

621.833  
Б 405

Министерство высшего и среднего специального  
образования РСФСР

ЧЕЛЯБИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

На правах рукописи

Инженер БЕЗРУКОВ В. И.

ГЕОМЕТРИЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ,  
СОСТАВЛЕННЫХ ИЗ ЭВОЛЬВЕНТНО-  
КОНИЧЕСКИХ КОЛЕС

Автореферат  
диссертации на соискание ученой  
степени кандидата технических наук

Научный руководитель -  
доктор технических наук,  
профессор БУРГВИЦ А. Г.

Челябинск, 1966 г.

ЧПИ

621.833



ЧЕЛЯБИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

На правах рукописи

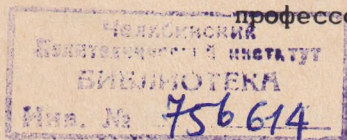
Инженер БЕЗРУКОВ В. И.

ГЕОМЕТРИЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ,  
СОСТАВЛЕННЫХ ИЗ ЭВОЛЬВЕНТНО-  
КОНИЧЕСКИХ КОЛЕС

Автореферат

диссертации на соискание ученой  
степени кандидата технических наук

Научный руководитель -  
доктор технических наук,  
профессор БУРГВИЦ А. Г.



Челябинск, 1966 г.

Просим Вас и сотрудников Вашего учреждения, интересующихся темой диссертации, принять участие в заседании ученого Совета по присуждению ученых степеней при Челябинском политехническом институте или прислать отзыв в 2-х экземплярах.

Защита диссертации назначена на \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ 1966 г.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Адрес института: г. Челябинск, 44, проспект имени Ленина, 76. Телефон 9-39-64.

Автореферат разослан \_\_\_\_\_ 1966 г.

Ученый секретарь Совета,  
доцент, канд. технич. наук

В. Н. ГОНЧАР

## В В Е Д Е Н И Е

Среди механических передач, используемых в современном машиностроении, наиболее распространены зубчатые передачи. Габариты, конструкция и нагрузочная способность зубчатой передачи в целом ряде случаев определяют общие габариты машины, ее надежность и долговечность.

При всем своем многообразии и совершенстве, существующие виды зубчатых передач не лишены отдельных недостатков и не могут в полной мере удовлетворить требованиям, предъявляемым при проектировании к машине. Этим обусловлены непрерывные поиски новых систем зацепления и видов передач.

В предлагаемой работе исследуется одна из разновидностей зубчатых передач эвольвентного зацепления — передачи, составленные из эвольвентно-конических колес.

Эвольвентно-коническое колесо имеет коническую форму и эвольвентный профиль боковых поверхностей зуба в сечении колеса плоскостью, перпендикулярной его оси. Торцовый шаг зубьев остается постоянным по ширине колеса, а коэффициент смещения инструмента изменяется вдоль ширины колеса по линейному закону.

Передачи, составленные из эвольвентно-конических колес, обладают по сравнению с обычно используемыми передачами, составленными из цилиндрических эвольвентных или конических колес, существенными преимуществами.

1. Широкая универсальность: из эвольвентно-конических колес могут быть составлены передачи внешнего зацепления для любого взаимного расположения осей колес в пространстве; эвольвентно-конические колеса правильно сцепляются с цилиндрическими эвольвентными колесами, червяками и прямобочными рейками.

2. Малая чувствительность передач к монтажным и эксплуатационным погрешностям во взаимном расположении колес.

3. Простота регулировки бокового зазора в зацеплении.

4. Возможность получения простыми технологическими средствами линейного контакта зубьев в передаче между скрещивающимися осями и, как следствие этого, увеличение нагрузочной способности передачи.

5. Высокий коэффициент перекрытия передач между параллельными осями.

6. Простота изготовления эвольвентно-конических колес по сравнению с другими видами конических колес.

Перечисленные преимущества передач с эвольвентно-коническими колесами показывают, что применение этих передач при конструировании машин открывает один из путей повышения надежности, долговечности и экономичности машин.

Возможность осуществления зубчатых передач с эвольвентно-коническими колесами была указана Х. Е. Мерритом. Им отмечено, что такие передачи имеют ценные, но мало изученные свойства. Отдельные вопросы геометрии передач с эвольвентно-коническими колесами рассмотрены в работах Я. С. Давыдова, А. С. Бима, И. Секея, В. Ф. Манычева. Однако перечисленные исследования касаются, главным образом, простейших типов передач: передачи между параллельными осями (В. Ф. Манычев), зацепление прямозубого

эвольвентно-конического колеса с нулевым цилиндрическим колесом (И. Секей).

Теория более сложных типов передач и, в частности, передач между скрещивающимися осями, до сих пор оставалась, по существу, мало разработанной. Требования же минимальных габаритов и компактного расположения узлов машин заставляют использовать передачи между скрещивающимися осями при конструировании машин.

В предлагаемой работе исследованы вопросы теории зацепления и разработаны основные положения геометрической теории зубчатой передачи между скрещивающимися осями, составленной из эвольвентно-конических колес. Эта геометрическая теория является обобщающей для всех видов передач, составленных из колес, нарезаемых инструментом реечного типа.

На основе полученной теории проведен анализ частных случаев передач с эвольвентно-коническими колесами — передач между пересекающимися и между параллельными осями.

При разработке теории передач с эвольвентно-коническими колесами, в пределах возможных аналогий, использованы положения геометрической теории зубчатых передач с цилиндрическими колесами. Поэтому излагаемая работа может рассматриваться как распространение теории передач с эвольвентными цилиндрическими колесами на более общий случай передач с эвольвентно-коническими колесами.

Разработка геометрической теории зубчатых передач с эвольвентно-коническими колесами создает необходимые предпосылки для широкого внедрения этих перспективных передач в промышленность.

Диссертация содержит 205 страниц машинописного текста, 64 иллюстрации и состоит из шести глав.

## ГЛАВА I

### СТАНОЧНОЕ ЗАЦЕПЛЕНИЕ И ГЕОМЕТРИЯ ЭВОЛЬВЕНТНО-КОНИЧЕСКОГО КОЛЕСА

Нарезание эвольвентно-конического колеса производится по методу обкатки инструментом речного типа, причем средняя плоскость производящей рейки наклонена к оси колеса под углом  $\delta$ . Линия зуба инструмента в средней плоскости в общем случае наклонена под углом  $\beta$ .

Движение обкатки сохраняется таким же, как и при нарезании цилиндрического колеса: некоторая плоскость инструмента, параллельная оси колеса, перекачивается без скольжения по делительному цилиндру колеса.

Боковые поверхности зуба эвольвентно-конического колеса являются эвольвентными геликоидами, имеющими в общем случае различные для правой и левой сторон зуба параметры. Поверхности вершин и впадин зубьев представляют собой конусы. В работе рассматриваются колеса с равновысоким зубом.

При определенных сочетаниях параметров  $\beta$  и  $\delta$  станочного зацепления могут быть получены частные случаи эвольвентно-конического колеса: прямозубое и прямозубо-косозубое эвольвентно-конические колеса.

В случае  $\delta = 0$  эвольвентно-коническое колесо вырождается в цилиндрическое эвольвентное ко-

лесо, которое так же может рассматриваться, как частный случай эвольвентно-конического колеса.

Коэффициент смещения инструмента в торцовом сечении колеса имеет, как правило, на большом торце колеса положительное значение, а на малом — отрицательное. Вследствие этого ширина эвольвентно-конического колеса ограничена подрезом зуба на малом торце и заострением на большом торце колеса.

В эвольвентно-коническом колесе может быть допущен некоторый подрез зуба, так как он охватывает лишь часть длины зуба, а в косозубом колесе — только одну сторону зуба. В главе I получены уравнения, позволяющие построить переходную кривую (галтель) зуба в произвольном торцовом сечении колеса и, тем самым, оценить влияние подреза на ослабление основания зуба и сокращение эвольвентной части профиля.

Задача о заострении зуба эвольвентно-конического колеса решается аналогично подобной задаче для цилиндрического колеса, то есть сводится к приближенному решению трансцендентного уравнения относительно предельной величины коэффициента смещения  $\xi_{\max}$ .

На большом торце эвольвентно-конического колеса может быть допущена меньшая, чем для цилиндрического колеса, толщина зуба у вершины, вплоть до полного заострения зуба с последующим снятием фаски.

Подрез и заострение зуба эвольвентно-конического колеса не исключают получения ширины колеса, достаточной для большинства случаев практики.

Нарезание эвольвентно-конического колеса может быть произведено на вертикальном зубофрезерном станке стандартным зуборезным инструментом — червячной фрезой. Возможны два варианта нарезания: с наклоном оси колеса и с вертикаль-



ным положением оси. При первом варианте настройка станка такова же, как и при нарезании цилиндрических колес. При втором варианте, более удобном в технологическом отношении, настройка станка имеет ряд особенностей и осуществляется на основании выведенных нами формул (таблица 1).

## ГЛАВА II

### ГИПЕРБОЛОИДНЫЕ ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ, СОСТАВЛЕННЫЕ ИЗ ЭВОЛЬВЕНТНО-КОНИЧЕСКИХ КОЛЕС

При передаче вращательного движения между скрещивающимися осями аксоидами в относительном движении тел являются однополостные гиперболоиды. В соответствии с формой аксоидов передача между скрещивающимися осями называется гиперболоидной.

Начальные поверхности передачи. В гиперболоидной передаче при точечном контакте зубьев базой для образования зубчатых колес могут служить не аксоиды, а иные поверхности, называемые начальными.

Наиболее общим случаем передачи будет тот, при котором точка касания начальных поверхностей лежит на прямой (луче винта), пересекающей оси колес передачи (сопряженные прямые винта) под углами отличными от  $90^\circ$ . Простейшими по форме начальными поверхностями в этом случае являются конусы. На базе таких конических начальных поверхностей может быть практически выполнена гиперболоидная передача с эвольвентно-коническими колесами.

Сцепляемость колес в передаче.

Доказательство правильной сцепляемости эвольвентно-конических колес в передаче произведено на основании теоремы Оливье.

Таблица 1

Формулы настройки вертикального зубофрезерного станка для нарезания эвольвентно-конического колеса при вертикальном положении его оси

№	Величина	Формула для определения*
1.	Угол наклона оси фрезы к горизонтальной плоскости	$\sin \nu = \cos \delta \sin \mu$ $\mu = \beta \pm \lambda$
2.	Глубина врезания фрезы	$h_{\text{врез}} = H_T \frac{\cos \nu}{\cos \mu}$
3.	Угол, составленный направлением полной подачи фрезы с вертикалью	$\text{tg} \delta_{\text{ст}} = \frac{S_{\text{паз}}}{S_{\text{верт}}} = \text{tg} \delta \frac{\cos \nu}{\cos \mu}$
4.	Передаточное отношение гитары дифференциала	$\frac{a_2 \cdot c_2}{b_2 \cdot d_2} = \frac{t_x \cdot b \cdot \sin(\beta - \gamma)}{\pi c k m \cos \delta_{\text{ст}}}$
5.	Передаточное отношение гитары деления при бездифференциальной настройке	$\frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{\pi m z \cos \delta_{\text{ст}}}{\sin \gamma} \cdot \frac{A k}{z}$

\*Перечень принятых обозначений см. в конце автореферата.

Эвольвентно-конические колеса правильно сцепляются друг с другом, если геометрия передачи удовлетворяет равенствам:

$$\xi_{\alpha} = \xi_{\alpha_1} \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_{нач_1}} = \xi_{\alpha_2} \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_{нач_2}}, \quad (1)$$

$$m_{нач} = \frac{m}{\xi_{\alpha}}, \quad (2)$$

где

$$\xi_{\alpha} = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_0}, \quad \xi_{\alpha_T} = \frac{\cos \alpha_T \tau_{п(л)}}{\cos \alpha_{отп(л)}} \quad (3)$$

Линия зацепления передачи.

Линия зацепления гиперboloидной передачи с эвольвентно-коническими колесами определена как линия пересечения двух плоскостей, являющихся плоскостями зацепления колес с общей воображаемой производящей рейкой. Линией зацепления является прямая, лежащая в нормальной плоскости передачи.

Контактные линии на поверхностях зубьев колес. Совокупность контактных точек на поверхности зуба колеса образует контактную линию. Уравнение контактной линии получено путем записи уравнения линии зацепления в подвижной системе координат, связанной с вращающимся колесом передачи. Исследование расположения контактной линии на поверхности зуба колеса показывает, что она, как правило, располагается вне зоны подреза зуба. Подрез зуба не сокращает длины контактной линии и не влияет на плавность работы передачи, если число зубьев колеса превышает некоторое минимальное число, определяемое по формуле

$$Z'_{min} = \frac{2(\alpha_{вт} - \xi_T)}{\sin \alpha_{отп} \cos \alpha_{отп} \operatorname{tg} \gamma_{нач_л} + \sin^2 \alpha_{отп}} \quad (4)$$

Передаточное отношение. Передаточное отношение гиперboloидной передачи с эвольвент-

но-коническими колесами определяется по формуле

$$i = \frac{z_{нач2} \cos \beta_{нач2}}{z_{нач1} \cos \beta_{нач1}}, \quad (5)$$

имеющей ту же структуру, что и формула передаточного отношения передачи с цилиндрическими колесами. Передача обеспечивает постоянство передаточного отношения.

Геометрический расчет передачи. Тип передачи характеризуется угловым коэффициентом воспринимаемого смещения:

$$\xi_{\alpha} = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_0}, \quad (6)$$

при  $\xi_{\alpha} = 1$  – нулевая передача;

$\xi_{\alpha} \neq 1$  – ненулевая передача;

$\xi_{\alpha} < 1$  – положительная передача;

$\xi_{\alpha} > 1$  – отрицательная передача.

Ненулевая передача является более общим случаем, чем нулевая. Для этого более общего случая и разработана методика геометрического расчета передачи. Основные геометрические зависимости для рассматриваемой передачи приводятся в таблице 2.

Условие линейного контакта зубьев. Контактная прочность рабочих поверхностей зубьев в значительной степени зависит от того, каков характер контакта зубьев – линейный или точечный. При точечном контакте на контактную прочность существенно влияет величина угла между плоскостями главных нормальных сечений сопряженных поверхностей. В случае контакта эвольвентных геликоидов этот угол равен углу между характеристиками – линиями касания зубьев с поверхностью производящей рейки – и определяется (для нулевой передачи) по формуле:

$$\sum f_{п(л)} = f_{п(л)_1} + f_{п(л)_2}, \quad (7)$$

где 
$$\operatorname{tg} \chi_{\text{нач}} = \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \beta \pm \frac{\cos \alpha_0 \operatorname{tg} \delta}{\cos \beta}; \quad (8)$$

верхний знак в формуле относится к правой стороне зуба.

При определенном соотношении геометрических параметров передачи плоскости главных нормальных сечений эвольвентных геликоидов сливаются в одну плоскость, касательную к основным цилиндрам колес. Угол между характеристиками становится равным нулю и в передаче получается линейный контакт зубьев.

В случае  $\beta_1 > 0, \beta_2 > 0, \delta_1 > 0, \delta_2 > 0$  условие линейного контакта зубьев принимает вид

$$\operatorname{tg} \alpha_0 (\operatorname{tg} \beta_1 + \operatorname{tg} \beta_2) = \frac{\operatorname{tg} \delta_1}{\cos \beta_1} + \frac{\operatorname{tg} \delta_2}{\cos \beta_2}. \quad (9)$$

Передача, составленная из эвольвентно-конических колес, с линейным (или близким к линейному) контактом зубьев имеет значительно большую нагрузочную способность, чем аналогичная передача, составленная из цилиндрических колес, с резко выраженным точечным контактом зубьев.

Таблица 2

Основные геометрические зависимости для гиперболоидной передачи с эвольвентно-коническими колесами

№	Величина	Формула для определения
1.	Угол начального конуса	$\sin \delta_{\text{нач}} = \frac{\sin \alpha_0}{\sqrt{1 - \xi^2 \cos^2 \alpha_0}} \sin \delta$
2.	Угол между образующими начальных конусов на начальной плоскости	$\cos(\beta_{\text{нач}_1} + \beta_{\text{нач}_2}) = \frac{\cos \psi + \sin \delta_{\text{нач}_1} \sin \delta_{\text{нач}_2}}{\cos \delta_{\text{нач}_1} \cos \delta_{\text{нач}_2}}$

№	Величина	Формула для определения
3.	Углы наклона линии зуба общей производящей рейки	$\cos \beta_{нач_1} = \frac{\sin(\beta_{нач_1} + \beta_{нач_2})}{\sqrt{1 - 2J \cos(\beta_{нач_1} + \beta_{нач_2}) + J^2}}$ $\cos \beta_{нач_2} = J \cos \beta_{нач_1}$
4.	Углы наклона линий зуба в станочных зацеплениях	$\sin \beta = \sin \beta_{нач} \frac{\cos \delta_{нач}}{\cos \delta} \xi_\alpha$
5.	Угловые коэффициенты смещения в начальных торцовых сечениях	$\xi_{\alpha_T} = \xi_\alpha \frac{\cos \beta_{нач}}{\cos \beta}$
6.	Углы давления эвольвент в точках начальных окружностей	$\cos \alpha_{T(с)} = \xi_\alpha \frac{\cos \beta_{нач}}{\cos \beta} \cos \alpha_{0T(с)}$
7.	Основное уравнение зацепления	$\frac{Z_1}{2} (\operatorname{inv} \alpha_{T_1} + \operatorname{inv} \alpha_{T_1}) + \frac{Z_2}{2} (\operatorname{inv} \alpha_{T_2} + \operatorname{inv} \alpha_{T_2}) =$ $= 2 \operatorname{tg} \alpha_0 \left( \xi_{T_1} \frac{\cos \delta_1}{\cos \beta_1} + \xi_{T_2} \frac{\cos \delta_2}{\cos \beta_2} \right) +$ $+ \frac{Z_1}{2} (\operatorname{inv} \alpha_{r_1} + \operatorname{inv} \alpha_{r_1}) + \frac{Z_2}{2} (\operatorname{inv} \alpha_{r_2} + \operatorname{inv} \alpha_{r_2})$

№	Величина	Формула для определения
8.	Коэффициент рас- полагаемого сме- щения в нормаль- ном сечении пе- редачи	$\xi_c = \xi_{T_1} \frac{\cos \delta_{нач1}}{\cos \beta_1} + \xi_{T_2} \frac{\cos \delta_{нач2}}{\cos \beta_2}$
9.	Коэффициент вос- принимаемого смещения	$\xi_B = \frac{z_1 \cos \delta_{нач1}}{2 \cos \beta_1} \left( \frac{1}{\xi_{\alpha T_1}} - 1 \right) + \frac{z_2 \cos \delta_{нач2}}{2 \cos \beta_2} \left( \frac{1}{\xi_{\alpha T_2}} - 1 \right)$
10.	Коэффициент урав- нительного смеще- ния в нормальном сечении передачи	$\xi_y = \frac{\cos \delta_{нач1}}{\cos \beta_1} \left[ \xi_{T_1} - \frac{z_1}{2} \left( \frac{1}{\xi_{\alpha T_1}} - 1 \right) \right] + \frac{\cos \delta_{нач2}}{\cos \beta_2} \left[ \xi_{T_2} - \frac{z_2}{2} \left( \frac{1}{\xi_{\alpha T_2}} - 1 \right) \right]$
11.	Коэффициент урав- нительного смеще- ния в начальном торцовом сечении колеса	$\xi_{y_T} = \xi_y \frac{\cos \beta}{\cos \delta_{нач}}$

В работе приводятся графики, позволяющие для любого варианта формирования передачи выбрать геометрические параметры, обеспечивающие в передаче линейный контакт зубьев (при одном из направлений вращения).

Область возможного использования передач. Передачи между скрещающимися осями, составленные из эвольвентно-конических колес, могут успешно использоваться вместо передач с цилиндрическими колесами, так как они

имеют лучшие эксплуатационные качества. Особенно целесообразно использование таких передач в тех случаях, когда передаточное отношение близко к единице и вследствие этого червячная передача не может быть использована.

Благодаря простоте изготовления, передачи с эвольвентно-коническими колесами могут в отдельных случаях заменить гипоидные передачи, составленные из конических колес, имеющих криволинейный зуб.

### ГЛАВА III

#### КОНИЧЕСКИЕ ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ, СОСТАВЛЕННЫЕ ИЗ ЭВОЛЬВЕНТНО- КОНИЧЕСКИХ КОЛЕС

Коническая передача с эвольвентно-коническими колесами может рассматриваться как частный случай гиперболоидной передачи, получаемый при

$$\beta_{нач_1} = -\beta_{нач_2} . \quad (10)$$

Конические передачи могут быть образованы из косозубых или прямозубых эвольвентно-конических колес, а также из эвольвентно-конических и цилиндрических колес.

Особенности формирования передачи. Коническая передача с эвольвентно-коническими колесами имеет точечный контакт зубьев. Поэтому для ее образования можно использовать начальные конические поверхности, отличные от аксоидов. При этом требуется выполнение равенства

$$\delta_{нач_1} + \delta_{нач_2} = \delta_{a_1} + \delta_{a_2} = \psi , \quad (11)$$

согласно которому как сумма углов начальных конусов, так и сумма углов аксоидов должна равняться углу между осями колес. Тем самым показано, что углы начальных конусов эвольвентно-конических колес, входящих в коническую передачу, могут



назначаться независимо от передаточного отношения и эвольвентно-конические колеса могут не иметь общей конусной дистанции, а их вершины могут не лежать в одной точке. Это обстоятельство позволяет создавать на основе эвольвентно-конических колес оригинальные и практически ценные виды зубчатых механизмов, которые неосуществимы при использовании других видов колес.

Геометрический расчет передач. При геометрическом расчете конической передачи с эвольвентно-коническими колесами используются полученные ранее математические зависимости для гиперболической передачи, преобразуемые с учетом равенства  $\beta_{нач1} = -\beta_{нач2}$ .

Влияние погрешностей на правильность зацепления. Для передачи, составленной из прямозубых эвольвентно-конических колес, установлена зависимость между углами начальных конусов и коэффициентом  $\xi_\alpha$ :

$$\sin \delta_{нач} = \frac{\sin \alpha_0}{\sqrt{1 - \xi_\alpha^2 \cos^2 \alpha_0}} \sin \delta, \quad (12)$$

которая показывает, что с изменением межосевого угла  $\psi = \delta_{нач1} + \delta_{нач2}$  в передаче изменяется величина углового коэффициента воспринимаемого смещения  $\xi_\alpha$ , то есть изменяется положение полюса зацепления при сохранении правильной сцепляемости колес.

Не нарушается правильность зацепления колес и при изменении их взаимного расположения в направлении средней плоскости общей производящей рейки.

Из сказанного следует, что конические передачи с эвольвентно-коническими колесами отличаются малой чувствительностью к монтажным и эксплуатационным погрешностям во взаимном расположении колес.

Область использования передач. Конические передачи с эвольвентно-коническими ко-

лесами имеют точечный контакт зубьев, выраженный тем резче, чем больше угол между осями колес. Поэтому при пересечении осей колес под прямым углом или углом, близким к прямому, такие передачи можно использовать лишь в тех случаях, где нагрузочная способность передачи не лимитируется контактной прочностью рабочих поверхностей зубьев (кинематические передачи). При малой величине угла между осями колес эвольвентно-конические колеса могут успешно использоваться для образования силовых передач.

Во всех случаях применение эвольвентно-конических колес для образования конических передач обеспечивает простоту изготовления передачи и малую ее чувствительность к различного рода погрешностям.

## ГЛАВА IV

### ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ, СОСТАВЛЕННЫЕ ИЗ ЭВОЛЬВЕНТНО- КОНИЧЕСКИХ КОЛЕС

Одним из частных случаев пространственных передач с эвольвентно-коническими колесами является передача между параллельными осями, т. е. цилиндрическая передача. Она может быть составлена из эвольвентно-конических колес, для которых выполнены условия

$$\beta_1 = -\beta_2, \quad \delta_1 = -\delta_2. \quad (13)$$

Зубья эвольвентно-конических колес, входящих в цилиндрическую передачу, имеют линейный контакт, касаясь друг друга по общей линейчатой обрезающей эвольвентных геликоидов.

Путем осевого сдвига эвольвентно-конических колес нулевая цилиндрическая передача может быть преобразована в ненулевую передачу с сохранени-

ем правильной сцепляемости колес. Благодаря этому в передаче оказывается возможным регулирование бокового зазора при постоянном межосевом расстоянии. Передача позволяет также осуществлять в небольших пределах изменение межосевого расстояния.

При образовании ненулевых передач удается полнее использовать рабочую ширину эвольвентно-конических колес, входящих в цилиндрическую передачу.

Применение эвольвентно-конических колес для формирования цилиндрических передач целесообразно в тех случаях, когда требуется получить высокую плавность работы передачи, обеспечить возможность регулировки бокового зазора в зацеплении и некоторой компенсации износа зубьев путем осевого сдвига колес.

## ГЛАВА V

### КАЧЕСТВЕННЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ, СОСТАВЛЕННЫХ ИЗ ЭВОЛЬВЕНТНО-КОНИЧЕСКИХ КОЛЕС

В настоящей главе получены аналитические зависимости для определения основных качественных показателей передач с эвольвентно-коническими колесами. Рассмотрены следующие качественные показатели: коэффициент перекрытия, коэффициент скольжения и коэффициент удельного давления.

Коэффициент перекрытия.

В работе показано, что формула для определения коэффициента перекрытия

$$\varepsilon = \frac{B_1 n_1 B_2 n_2}{\pi m \cos \alpha_0} \quad (14)$$

является общей для всех видов пространственных эвольвентных передач с точечным контактом зубьев, в том числе и для передач, составленных из эвольвентно-конических колес.

Границы рабочего участка линии зацепления  $B_{1n(\alpha)}$   $B_{2n(\alpha)}$  определяются точками пересечения линии зацепления с поверхностями вершин зубьев колес. Рабочая ширина колес в передаче ограничена торцовыми сечениями колес, проходящими через крайние точки рабочего участка линии зацепления.

Для конических передач с прямозубыми эвольвентно-коническими колесами коэффициент перекрытия с достаточной для практики точностью может определяться по формулам цилиндрических передач с подстановкой в них значений фиктивных чисел зубьев:

$$z_p = \frac{z}{\cos \delta} \quad (15)$$

В передачах между параллельными осями контакт зубьев является линейным. Величина коэффициента перекрытия в этом случае зависит от очертаний поля зацепления и расположения мгновенной контактной линии (линии касания зубьев) относительно границ поля зацепления. Границами поля зацепления являются участки гипербол. Эти особенности цилиндрических передач с эвольвентно-коническими колесами учтены при выводе формул коэффициента перекрытия передач.

При малых углах  $\beta$  коэффициент перекрытия цилиндрических передач с эвольвентно-коническими колесами получается значительно большим, чем для аналогичных передач с цилиндрическими колесами. В частности, при использовании прямозубо-косозубых эвольвентно-конических колес можно получить для одного из направлений вращения коэффициент перекрытия примерно в полтора раза больший, чем в передаче с цилиндрическими колесами, причем в передаче не возникает осевого усилия.

Коэффициент скольжения.

Ориентировочная оценка скольжения в передаче между скрещивающимися осями может быть

произведена по величине коэффициентов скольжения в полюсе зацепления:

$$\lambda_1^p = \frac{\sin(\beta_{нач1} + \beta_{нач2})}{\cos\beta_{нач2} \sqrt{1 - \cos^2\alpha \cos^2\beta_{нач1}}}, \quad (16)$$

$$\lambda_2^p = \frac{\sin(\beta_{нач1} + \beta_{нач2})}{\cos\beta_{нач1} \sqrt{1 - \cos^2\alpha \cos^2\beta_{нач2}}}, \quad (17)$$

Анализ характера изменения коэффициентов скольжения вдоль линии зацепления показывает, что наиболее благоприятной с точки зрения скольжения геометрией передачи является такая геометрия, при которой коэффициенты скольжения обоих колес в полюсе зацепления оказываются выравненными. При этом коэффициенты скольжения в крайних точках рабочего участка линии зацепления мало отличаются от коэффициента скольжения в полюсе и для обоих колес близки по величине.

Выравнивание коэффициентов скольжения в полюсе зацепления происходит при соблюдении равенства

$$\cos\beta_{нач2} = \frac{i \cos\beta_{нач1}}{\sqrt{1 + (i^2 - 1) \cos^2\alpha \cos^2\beta_{нач1}}}, \quad (18)$$

В настоящей главе диссертации приводятся графики, позволяющие выбрать геометрические параметры передачи с условием соблюдения этого равенства.

Коэффициент удельного давления.

Оценка влияния геометрии передачи на контактную прочность рабочих поверхностей зубьев может быть произведена по величине коэффициента удельного давления в полюсе зацепления:

$$\mathcal{J}^p = \frac{m}{\rho_{np}}, \quad (19)$$

где  $\rho_{np}$  — приведенный радиус кривизны сопряженных поверхностей зубьев в плоскости нормального сечения передачи.

Для гиперboloидных передач, составленных из

эвольвентно-конических колес, формула для определения коэффициента удельного давления приобретает вид:

$$\rho^0 = 2 \cos \alpha_0 \sqrt{\frac{\cos^2 \beta_1 \cos^2 \gamma_{\text{нач ппс}}}{z_1 \cos^2 \alpha_{\text{тппс}1} \operatorname{tg}^2 \alpha_{\text{тппс}1}} + \frac{\cos^2 \beta_2 \cos^2 \gamma_{\text{нач ппс}}}{z_2 \cos^2 \alpha_{\text{тппс}2} \operatorname{tg}^2 \alpha_{\text{тппс}2}}} \quad (20)$$

Эта формула позволяет сопоставлять передачи с цилиндрическими и эвольвентно-коническими колесами, имеющие примерно одинаковую степень точности контакта. Однако, поскольку плоскость нормального сечения передачи в общем случае не совпадает с плоскостью главного нормального сечения поверхности приведенной кривизны, формула (20) недостаточно полно отражает влияние на контактную прочность столь важного фактора, как угол между плоскостями главных нормальных сечений сопряженных поверхностей зубьев. В связи с этим представляется целесообразным для оценки контактной прочности рабочих поверхностей зубьев колес избрать иной критерий, вытекающий из формулы максимального удельного давления на площадке контакта зубьев:

$$\rho_0 = \frac{n p}{\pi} \sqrt[3]{\frac{3 \rho}{2 \eta^2} \left( \frac{1}{\rho_{r1}} + \frac{1}{\rho_{r2}} \right)}. \quad (21)$$

Эта формула может быть преобразована к виду:

$$\rho_0 = \frac{K_p}{m} \sqrt[3]{\frac{M_2}{\eta^2}}, \quad (22)$$

где

$$K_p = \frac{n p}{\pi} \sqrt[3]{12 \cos \alpha_0 \sqrt{\frac{\cos^2 \beta_1}{z_1 \cos^2 \alpha_{\text{тппс}1} \operatorname{tg}^2 \alpha_{\text{тппс}1}} + \frac{\cos^2 \beta_2}{z_2 \cos^2 \alpha_{\text{тппс}2} \operatorname{tg}^2 \alpha_{\text{тппс}2}}}} \quad (23)$$

$K_p$  — коэффициент, отражающий влияние геометрии передачи на контактную прочность рабочих поверхностей зубьев.

Гиперboloидные передачи с эвольвентно-коническими колесами, имеющими линейный (или близкий к линейному) контакт зубьев, имеют значитель-

но меньшие контактные напряжения, чем передачи с цилиндрическими колесами.

## ГЛАВА VI

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА НАГРУЗОЧНОЙ СПОСОБНОСТИ ГИПЕРБОЛОИДНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ С ЭВОЛЬВЕНТНО-КОНИЧЕСКИМИ КОЛЕСАМИ

Проведенный эксперимент имел своей целью качественную проверку нагрузочной способности гиперболоидной передачи с эвольвентно-коническими колесами, имеющими контакт зубьев, близкий к линейному. На специально сконструированном стенде с замкнутым потоком мощности были проведены сравнительные испытания передач с эвольвентно-коническими колесами и передач с цилиндрическими колесами.

Нагружение испытываемых пар осуществлялось за счет сил упругих деформаций торсионных валов. Направление потока циркулирующей мощности было принято таковым, что передача с эвольвентно-коническими колесами находилась под воздействием несколько больших нагрузок чем передача с цилиндрическими колесами.

Нарезание цилиндрических и эвольвентно-конических колес было произведено на вертикальном зубофрезерном станке модели 5Д32 стандартной червячной фрезой. Материал колес испытываемых пар, режимы резания при нарезании колес, общие габариты сравниваемых передач были практически одинаковы.

В процессе испытаний контролировалась температура масла в корпусах редукторов, содержащих испытываемые пары. Состояние поверхностей зубьев контролировалось визуально при остановках стенда для очередного нагружения или замены ко-

лес. Испытанию были подвергнуты две пары эвольвентно-конических колес.

В результате проведенного эксперимента установлено, что при нагрузках, приводящих цилиндрические колеса к быстрому выходу из строя вследствие заедания, эвольвентно-конические колеса полностью сохраняют свою работоспособность. В ходе испытаний каждая пара эвольвентно-конических колес сохраняла работоспособность после выхода из строя двух пар цилиндрических колес.

Таким образом, теоретически установленное повышение нагрузочной способности гиперболоидной передачи с эвольвентно-коническими колесами по сравнению с передачей, составленной из цилиндрических колес, было подтверждено экспериментально.

## ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. В данной работе исследованы вопросы теории зацепления зубчатых передач, составленных из эвольвентно-конических колес, и разработаны основные положения геометрической теории этих передач.

2. Наиболее общим случаем зубчатой передачи, составленной из колес, нарезаемых инструментом реечного типа, является гиперболоидная передача с эвольвентно-коническими колесами. В соответствии с этим геометрическая теория гиперболоидных передач с эвольвентно-коническими колесами, разработанная в настоящем исследовании, является обобщающей теорией для всех видов зубчатых передач, составленных из колес, нарезаемых инструментом реечного типа.

3. Эвольвентно-коническое колесо нарезается по методу обкатки при наклонном положении средней плоскости производящей рейки относительно оси колеса. Боковые поверхности зуба колеса



являются в общем случае эвольвентными геликоидами, имеющими различные для правой и левой сторон зуба параметры. Цилиндрические косозубые и прямозубые колеса могут рассматриваться как частные случаи эвольвентно-конического колеса.

4. Нарезание эвольвентно-конического колеса может быть выполнено на зубофрезерном станке стандартным зуборезным инструментом — червячной фрезой. Настройка станка должна производиться на основании формул, полученных в данной работе. Процесс изготовления эвольвентно-конических колес проще, производительнее и точнее обычно используемых процессов механической обработки других видов конических колес.

5. Эвольвентно-конические колеса могут правильно сцепляться друг с другом, с цилиндрическими эвольвентными колесами, червяками и прямобочными рейками. Благодаря этому из эвольвентно-конических колес могут быть составлены передачи для любого взаимного расположения осей колес в пространстве. Эвольвентно-конические колеса позволяют создавать зубчатые механизмы, обеспечивающие компактное расположение узлов машины и неосуществимые при использовании других видов зубчатых колес.

6. В гиперболоидных передачах с эвольвентно-коническими колесами может быть получен линейный, или близкий к линейному, контакт зубьев. При этом передача с эвольвентно-коническими колесами способна передавать значительно большие нагрузки, чем передача с цилиндрическими колесами тех же габаритов. Этот результат, полученный в ходе теоретического исследования, подтвержден экспериментальной проверкой.

7. Существенным достоинством конических передач, составленных из эвольвентно-конических колес, является то, что монтажные погрешности и

деформации валов при работе этих передач не нарушают правильности зацепления колес.

8. Цилиндрические передачи, составленные из эвольвентно-конических колес, позволяют производить регулировку бокового зазора в зацеплении (при постоянстве межосевого расстояния) или межосевого расстояния – в небольших пределах (при постоянстве бокового зазора).

9. В работе получены расчетные зависимости для определения основных качественных показателей зубчатых передач с эвольвентно-коническими колесами. Для гиперболических и цилиндрических передач с эвольвентно-коническими колесами сочетание качественных показателей оказывается лучшим, чем для аналогичных передач с цилиндрическими колесами.

10. Полученные в работе результаты позволяют произвести расчет и изготовление любых видов зубчатых передач, составленных из эвольвентно-конических колес, что делает возможным широкое внедрение этих передач в промышленность. Использование передач, составленных из эвольвентно-конических колес, при конструировании узлов машин и механизмов приборов позволит повысить их долговечность, точность и надежность. Внедрение эвольвентно-конических колес в промышленность может принести народному хозяйству страны значительный экономический эффект.

Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах автора:

1. Определение кривой галтели зуба косозубого колеса, нарезанного рейкой. Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 1961, № 7.

2. О зубчатой эвольвентной передаче, составленной из конических колес с произвольным расположением их осей. Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 1963, № 6.

3. Некоторые вопросы геометрии конических передач, составленных из прямозубых эвольвентно-конических колес. "Машиноведение", изд. АН СССР, 1965, № 4.

4. Настройка зубофрезерного станка для нарезания эвольвентно-конических зубчатых колес. "Станки и инструмент", 1965, № 10.

5. Элементы геометрической теории пространственных зубчатых передач, составленных из эвольвентно-конических колес. Труды IV Всесоюзного совещания по основным проблемам ТММ. Теория передач в машинах. Машиностроение, 1966.

Материалы работы докладывались на III и IV Всесоюзных совещаниях по основным проблемам теории механизмов и машин ( г. Москва, 1961, г. Киев, 1964), а также на ежегодных конференциях по итогам научно-исследовательских работ Челябинского политехнического института (1961-1965 гг.).

## ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

- $\alpha_0$  - угол профиля производящей рейки;
- $\beta$  - угол наклона линии зуба инструмента в средней плоскости;
- $\gamma_{п(с)}$  - углы наклона винтовых линий на делительном цилиндре;
- $\alpha_{отп(с)}, \alpha_{тп(с)}$  - углы давления эвольвент в точках делительной и начальной окружностей в торцовом сечении колеса;
- $\lambda$  - угол наклона витков фрезы;
- $\psi$  - угол между осями колес передачи;
- $\kappa_{иТ}, \kappa_{сТ}$  - коэффициенты, определяющие высоту прямолинейного и скругленного участков зуба рейки в торцовом сечении;
- $\xi_T$  - коэффициент смещения инструмента в начальном торцовом сечении колеса;
- $z$  - число зубьев колеса;
- $m$  - нормальный модуль зацепления;
- $h_T$  - высота зуба колеса в торцовом сечении;
- $S_{рад}, S_{верт}$  - радиальная и вертикальная подачи фрезы;
- $t_{х.в.}$  - шаг ходового винта вертикальной подачи фрезы;
- $k$  - число заходов фрезы;
- $A, C$  - коэффициенты, зависящие от кинематических параметров цепей станка;
- $\Pi, \Lambda$  - индексы, обозначающие соответственно правую и левую стороны зуба колеса.

