. Volovich[1], *g_volovich@mail.ru,*
E.V. Litvinova[2], *litvinovaev@susu.ru,*
S.N. Muntyanov[1], *muntyanovs@gmail.com,*
V.A. Yakovlev[2], *iakovlevva@susu.ru*
[1] *LLC "Chelenergopribor", Chelyabinsk, Russian Federation,*
[2] *South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation*

A digital AC voltmeter design requires determining the optimal configuration of the electronics used. This electronics allows achieving the required characteristics, and its configuration shall be based on the parameters of the device set in the tonic task. Among other characteristics, a designer shall account for the device accuracy. In addition to noise and outside interference, the hardware methodological error is the basis that determines the maximum available measurement accuracy. The article presents a solution to a problem of choosing the minimum allowable bit depth of quantization by level, taking into account the known measurement range and the expected accuracy class. A model and methodological error of quantization by level is obtained and tested. The article also presents the results the cases when time quantization of a digital AC voltmeter are accounted for. The dependence of the error on the ratio of the minimum measured amplitude of the signal to the quantization step of the ADC is found. The paper describes the analytical models of level quantization error obtained for the output of a digital voltmeter for an ideal low-pass filter. The designed expressions are the basis to determine the minimum allowable step for quantizing the ADC or DAC for a known acceptable level of error and minimum amplitude of the input signal without respect to time and noise quantization in the measured signal, provided that the voltage measurement method is sampling it by time and level by means of the ADC.

Keywords: digital voltmeter, quantization error, ADC module, discrete signal, level of error, measured signal.

References

1. Baranov L.A. *Kvantovaniye po urovnyu i vremennaya diskretizatsiya v tsifrovykh sistemakh upravleniya* [Level Quantization and Temporal Discretization in Digital Control Systems]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1990. 304 p.

2. Gutnikov V.S. *Fil'tratsiya izmeritel'nykh signalov* [Filtering Measuring Signals]. Leningrad, Energoatomizdat Publ., 1990. 192 p.

3. Besekersky V.A. *Tsifrovyye avtomaticheskiye sistemy* [Digital Automatic Systems]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 576 p.

4. Kester W. (Ed.) *Proyektirovaniye sistem tsifrovoy i smeshannoy obrabotki signalov* [Design of Digital and Mixed Signal Processing Systems]. Moscow, Technosphere Publ., 2010. 328 p.

5. Rice V. [How Analog-to-Digital Converters Work and What Can be Learned from the Specification for ADCs]. *Komponenty i tekhnologii* [Components and Technologies], 2005, no. 3, pp. 116 –123. (in Russ.)

6. Volovich G.I. [Analog-Digital Measurement of Alternating Voltage and Kotelnikov Theorem]. *Komponenty i tekhnologii* [Components and Technologies], 2010, no. 108, pp. 144–149. (in Russ.)

7. Volovich G.I. [The Effect of Internal Noise on the Error of the Electronic Current Transformer]. *Izmeritel'naya tekhnika* [Measurement Techniques], 2016, no. 2, pp. 42–45. (in Russ.)

8. Bennett W.R. Spectra of Quantized Signals. *Bell Systems Technical Journal*, 1948, vol. 27, pp. 446–472. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1948.tb01340.x

9. Ratkhor T.S. *Tsifrovyye izmereniya. Metody i skhemotekhnika* [Digital Measurements. Methods and Circuitry]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2004. 376 p.

10. Lloyd S. Least Squares Quantization in PCM. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1982, vol. 28, no. 2, pp. 129–137. DOI: 10.1109/tit.1982.1056489

11. Sheppard W.F. On the Calculation of the Most Probable Values of Frequency Constants for Data Arranged According to Equidistant Divisions of a Scale. *Proc. London Math. Soc.*, 1898, vol. 24, pt. 2, pp. 353–380. DOI: 10.1112/plms/s1-29.1.353

12. Titsworth R.C. Optimal Threshold and Level Selection for Quantizing Data. *JPL Space Programs Summary*, pp. 37–23.

13. Bruce J.D. On the Optimum Quantization of Stationary Signals. *1964 IEEE Int. Conv. Rec.*, 1964, pt. 1, pp. 118–124.

14. Shaver H.N. Topics in Statistical Quantizations. *Stanford Univ Ca. Stanford Electronics Labs*, 1965, no. 7050-5.

15. Algazi V. Useful Approximations to Optimum Quantization. *IEEE Transactions on Communication Technology*, 1966, vol. 14, no. 3, pp. 297–301. DOI: 10.1109/tcom.1966.1089333

16. Elias P. Bounds on Performance of Optimum Quantizers. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1970, vol. 16, no. 2, pp. 172–184. DOI: 10.1109/tit.1970.1054415

17. Gray R.M., Neuhoff D.L. Quantization. *IEEE transactions on information theory*, 1998, vol. 44, no. 6, pp. 2325–2383. DOI: 10.1109/18.720541

18. Gubler G.B., Gutnikov V.S. [Algorithms for Digital Signal Processing of a Multifunctional Reference Instrument for Measuring Electrical Energy Quantities]. *Metrology of Electrical Measurements in the Power Industry: Inform. Materials of the 1st Scientific Conf.* Moscow, SC ENAS, 2001, pp. 68–71.

19. Campbell S.L., Chanclier J.P., Nikoukhah R. *Modeling and Simulation in Scilab/Scicos with ScicosLab 4.4*. Second Edition, Springer, New York, 2010. DOI: 10.1007/978-1-4419-5527-2_3

20. Babichev M.M., Pasynkov Yu.A. Estimates of the Discreteness Error in Measuring the RMS Values of Periodic Signals. *Actual Problems of Electronic Instrumentation. Proceedings of the XII International Conference: APEP-2014*. Novosibirsk, NSTU Publ., 2014, pp. 191–194. DOI: 10.1109/apeie.2014.7040898

Received 10 May 2019

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Погрешность цифрового вольтметра переменного тока, обусловленная квантованием по уровню / Г.И. Волович, Е.В. Литвинова, С.Н. Мунтьянов, В.А. Яковлев // Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». – 2019. – Т. 19, № 4. – С. 132–138. DOI: 10.14529/power190415

FOR CITATION

Volovich G.I., Litvinova E.V., Muntyanov S.N., Yakovlev V.A. Digital AC Voltmeter Error Caused by Level Quantization. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Power Engineering*, 2019, vol. 19, no. 4, pp. 132–138. (in Russ.) DOI: 10.14529/power190415