

ОПТИМАЛЬНОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В.Л. Кодкин

В статье приводятся результаты теоретического анализа условий существования скользящих процессов в электромеханических системах. Получены условия скольжения по частотным характеристикам. Впервые показана эквивалентность этих условий и условий абсолютной устойчивости, найденной схемы замещения с релейным элементом.

Ключевые слова: электромеханические системы, системы с переменной структурой, скользящие процессы, абсолютная устойчивость, частотные характеристики.

К оптимальности управлений в сложных технических системах сложилось непростое отношение. Повсеместное применение универсальных средств регулирования с весьма ограниченными вариантами выбора параметров и структур заставляет больше внимания уделять другим задачам. К этому же вынуждают, как кажется, и общеэкономические проблемы. На первый план выдвигаются – энергосбережения, увеличение сроков службы, надежность машин. Однако есть задачи, при решении которых оптимальность становится необходимым условием, это например, конкурентность.

И еще – оптимальность это наилучший вариант идентификации, ибо только предельные характеристики позволяют достоверно определить – возможности любой системы.

Очень коротко, напомним, что оптимальная по быстродействию электромеханическая система регулирования (ЭМС) – это релейная система с нелинейной траекторией переключения (рис. 1).

Объект управления в ЭМС – двукратный интегратор, связывающий механический момент M и угловое перемещение X без демпфирующих связей:

$$\begin{cases} T^2 \ddot{x} + U \operatorname{sign} S = 0 \\ S = f(x) + \dot{x} \end{cases} \quad (1)$$

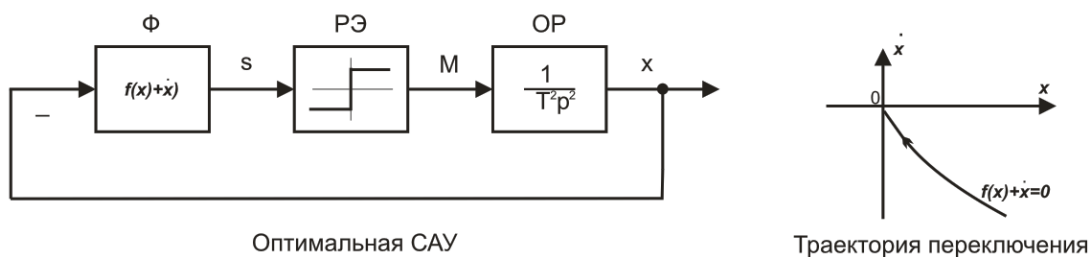


Рис. 1. Релейная система с нелинейной траекторией переключения

Траектория рассчитывается на фазовой плоскости, исходя из следующих положений:

– есть траектория $S = f(x) + \dot{x} = 0$, для которой в силу уравнения САУ (1) выполняется условие:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= 0, \text{ при } s \leq 0; \\ \dot{s} &= \frac{df}{dx} \cdot \dot{x} + \ddot{x} = -\frac{u \cdot \operatorname{sign}(s)}{T^2} + \frac{df}{dx} (-f) = \frac{u}{T^2} - \frac{df}{dx} f; \\ \frac{df}{dx} f(x) &= \frac{u}{T^2}; \quad f = \sqrt{\frac{2ux}{T^2}}. \end{aligned} \quad (2)$$

При этом $S = \sqrt{\frac{2Ux}{T^2}}$ – единственная траектория, которая безвозвратно «портится» внешними возмущениями, звеньями высокого порядка, просто изменением параметров.

Для любого отклонения от уравнения САУ следует заново рассчитать траекторию $S(x, \dot{x})$.

Многочисленные методы адаптации системы приводят только к ее усложнению и созданию новых предпосылок для «развала» оптимальности.

Поэтому в восьмидесятые годы XX столетия очень большие надежды стали возлагать на внедрение в ЭМС систем с переменной структурой (СПС) со скользящими процессами [1, 2, 3] (рис. 2):

$$\begin{cases} T^2 \ddot{x} + K|x| \operatorname{sign} S = 0 \\ S = T_1 \dot{x} + x \end{cases} \quad (3)$$

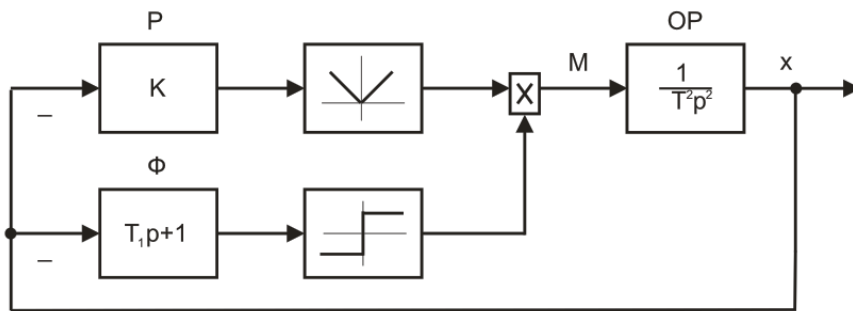


Рис. 2. Система с переменной структурой (СПС) со скользящими процессами

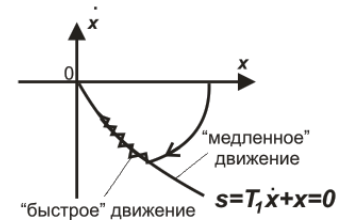


Рис. 3. Влияние чистого запаздывания, гистерезиса, малых инерционностей

В этих системах, несколько уступающих по быстродействию, оптимальным стало возможно обеспечивать инвариантность к различным особенностям. Суть этого управления в том, что в определенной области фазового пространства вокруг поверхности $S=0$ создаются условия встречных движений. Фазовая траектория «раскладывается» на два движения: быстрое и медленное. Эти движения обладают необходимой жесткостью к внешним возмущениям и изменению параметров системы. Условия эти находятся почти также как оптимальная траектория:

$S = T_1 \dot{x} + x = 0$, в силу уравнения САУ (3):

$$\dot{s} > 0, \text{ при } s < 0 \text{ и } \operatorname{sign}(s) = -1;$$

$$\dot{s} = T_1 \ddot{x} + \dot{x} = T_1 \left(-\frac{kx \cdot \operatorname{sign}(s)}{T^2} \right) + \dot{x} = \frac{kxT_1}{T^2} - \frac{x}{T_1} \geq 0;$$

$$\text{при } x > 0 \quad \frac{kT_1}{T^2} - \frac{1}{T_1} \geq 0;$$

$$T_1 \geq \sqrt{\frac{T^2}{k}}.$$

Итоговое условие связывает передаточные функции объекта регулирования $\frac{1}{T^2 p^2}$, формирователя траектории переключения $T_1 p + 1$ регулятора K .

При этом, звено с частотой среза $\sqrt{\frac{K}{T^2}}$ – это объект регулирования, охваченный обратной связью с регулятором с коэффициентом K .

Поскольку в условиях (4) стоит знак « \gg » СПС может быть грубой к внешним возмущениям и изменениям параметров. Если условие (1) выполняется, изменения T^2 не влияет на процесс, он определяется только поверхностью переключения $S = T_1 \dot{x} + x$. Но ряд «отклонений» объекта регу-

лирования от системы уравнений (3) существенно меняют скользящий процесс. Наличие в объекте управления звеньев чистого запаздывания, гистерезиса, малых инерционностей существенно меняют как «медленные», так и «быстрые» движения (рис.3) . Очень часто для ЭМС неприемлемо ни то, ни другое. Анализ же их влияния весьма затруднен еще и потому, что свести реальную ЭМС к виду (3) очень трудно.

Чаще всего при создании ЭМС приходится оперировать частотными характеристиками отдельных звеньев. Поэтому и критерии синтеза САУ чаще всего сводят к линейным условиям. Очевидно, что рассчитать условия существования скольжения – быстрых и медленных движений, пользуясь изложенным выше методом невозможно. Поэтому представим условие (4) по ЛЧХ объекта управления, регулятора и поверхности переключения.

Условие (4) можно интерпретировать по ЛЧХ всех структур, входящих в САУ (рис. 4).

Рассмотрим ЛЧХ последовательного соединения звеньев. При выполнении условия (4) АЧХ и ФЧХ будут иметь подъемы на участках от $\frac{1}{T_1}$ до $\sqrt{\frac{K}{T^2}}$; после которых АЧХ с единичным отрицательным наклоном уйдет к 0 при $\omega \rightarrow \infty$, а ФЧХ скачком уменьшившись на 180° уйдет к -90° при $\omega \rightarrow \infty$. Будем считать, что именно такие АЧХ и ФЧХ обеспечивают идеальный скользящий процесс в исходной системе.

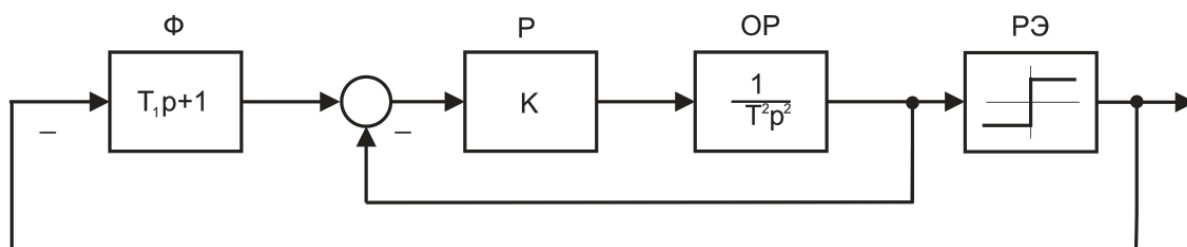


Рис. 4. Интерпретация условия (4) по ЛЧХ всех структур, входящих в САУ

Рассмотрим АЧХ и ФЧХ граничного скользящего процесса. При $T_1 = \sqrt{\frac{T^2}{K}}$ ЛЧХ и ФЧХ контура объекта управления с регулятором и формирователя траектории переключения выглядят как на рис. 5.

Фазовую характеристику последовательного соединения структур назовем граничной. При нарушении условия (4) эквивалентная фазовая характеристика будет расположена ниже граничной. Сделаем допущение, что справедливо и обратное, т.е. если эквивалентная фазовая характеристика при каких-то частотах расположена ниже граничной, то идеальное скольжение нарушается, при этом быстрые движения имеют частоту и амплитуду, определяемые отклонением от граничной характеристики (рис. 5).

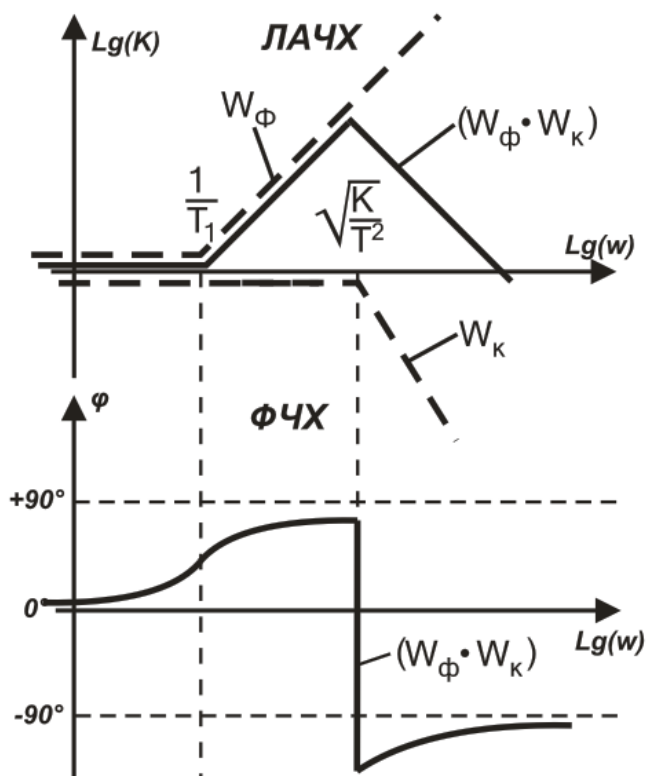


Рис. 5. Траектории переключения

Критическая фазовая траектория на рис. 5, условие идеального скольжения выполняется в том случае, если два звена образуют последовательное соединение, эквивалентная фазовая характеристика которого не переходит значения -90° , причем -90° достигается при $\omega \rightarrow \infty$.

Это условие равносильно условию абсолютной устойчивости для системы с релейным нелинейным звеном, полученным В.М.Поповым, в 60-е годы [4].

Если же фазовая характеристика двух последовательно соединенных звеньев – формирователя поверхности переключения (W_ϕ) и контура, образованного регулятором и объектом управления в ЭМС – (W_κ) не меньше (-90°), то условие скользящих процессов выполняются, причем быстрые движения имеют бесконечно большую частоту и малую амплитуду.

Это условие можно выразить следующим образом:

$$\operatorname{Re}(W_\kappa \cdot W_\phi) > 0. \quad (5)$$

Что равносильно условию абсолютной устойчивости [4].

Таким образом, получены условия эквивалентности идеального скольжения в СПС и абсолютной устойчивости в схеме замещения с релейным элементом.

Если в объекте управления есть звенья существенно отличающие его от дух кратного интегратора, они неизбежно нарушат условия граничной фазовой траектории и идеального скольжения. Чтобы выполнить эти условия

необходимо скорректировать передаточную функцию контура $W_\phi \rightarrow W_k \rightarrow PЭ$ или поверхность переключения.

Главная проблема электромеханических систем – это звенья высокого порядка, которые определяются нежесткой механикой, информационными системами, электромагнитными процессами. При их учете очень сложно сформировать поверхность переключения, чтобы эквивалентная фазовая характеристика удовлетворяла условию (5). Проблема может быть решена перекрестными связями по скорости исполнительного двигателя. Структура ЭМС с такой связью будет выглядеть как на рис. 6. При этом перекрестная связь будет корректировать контур объекта управления или функцию переключения и обеспечит выполнение условий абсолютной устойчивости и идеального скольжения (рис. 7 и рис. 8).

Предложенный метод позволяет определить структуру идеального скольжения в реальной электромеханической системе применяя методы абсолютной устойчивости соответствующей схеме замещения.

Эквивалентность условий идеального скольжения в ЭМС с СПС и абсолютной устойчивости в схеме замещения исключительно интересна. Как показано выше движение вдоль траектории переключения на условие встречных движений вокруг поверхности, а абсолютная устойчивость – на существование функции Ляпунова во всем пространстве.

При этом скользят процессы существуют в системе с переменной структурой, т.е. переменной динамикой, а абсолютная устойчивость допускает вариации статически нелинейных звеньев. Поэтому эквивалентность этих положений несколько неожиданна, даже с учетом различия исходной схемы и схемы замещения.

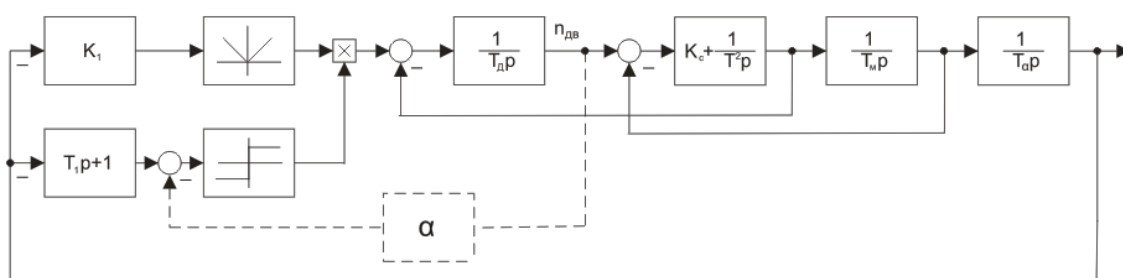


Рис. 6. ЭМС с перекрестной связью по скорости двигателя

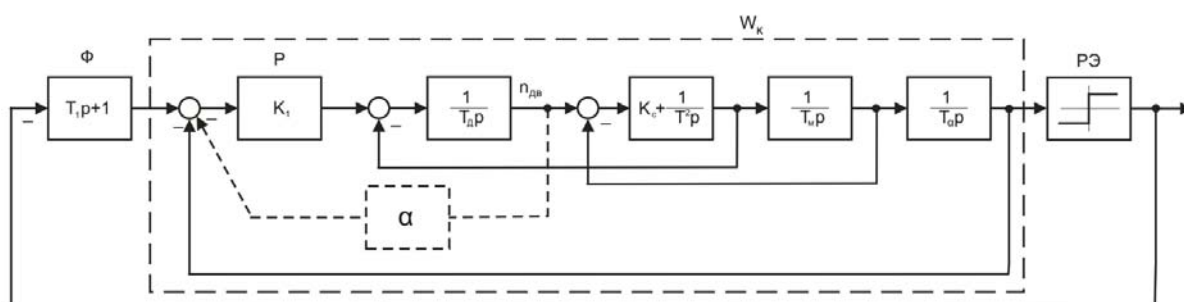


Рис. 7. Схема замещения ЭМС с перекрестной связью по скорости двигателя

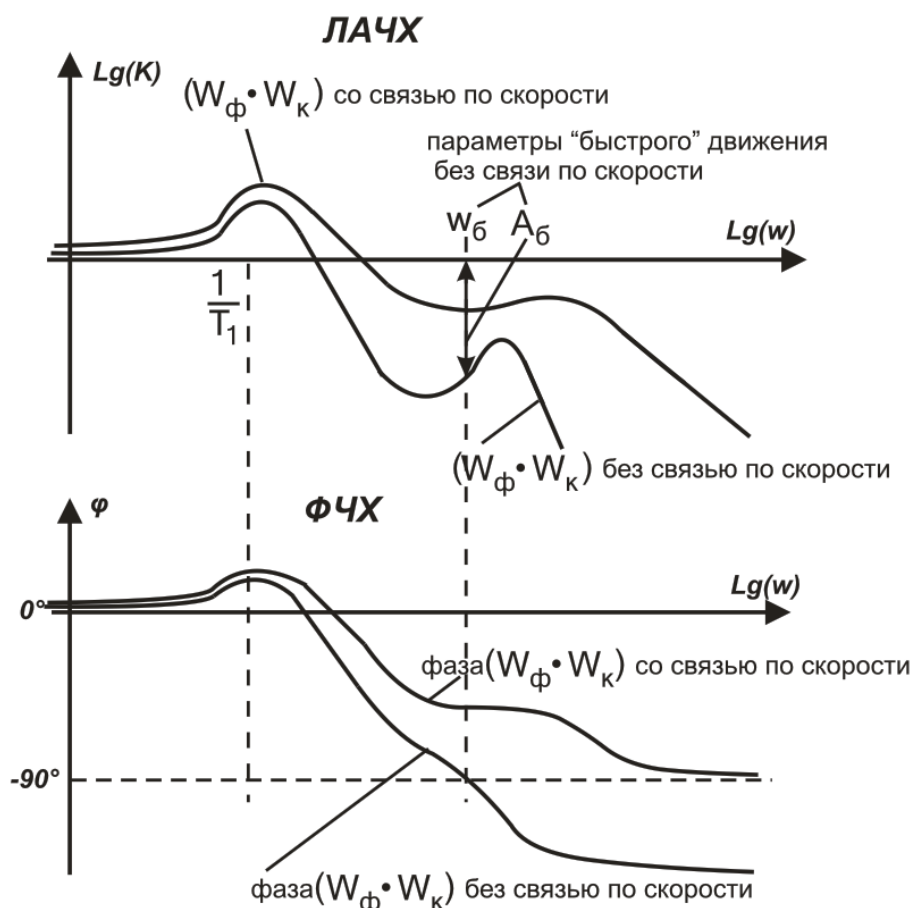


Рис. 8. Условия скольжения и устойчивости в ЭМС со связью по скорости

Однако практические результаты в ЭМС, полученные ранее с помощью перекрестных связей скользящие процессы в реальных ЭМС подтверждают эти выводы.

Условия абсолютной устойчивости будут сохраняться и при замене релейного элемента на усилитель с конечным коэффициентом. В этом случае СПС преобразуется в систему с управлением близким к бинарному или с большим коэффициентом, откуда следует, что условие существования в этих системах устойчивых процессов также эквивалентно абсолютной устойчивости в схеме замещения.

Несколько неожиданна достаточность абсолютной устойчивости схемы замещения для существования близких к идеальным скольжениям. Если устойчивость в случае существования скольжения во всем фазовом пространстве не вызывает интуитивных противоречий, то обратное условие – скольжение при абсолютной устойчивости САР это неожиданный результат.

Библиографический список

1. Емельянов, С.В. Новые типы обратной связи: Управление при неопределенности / С.В. Емельянов, С.К. Коровин. – М.: Наука. Физматлит, 1997. – 352 с.
2. Теория систем с переменной структурой / Под ред. С.В. Емельянова. – М.: Наука, 1970. – 592 с.

Наука ЮУрГУ: материалы 67-й научной конференции
Секции технических наук

3. Уткин, В.И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления / В.И. Уткин. – М.: Наука.1981. – 386 с.

4. Цыпкин, Я.З. Основы теории автоматического управления / Я.З. Цыпкин. – М.: Наука. 1978. – 477 с.