

05.02.02

П224

Контрольный  
экземпляр

На правах рукописи

Пашнина

Пашнина Надежда Александровна

**ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА НАГНЕТАТЕЛЕЙ  
С ВИБРАЦИОННЫМ СДАВЛИВАНИЕМ ГАЗА В ТОНКИХ  
ПРОФИЛИРОВАННЫХ ЗАЗОРАХ**

Специальность 05.02.02 – «Машиноведение, системы приводов  
и детали машин»

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Челябинск – 2010

Работа выполнена на кафедре информационно-измерительной техники  
Южно-Уральского государственного университета (ЮУрГУ, г. Челябинск).

Научный руководитель – доктор технических наук  
Некрасов Сергей Геннадьевич.

Официальные оппоненты: доктор технических наук, доцент  
Дадаев Сергей Григорьевич;

кандидат технических наук, доцент  
Макаров Сергей Сергеевич.

Ведущая организация – Институт проблем управления  
им. В. А. Трапезникова РАН (г. Москва).

Защита диссертации состоится 27 октября 2010 года, в 15:00 часов, на заседании специализированного диссертационного совета Д 212.298.09 при Южно-Уральском государственном университете по адресу: 454080, г. Челябинск, проспект им. В.И. Ленина, 76, ауд. 1001 главного корпуса.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ЮУрГУ.

Отзыв на реферат в двух экземплярах, заверенных печатью, просим направлять на имя ученого секретаря по адресу: 454080, г. Челябинск, проспект им. В.И. Ленина, 76, ЮУрГУ, Ученый Совет.

Тел.: 8 (351) 267-91-23

E-mail: d212.298.09@mail.ru

0740105

Автореферат разослан «\_\_\_» сентября 2010 г.

Учёный секретарь специализированного  
диссертационного совета Д 212.298.09,  
доктор технических наук, профессор

*Лазарев*

Е.А. Лазарев

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Среди широкого класса вибронесущих опор выделяются гибридные опоры, в которых сочетается высокочастотное сдавливание смазочного слоя в тонких зазорах (вибронесущий эффект) и нагнетание газа в слой за счет внешнего источника или эффекта бегущей волны, что создает направленное течение газа от периферии во внутреннюю область слоя и дает мультиплектическое увеличение интегральных характеристик.

Наиболее доступным способом создания направленного течения газа в зазорах является сочетание вибрации и профилирования опорных поверхностей, что открывает новые возможности применения гибридных опор для создания нагнетателей газа, обладающих компрессорными свойствами и способностью дозирования во всем диапазоне создаваемых давлений от 0,1 до  $10^5$  Па. Способность дозирования определяется свойствами слоев газа при частотном управлении вибрацией опорных поверхностей зазоров и характеризуется высокой разрешающей способностью по расходу, т.к. за каждый период колебаний проталкивается одна микропорция газа, и при работе на частотах  $20\text{--}40$  кГц величина одиночной дозы газа может достигать  $(10^{-6}\text{--}10^{-7}) \text{ mm}^3/\text{с}$ .

В конструкции нагнетателей, построенных на основе гибридных опор, отсутствуют трущиеся поверхности, что позволяет исключить гистерезис задания расхода и давления на рабочих частотах до 100 кГц. Кроме того, такие нагнетатели могут характеризоваться работой без загрязнения окружающей среды, возможностью функционирования в агрессивных средах при низких и высоких температурах. Указанные свойства нагнетателей могут оказаться полезными в нефтегазовой отрасли, химической промышленности, медицине, вакуумной, криогенной, автомобильной технике и др. Важную роль они могут иметь при разработке высокоточных натекателей газа в аналитической аппаратуре, где в настоящее время в большинстве случаев используется оборудование зарубежных компаний.

К началу выполнения диссертационной работы характеристики слоев газа, заключенных в тонких зазорах с профилированием и вибрацией их опорных поверхностей, были недостаточно исследованы. Это обусловлено тем, что, во-первых, данные слои использовались только для создания несущей способности при создании опор и подвесов и самостоятельно эффект направленного течения газа для создания нагнетателей не рассматривался, хотя в литературе факт существования средних за период расходов неоднократно упоминался. Во-вторых, наличие профилирования усложняет решение соответствующих краевых задач, т.к. профилирование вносит особенность в виде переменных коэффициентов, что усложняет процедуру решения. В-третьих, компрессорные свойства тонких зазоров и цилиндрических каналов (капилляров) с профилированием и вибрацией их поверхностей недооценивались.

В соответствии с этим актуальной является задача разработки методов исследования течения газа в зазорах с профилированием и вибрацией их поверхностей, которые позволят эффективно использовать потенциал слоев га-

за, заключенных в сопряженных зазорах, для расчета и проектирования нагнетателей с заданными характеристиками.

**Цель и задачи исследования.** Целью данной диссертационной работы является разработка методов исследования характеристик течения газа при его вибрационном сдавливании в узлах нагнетателей, содержащих зазоры с профицированными поверхностями.

Для достижения этой цели необходимо решить следующие задачи:

1. Разработать математические модели течения газа в плоском зазоре, капилляре и их сопряжении с учетом профилирования и вибрации их поверхностей.
2. Реализовать аналитический метод решения разработанных моделей в предположении бесконечно большой частоты вибрации, получить зависимости для распределения давлений и расхода газа и в частных случаях сравнить их с известными ранее.
3. Разработать дискретные модели течения газа в плоском зазоре, капилляре и их сопряжении с учетом профилирования и при конечном значении частоты вибрации, методы и алгоритмы, позволяющие реализовать разработанные модели на ЭВМ в виде комплекса программ.
4. Провести вычислительный эксперимент и выполнить параметрические исследования влияния профилирования и вибрации поверхностей плоского зазора, капилляра и их сопряжения на характеристики течения газа в узлах нагнетателя.
5. Разработать метод согласования параметров плоского зазора и капилляра с профилированием и вибрацией ограничивающих поверхностей при их последовательном сопряжении и на его основе создать методику расчета нагнетателей.
6. Экспериментально подтвердить адекватность разработанных математических моделей течения газа в сопряженных плоском зазоре и цилиндрическом канале с профилированными поверхностями и вибрационным сдавливанием газа при исследовании характеристик нагнетателя на примере компрессора «Кавитар».

**Методы исследования.** Математическое моделирование течения газа в плоском зазоре с вибрацией производится на основе уравнения Рейнольдса, а для капилляра на основе усеченного уравнения Навье-Стокса. Для получения аналитических решений используется метод, основанный на применении асимптотической теории тонкого слоя. Для получения численного решения используется конечно-разностный подход, где в условиях колебательной задачи решение производится на установление переходного процесса с учетом сходимости итерационного процесса. Экспериментальное исследование с использованием прямых и косвенных методов измерения параметров профилирования и вибрации на расход газа в сопряжении плоского зазора и цилиндрического канала при использовании современной высокоточной аппаратуры и статистической обработкой результатов измерений.

**Научная новизна** диссертационной работы заключается в следующем:

1. Разработаны математические модели течения газа в плоском зазоре и капилляре с профицированными поверхностями и вибрационным сдавливанием газа, которые включают уравнения с коэффициентами, учитывающими время и пространственные координаты. Сформулированы краевые задачи о распределении давлений в плоском зазоре и капилляре и получены их аналитические решения с использованием асимптотической теории тонкого слоя. Разработаны дискретные модели течения газа в плоском зазоре, капилляре и их сопряжении с учетом профилирования при конечном значении частоты вибрации их поверхностей для уточнения и расширения области аналитических решений соответствующих краевых задач.
2. Разработан алгоритм численного решения задачи о распределении давлений в сопряжении плоского зазора и капилляра, использующий конечно-разностное представление условий сопряжения на однородной сетке для получения непрерывных решений.
3. Предложен и обоснован метод согласования узлов нагнетателя, на основе рассматриваемых зазоров, который позволяет из условия равенства пневматических сопротивлений зазоров без учета вибрации определить параметры узлов, обеспечивающие оптимальные характеристики проектируемого нагнетателя.
4. Выявлены закономерности течения газа в сопряженных зазорах нагнетателя: увеличение расхода газа при согласовании параметров сопряженных зазоров по сравнению с максимальными расходами в отдельных зазорах, изменение направления течения газа с ростом амплитуды сдавливания слоя газа и др.

**Достоверность полученных результатов** обеспечивается:

- корректностью постановки задачи исследования, включая использование обоснованных теоретических зависимостей и принятых допущений;
- сравнением результатов аналитических и численных решений, которые совпадают при больших значениях частотного параметра;
- совпадением частных аналитических решений с известными;
- использованием современной измерительной аппаратуры;
- совпадением результатов численного решения с результатами натурного эксперимента.

**Практическая ценность** диссертационной работы заключается в том, что на базе разработанных дискретных моделей создан комплекс программ, который позволяет производить расчет интегральных характеристик течения газа в нагнетателях, построенных на основе сопряженных плоского зазора и цилиндрического канала с профицированными поверхностями и вибрационным сдавливанием газа. Разработана инженерная методика расчета, которая в сочетании с комплексом программ позволяет эффективно проводить проектирование и расчет нагнетателей с заданными характеристиками. На основе разработанной методики сформулированы рекомендации по согласованию параметров рабочей части серийно выпускаемого компрессора «Кавитар», позволяющие повысить производительность компрессора.

**Реализация работы.** Разработанные методы расчета и программное обеспечение введены и были использованы при разработке прибора аэрозольной терапии (Рег. уд. 29/06091000/2879-02, Серт. соотв. № 4368659 РОСС.RU.АЮ45.В00117) на предприятии ЗАО НПО «Медприбор». Одна из программ разработанного комплекса «Программа расчета ультразвукового газового компрессора, построенного по Т-образной схеме “плоский слой-капилляр”» зарегистрирована в реестре программ для ЭВМ под № 2009614503.

**Апробация работы.** Основные положения диссертационной работы, разработанные модели, методы, алгоритмы и результаты вычислительных экспериментов докладывались автором на XXIII и XXVI Российской школе по проблемам науки и технологий (г. Миасс, 2003, 2006) и на 62-ой научной конференции профессорско-преподавательского состава, аспирантов и сотрудников ЮУрГУ, секция триботехники (г. Челябинск, 2010). Результаты, полученные в ходе выполнения работы, были отмечены грантом губернатора Челябинской области в 2004 году и грантом Промышленной Группы «Метран» в 2005 году.

**Публикации.** По результатам исследований, представленных в диссертационной работе, опубликовано 9 работ (из них 1 без соавторов), в том числе 8 статей, 1 доклад и получено одно свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ [10]. Статьи [1–4] опубликованы в научных журналах «Вестник «ЮУрГУ» серия «Машиностроение» и «Трение и Износ», включенных в перечень журналов ВАК.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, в котором сформулированы основные выводы по работе и списка использованной литературы, включающего 103 наименования и приложений. Работа содержит 160 страниц, из которых 7 страниц приложений, 218 формул и 91 рисунок.

## **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** сформулирована актуальность темы диссертационной работы, ее цель и задачи, научная новизна и практическая ценность исследований.

**В первой главе** приведено описание предмета исследования настоящей диссертационной работы, где рассматриваются вибронесущие газовые опоры и методы создания направленного течения газа. Даётся обзор газовых опор и особенностей их работы. Рассмотрены теоретические основы и предпосылки составления модельных уравнений, типы характерных краевых задач и методы их решения на основе теории газовой смазки. Выявлено отсутствие работ, посвященных исследованию характеристик слоев газа при их высокочастотном сдавливании в зазорах и каналах с профицированными поверхностями. Высказано предположение, что сочетание профилирования и вибрации поверхностей зазоров и их сопряжений позволяет увеличить интегральные характеристики слоев газа до уровня достаточного для практического применения при проектировании нагнетателей с заданными характеристиками.

Для исследования характеристик течения газа необходима разработка моделей, описывающих течение газа в зазорах с профилированием и вибрацией, и методов решения краевых задач о распределении давлений в слое газа. В рассмотренных работах показано, что значительное влияние на основные характеристики слоев газа оказывает геометрия профиля, которая подбирается обычно методом проб, а зачастую интуитивно. Причиной таких подходов к выбору геометрии является нелинейность уравнения для распределения давлений (Рейнольдса), которая создает трудности при нахождении аналитического решения. Поэтому при рассмотрении влияния параметров профиля на интегральные характеристики слоев газа, предложено использовать зарекомендовавшую себя асимптотическую теорию тонкого слоя для получения аналитического решения при бесконечно больших частотах сдавливания. Показано, что наравне с аналитическими методами для получения решений краевых задач о распределении давлений при конечных значениях частоты сдавливания газового слоя применяют численные методы. Наиболее перспективным для решения колебательных задач, описывающих течение газа в тонких зазорах с вибрацией их поверхностей, является метод конечных разностей, который и рекомендуется для использования в работе.

**Во второй главе** предлагаются математические модели, описывающие течение газа в плоском зазоре и цилиндрическом канале (далее капилляре) с профилированием и вибрации их поверхностей, а также в их Т-образном сопряжении. Аналитические решения, предложенных модельных уравнений, определяются при использовании асимптотической теории тонкого слоя и позволяют получить представления о характере течения газа в рассматриваемом зазоре и канале при бесконечном значении частоты вибраций.

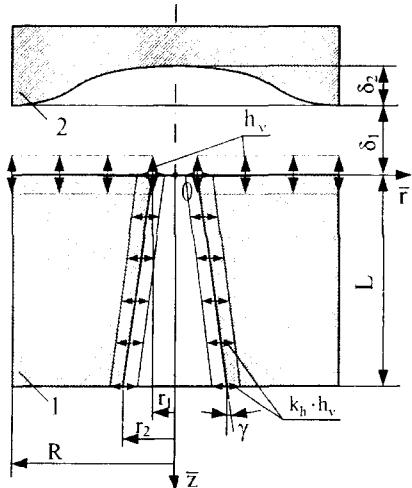


Рис. 1. Т-образное сопряжение профилированного плоского зазора и капилляра

На рис. 1 схематично показан плоский зазор, сопряженный с капилляром. Плоский зазор образован профилированной поверхностью диска 2 с глубиной профиля  $\delta_2$  и плоской поверхностью элемента 1. Поверхности элементов 1 и 2, формирующих плоский слой, расположены на расстоянии  $\delta_1$  друг от друга. Элемент 1, радиусом  $R$ , совершает вынужденные колебания на одной из резонансных частот с амплитудой  $h_v$ . Безразмерная функция зазора плоского слоя имеет вид:

$$H_{pl} = H_{0pl} + H_{tpl} \cos(t), \quad (1)$$

где  $H_{0pl} = \Delta_1 + \Delta_2 \left( \cos \left( \frac{r - \kappa \pi}{1 - \kappa} \frac{\pi}{2} \right) \right)^\alpha$  – независящая от времени составляющая зазора;  $\Delta_1 = 1$  и  $\Delta_2 = \delta_2 / \delta_1$  – безразмерные

зазоры;  $r = \bar{r}/R$  – безразмерная радиальная координата ( $\kappa \leq r \leq 1$ );  $\bar{r}$  – радиальная координата;  $\kappa = r_1/R$ ;  $\alpha$  – показатель степени;  $H_{\tau pl} \cos(\tau)$  – вибрационная составляющая зазора;  $H_{\tau pl} = h_0/\delta_1$  – безразмерная амплитуда колебаний;  $\tau = vt$  – безразмерное время;  $v$  – циклическая частота колебаний элемента 1;  $t$  – время.

Для описания осесимметричного и квазистационарного течения газа в плоском зазоре вдоль оси  $0\bar{r}$  в полярной системе координат используются обычные допущения теории смазки, в результате которых уравнение движения усекается до уравнения Рейнольдса, совместное решение которого с уравнениями неразрывности и состояния позволяет получить уравнение для распределения давлений для вспомогательной функции  $\Psi_m = P_m H_m$ , обладающей большей гладкостью по сравнению с функцией давления  $P_m$ :

$$\frac{\partial}{\partial q} \left[ b \left( \frac{H_m}{2} \frac{\partial \Psi_m^2}{\partial q} - \Psi_m^2 \frac{\partial H_m}{\partial q} \right) \right] = \Lambda_{vm} \frac{\partial(b\Psi_m)}{\partial \tau}, \quad (2)$$

где универсальные координата  $q = r$  и параметр  $b = r$ ;  $m$  – символ, обозначающий принадлежность характеризуемой им величины к рассматриваемой разновидности зазора, например, « $pl$ » для плоского зазора;  $\Lambda_{v pl} = 12\mu R^2 v / (\delta_1^2 P_a)$  – безразмерный частотный параметр сжимаемости;  $\mu$  – динамический коэффициент вязкости;  $P_a$  – атмосферное давление.

Естественные граничные условия для уравнения (2), записанного для плоского слоя « $pl$ », имеют вид:

$$\Psi_{pl}(r = \kappa) = K_p H_{pl}(r = \kappa); \Psi_{pl}(r = 1) = H_{pl}(r = 1), \quad (3)$$

где  $K_p$  – безразмерный коэффициент, определяющий отношение давления на выходе из плоского слоя  $r = \kappa$  к окружающему давлению или степень повышения давления.

Начальное условие и условие периодичности имеют вид:

$$\Psi_m(\tau = 0) = H_{0m}; \Psi_m(\tau) = \Psi_m(\tau + 2\pi). \quad (4)$$

Для получения аналитического решения используется асимптотическая теория тонкого слоя, следуя которой, при  $\Lambda_{v pl} \rightarrow \infty$  функция  $\Psi_{pl}$  не зависит от времени  $\tau$  и обозначается  $\Psi_{x pl}$ . Введение этой функции позволяет получить асимптотический аналог уравнения (2) для средней за период колебаний функции давления:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \frac{H_{0pl}}{2} \frac{\partial \Psi_{x pl}^2}{\partial r} - \Psi_{x pl}^2 \frac{\partial H_{0pl}}{\partial r} \right) \right] = 0, \quad (5)$$

Границные условия для асимптотического приближения имеют вид:

$$\Psi_{x pl}^2(r = \kappa) = K_p [H_{0pl}^2(r = \kappa) + 3/2 H_{t pl}^2]; \Psi_{x pl}^2(r = 1) = H_{0pl}^2(r = 1) + 3/2 H_{t pl}^2. \quad (6)$$

Уравнение (5) представляет собой линейное уравнения второго порядка, которое очевидным преобразованием можно свести к уравнению первого порядка с переменными коэффициентами, решение последнего относительно функции  $\Psi_{x pl}^2$  имеет вид:

$$\Psi_{x,pl}^2 = H_{0,pl}^2 \left[ c_2 - 2c_1 \int \frac{dr}{r \cdot H_{0,pl}^3} \right], \quad (7)$$

где постоянные интегрирования  $c_1$  и  $c_2$  определяются из условий (6).

Среднее за период распределение давлений и массовый расход в плоском слое определяются выражениями:

$$\bar{P}_{pl} = \sqrt{\Psi_{x,pl}^2} / \sqrt{H_{0,pl}^2 - H_{t,pl}^2} - 1; \quad (8)$$

$$\bar{M}_{pl} = -2\pi K_{r,pl} r \left( H_{0,pl} \frac{\partial \Psi_{x,pl}^2}{\partial r} - 2\Psi_{x,pl}^2 \frac{\partial H_{0,pl}}{\partial r} \right); \quad K_{r,pl} = \frac{\rho_a P_a \delta_1^3}{24\mu}, \quad (9)$$

где  $K_{r,pl}$  – коэффициент расхода;  $\rho_a$  – плотность газа при  $P_a$ .

*Профилированный капилляр* выполнен в элементе 1 (см. рис. 1) в виде отверстия длиной  $L$  с входным  $r_1$  и выходным  $r_2$  радиусами, где  $L \gg r_1$  и  $r_2$ . Боковые поверхности капилляра совершают колебания с постоянной амплитудой в  $k_h$  раз меньше амплитуды  $h_v$ , за счет чего осуществляется высокочастотное периодическое сдавливание газа в капилляре. Безразмерная функция радиуса капилляра имеет вид:

$$H_{kl} = H_{0,kl} + H_{t,kl} \cos(\tau), \quad (10)$$

где  $H_{0,kl} = 1 + k_{on}z$  – независящая от времени составляющая функции радиуса;  $k_{on} = \gamma L/r_1$ ;  $\gamma$  – угол наклона боковой поверхности капилляра, формирующий профиль;  $z = \bar{z}/L$  – безразмерная продольная координата ( $0 \leq z \leq 1$ );  $\bar{z}$  – продольная координата ( $0 \leq \bar{z} \leq L$ );  $H_{t,kl} \cos(\tau)$  – вибрационная составляющая функции радиуса;  $H_{t,kl} = k_h h_v / r_1$  – безразмерная амплитуда колебаний.

Для описания осесимметричного и квазистационарного течения газа в капилляре вдоль оси  $O\bar{z}$  в цилиндрической системе координат  $\bar{r}, \theta, \bar{z}$  используется усеченное до вязкостных членов уравнение Навье-Стокса. Совместное решение этого уравнения с уравнениями неразрывности и состояния при условии, что давление в капилляре не зависит от радиальной координаты  $\bar{r}$ , позволяет получить уравнение аналогичное (2), но для вспомогательной функции  $\Psi_{kl} = P_{kl} H_{kl}$ , где универсальные координата  $q = z$  и параметр  $b = H_{kl}$ ;  $P_{kl}$  – безразмерное давление в капилляре;  $\Lambda_{v,kl} = 8\mu L^2 v / (r_1^2 P_a)$  – безразмерный частотный параметр сжимаемости;  $v$  – обозначает принадлежность к капилляру «kl». Естественные граничные условия имеют вид:

$$\Psi_{kl}(z=0) = H_{kl}(z=0); \quad \Psi_{kl}(z=1) = K_p H_{kl}(z=1). \quad (11)$$

Начальное условие и условие периодичности аналогичны (4).

Для получения *аналитического решения* вводится вспомогательная функция  $\tilde{\Psi}_{kl} = P_{kl} H_{kl}^2$ , которая является асимптотическим аналогом вспомогательной функции давления для газовых слоев в теории смазки  $\tilde{\Psi}_{v,kl}$ . Асимптотическое уравнение (2) для капилляра получено впервые и принимает вид:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{2} \frac{\partial \tilde{\Psi}_{xkl}^2}{\partial z} - \tilde{\Psi}_{xkl}^2 \frac{2k_{on}}{\sqrt{H_{0kl}^2 - H_{rkl}^2}} \right] = 0. \quad (12)$$

Границные условия для уравнения (12) имеют вид:

$$\tilde{\Psi}_{xkl}^2(z=0) = \left[ H_{0kl}^4(z=0) + \frac{3}{8} H_{rkl}^4 + 3H_{0kl}^2(z=0)H_{rkl}^2 \right]; \quad (13)$$

$$\tilde{\Psi}_{xkl}^2(z=1) = K_p^2 \left[ H_{0kl}^4(z=1) + \frac{3}{8} H_{rkl}^4 + 3H_{0kl}^2(z=1)H_{rkl}^2 \right]. \quad (14)$$

Решение проводится аналогично плоскому зазору. В результате среднее за период распределение давлений в капилляре:

$$\bar{P}_{kl} = \sqrt{\tilde{\Psi}_{xkl}^2} \frac{H_{0kl}}{\left( H_{0kl}^2 - H_{rkl}^2 \right) \sqrt{H_{0kl}^2 - H_{rkl}^2}} - 1. \quad (15)$$

Средний за период массовый расход газа в капилляре:

$$\bar{M}_{kl} = -2\pi K_{rkl} \left[ \frac{1}{2} \frac{\partial \tilde{\Psi}_{xkl}^2}{\partial z} - \tilde{\Psi}_{xkl}^2 \frac{2k_{on}}{\sqrt{H_{0kl}^2 - H_{rkl}^2}} \right]; \quad K_{rkl} = \frac{P_a r_l^4}{16\mu L}. \quad (16)$$

Выражение (16) при внешнем перепаде давлений и отсутствии профилирования и вибрации сводятся к известной формуле Пуазейля.

Последовательное *T*-образное сопряжение плоского зазора и капилляра с вибрацией их поверхностей схематично изображено на рис. 1. Для описания течения газа в Т-сопряжении используются модельные уравнения (2) плоского слоя в области  $r \in [k, l]$  и капилляра в области  $z \in (0, 1]$ , где  $\Lambda_{vkl} = 2\delta_1^2 L^2 \Lambda_{vpl} / (3r_l^2 R^2)$ . Естественные граничные условия при  $r = k$  и  $z = 1$  записываются аналогично (3) и (11). Начальные условия и условия периодичности аналогичны (4). Условия в точке сращения, принадлежащей плоскому зазору и капилляру с координатами  $r = k$  и  $z = 0$ , определяются равенством давлений и расходов в этой точке  $P_{kl}(z=0) = P_{pl}(r=k)$ ,  $M_{kl}(z=0) = M_{pl}(r=k)$ .

Для получения аналитического решения используются решения асимптотических уравнений (5) и (12), где постоянные интегрирования  $c_1 - c_4$  находятся из асимптотических граничных условий (6) и (14), равенства давлений (8) и (15) и равенства расходов (9) и (16). В главе приведены аналитические выражения для расчета постоянных интегрирования и вспомогательных функций давления.

В третьей главе реализуется численный метод решения задачи о течении газа в плоском зазоре, капилляре и их Т-образном сопряжении при конечном значении частоты вибрации. Для реализации численного метода строятся дискретные аналоги математических моделей, представленных во второй главе.

Для профицированного плоского зазора строится конечно-разностная схема системы уравнений (2), (3), (4) и аналогично для капилляра (2), (11), (4) при использовании итерационной схемы с линеаризацией по методу Ньютона. Линеаризованные уравнения имеют дивергентный вид, что позволяет, при-

менив формулу Грина, представить их в интегральной форме по замкнутому кусочно-гладкому контуру, ограничивающему на плоскости некоторую область. В соответствии с идеей интегро-интерполяционного метода на основе интегральных уравнений строится консервативная схема в выделенной области ( $q, t$ ) на сеточном разбиении  $q_{set} = \{(q_i, t_j), (q_{i+1/2}, t_j); q_{i+1} = q_i \pm \Delta q, q_{i+1/2} = q_i \pm 1/2\Delta q, i = 1, 2, \dots, Nq+1; t_{j+1} = t_j + \Delta t, j = 1, 2, \dots, Nt\}$ , где  $Nt, Nq$  – количество узлов сетки по времени и по координате. В результате разностный аналог уравнения (2) принимает вид:

$$\begin{aligned} & (\Psi_{n+1m})_i^{j+1} [\Delta q b_i^{j+1} \Lambda_{vm} + \sigma C_{mi}^{j+1}] - (\Psi_{n+1m})_{i+1}^{j+1} \sigma A_{mi+1}^{j+1} - (\Psi_{n+1m})_{i-1}^{j+1} \sigma A_{mi-1}^{j+1} = \\ & = (\Psi_{n+1m})_i^j [\Delta q b_i^j \Lambda_{vm} - (1-\sigma) C_{mi}^j] + (\Psi_{n+1m})_{i+1}^j (1-\sigma) A_{mi+1}^j + \\ & + (\Psi_{n+1m})_{i-1}^j (1-\sigma) A_{mi-1}^j - \Delta t [\sigma (\Phi_{mi+1/2}^{j+1} - \Phi_{mi-1/2}^{j+1}) + (1-\sigma) (\Phi_{mi+1/2}^j - \Phi_{mi-1/2}^j)], \end{aligned} \quad (17)$$

где  $A_{mi\pm 1}$ ,  $C_{mi}$  – коэффициенты;  $\Phi_{mi\pm 1/2}$  – функция;  $\sigma$  – параметр, позволяющий варьировать интерполяцию сеточных функций ( $0 \leq \sigma \leq 1$ ).  $\sigma = 0,5$  обеспечивает второй порядок аппроксимации по времени.

Очевидно, что уравнение (17) линейно, так как имеющиеся нелинейности, следуя методу решения, отнесены в правую часть уравнения и определены или на предыдущем  $j$ -ом временном слое или на предыдущей итерации  $n$  и, поэтому, известны. Границные и начальные условия на введенном сеточном разбиении имеют вид:

$$(\Psi_{n+1m})_i^{j+1} = K_p H_{1m}^{j+1}; (\Psi_{n+1m})_{Nq+1}^{j+1} = H_{Nq+1m}^{j+1}; (\Psi_{0m})_i = (H_{0m})_i. \quad (18)$$

Вычислительный алгоритм численного метода реализуется при решении системы трехточечных итерационных уравнений (17) и (18), которое проводится методом немонотонной прогонки на установление переходного процесса. Итерационный процесс продолжается до достижения требуемой относительной погрешности решения  $\varepsilon_1$ , т.е.  $|(\Psi_{n+1m} - \Psi_{nm})/\Psi_{nm}| \leq \varepsilon_1$ . Кроме этого, решение должно удовлетворять условию периодичности с относительной погрешностью  $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ . Выполнение двух вышеуказанных условий обеспечивает итерационную и временную сходимость разностной схемы.

Для  $T$ -образного сопряжения дополнительно строится связующее уравнение в точке сращения и вводится общее сеточное разбиение для плоского зазора и капилляра с общим количеством узлов  $Nz+Nr+1$  и общей точкой в узле  $Nz+1$ . Для записи связующего уравнения используется условие равенства давлений в точке сращения:

$$(\Psi_{pl})_{Nz+1} = (\Psi_{kl})_{Nz+1} (H_{pl})_{Nz+1} / (H_{kl})_{Nz+1}, \quad (19)$$

и условие равенства мгновенных расходов для плоского слоя и капилляра:

$$K_{rp1} r \left( H_{pl} \frac{\partial \Psi_{pl}^2}{\partial r} - 2 \Psi_{pl}^2 \frac{\partial H_{pl}}{\partial r} \right) = K_{rk1} \frac{H_{kl}}{2} \left( H_{kl} \frac{\partial \Psi_{kl}^2}{\partial z} - 2 \Psi_{kl}^2 \frac{\partial H_{kl}}{\partial z} \right). \quad (20)$$

Для обеспечения однородности разностной схемы связующее уравнение (20) для перехода от расчета функции  $\Psi_{kl}$  к  $\Psi_{pl}$  в точке сращения линеаризуется, представляется в трехточечном виде и с учетом (19) принимает вид:

$$\begin{aligned} & (\Psi_{n+1kl})_i^{j+1} \sigma C_i^{j+1} - (\Psi_{n+1pl})_{i+1}^{j+1} \sigma A_{i+1}^{j+1} - (\Psi_{n+1kl})_{i-1}^{j+1} \sigma A_{i-1}^{j+1} = \\ & = -(\Psi_{n+1kl})_i^j (1-\sigma) C_i^j + (\Psi_{n+1pl})_{i+1}^j (1-\sigma) A_{i+1}^j + (\Psi_{n+1kl})_{i-1}^j (1-\sigma) A_{i-1}^j + \\ & + \frac{K_{rpl}}{K_{rkl}} [\sigma \Phi_{pli+1/2}^{j+1} + (1-\sigma) \Phi_{pli+1/2}^j] - [\sigma \Phi_{kl(i-1/2)}^{j+1} + (1-\sigma) \Phi_{kl(i-1/2)}^j], \end{aligned} \quad (21)$$

где коэффициенты  $A$ ,  $C$  и функции  $\Phi$  с индексами  $i$ ,  $i+1$ ,  $i+1/2$  определяются параметрами плоского зазора, а коэффициенты с индексами  $i-1$  и  $i-1/2$  определяются параметрами капилляра. Решение общей системы трехточечных итерационных уравнений проводится по алгоритму, изложенному ранее.

На базе построенных конечно-разностных схем и вычислительного алгоритма создается комплекс программ на языке C++ в системе визуального объектно-ориентированного программирования C++Builder6. Приводится описание функционального назначения и логической структуры комплекса программ. На программу расчета интегральных характеристик течения газа в Т-образном сопряжении получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

**В четвертой главе** отражаются результаты вычислительных экспериментов, выполненных с использованием созданного комплекса программ при конечном значении частоты вибрации, которые дополняют и уточняют картину течения газа в зазорах с профилированными поверхностями по сравнению с аналитическими решениями, полученными во второй главе. Численное моделирование проводится с учетом симметрии исследуемого зазора и капилляра на равномерной сетке с числом узлов  $150 \times 150$ . В расчетах используется относительная погрешность для обеспечения итерационной  $\varepsilon_1 = 10^{-6}$  и временной  $\varepsilon_2 = 3 \cdot 10^{-6}$  сходимости.

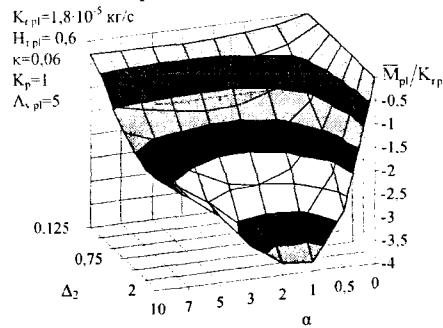


Рис. 2. Зависимость безразмеренного расхода в плоском зазоре от параметров профиля  $\alpha$ ,  $\Delta_2$

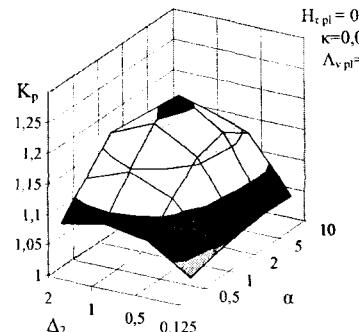
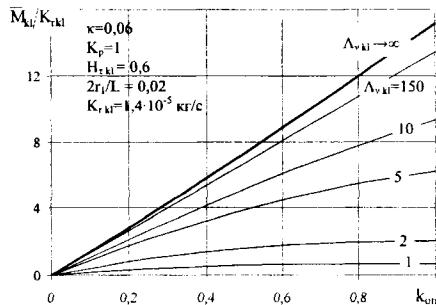


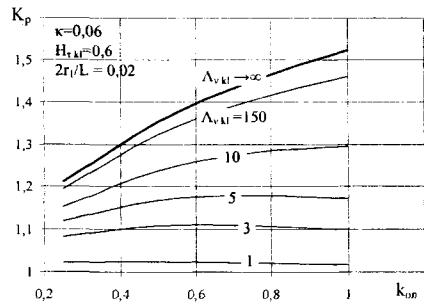
Рис. 3. Зависимость степени повышения давления плоского зазора от параметров профиля  $\alpha$ ,  $\Delta_2$

Для профилированного плоского зазора сравнением аналитических и численных решений подтверждается их сходимость при больших значениях

частотного параметра  $\Lambda_{vpl}$  для профилей с незначительным градиентом функции зазора  $\alpha > 1$ , что проиллюстрировано эпюрами средних за период избыточных давлений. Проводится исследование зависимости генерируемого расхода и степени повышения давления в плоском зазоре от параметров профиля, что представлено на рис. 2 и 3 и свидетельствует о значительном влиянии глубины и формы профиля на характеристики течения.

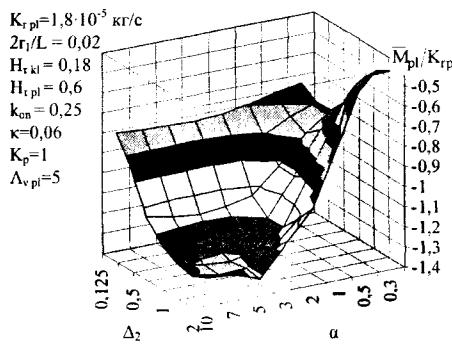


**Рис. 4.** Зависимость безразмерного расхода в капилляре от параметра профиля  $k_{on}$

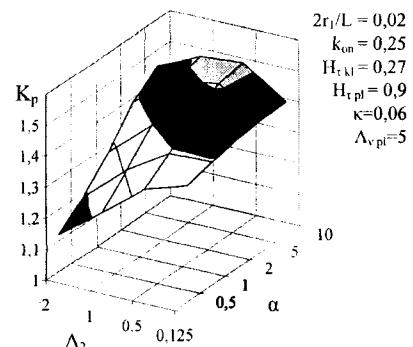


**Рис. 5.** Зависимость степени повышения давления капилляра от параметра профиля  $k_{on}$

Для профилированного капилляра проводятся исследования зависимости расхода и степени повышения давления от параметров профиля, частотного параметра и амплитуды колебаний, что показано на рис. 4 и 5. Представленные зависимости расхода свидетельствуют о наличии свойств нагнетания газа у капилляра и подтверждают идентичность поведения результатов аналитического и численного решений с ростом частотного параметра  $\Lambda_{vpl}$ .



**Рис. 6.** Зависимость безразмерного расхода в Т-сопряжении от параметров профиля  $\alpha$ ,  $\Delta_2$



**Рис. 7.** Зависимость степени повышения давления в Т-сопряжении от параметров профиля  $\alpha$ ,  $\Delta_2$

Для  $T$ -образного сопряжения некоторые результаты исследований представлены на рис. 6, 7 и 8. Из сравнения рис. 6 и 7 с соответствующими рис. 2 и 3 очевидно увеличение степени повышения давления и величины расхода для неглубоких профилей  $\Delta_2 < 0,5$ .

На рис. 8 отражено влияние отношения амплитуд колебаний  $k_h = H_{t,kl}/H_{t,pl}$  на значение расхода в сопряжении. Отрицательные значения  $k_h$  соответствуют сдавливанию газа в капилляре, смещенному во времени на полпериода относительно колебаний плоского зазора или в противофазе. Максимальное значение расхода наблюдается при синфазной вибрации с неизначительной амплитудой вибрации стенок капилляра. Противофазная и синфазная вибрация при больших значениях  $k_h$  дает практически одинаковые значения расходов и может приводить к смене направления течения газа.

Выявленная высокая чувствительность интегральных характеристик слоев газа к параметрам зазоров вызывает существенные трудности при проектировании нагнетателей, поэтому предлагается метод согласования сопряженных плоского зазора и капилляра. Для оценки согласованности вводится коэффициент эффективности  $\xi$ , который определяется отношением мощности, отдаваемой генерирующим расходом зазора в сопряженный с ним капилляр, к мощности, отдаваемой им же в атмосферу:

$$\xi = \frac{Q^2 R_{kl}}{\Delta p_{pl}^2 / R_{pl}}, \quad (22)$$

где  $R_{pl} = \frac{6\mu}{\pi \delta_1^3} \int_0^L \frac{dt}{r \cdot H_{pl}^3}$  и  $R_{kl} = \frac{8\mu L}{\pi r_1^4} \int_0^z \frac{dz}{H_{kl}^4}$  – пневматические сопротивления плоского зазора и капилляра;  $Q$  – объемный расход в Т-образном сопряжении;  $\Delta p_{pl}^2$  – квадрат перепада давлений в плоском слое.

*Формулировка метода согласования:* коэффициент эффективности  $\xi$  достигает максимальных значений для равных пневматических сопротивлениях сопрягаемых плоского зазора и капилляра  $R_{pl} = R_{kl}$  (см. рис. 9).

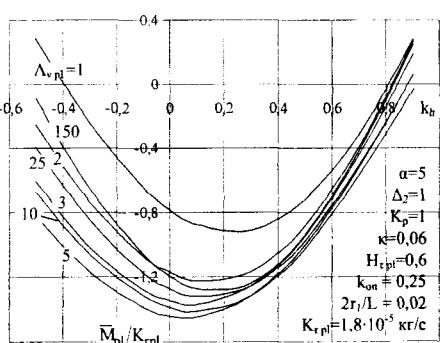


Рис. 8. Зависимость безразмерного расхода от отношения амплитуд  $k_h$

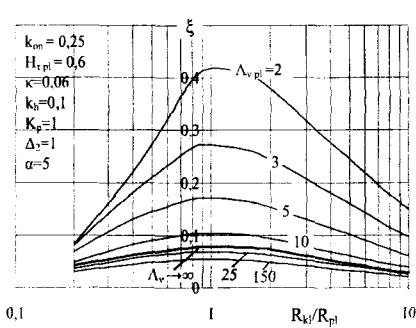
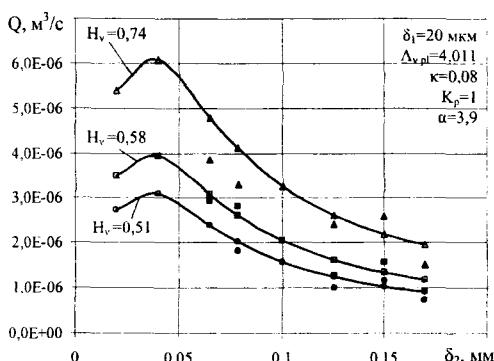


Рис. 9. Зависимость коэффициента эффективности от отношения сопротивлений зазоров

Сформулированный метод согласования использован для создания инженерной методики расчета нагнетателей, узлами которых являются сопряженные зазоры, в частности плоский зазор и капилляр. Методика включает в себя пять этапов, на первом определяются входные данные, на втором

рассчитывается частотный параметр и коэффициент расхода, на третьем определяется входной радиус капилляра, на четвертом выбираются параметры профиля плоского зазора и рассчитывается его сопротивление, на пятом, заключительном, рассчитывается длина капилляра и профиль.

**В пятой главе** приводится описание эксперимента при использовании ультразвукового компрессора, входящего в состав аппарата аэрозольной терапии «Кавитар». Компрессор на входе включает в себя два опорных элемента, разделенных тонким слоем газа, аналогично рис. 1. При проведении эксперимента использовались три установки: для измерения формы профилей ответных частей входного узла компрессора; для измерения амплитуды колебаний вибрирующей поверхности ненагруженного вибратора компрессора; и для измерения расхода, генерируемого компрессором.



**Рис. 10.** Зависимость значений расхода от глубины  $\delta_2$  профиля для  $\delta_1 = 20 \text{ мкм}$

ватность построенных математических моделей.

В заключение главы проведена оценка согласованности параметров плоского зазора и капилляра исследуемого компрессора на основе метода согласования сопряженных зазоров. Расчетным путем показано, что плоский зазор и капилляр в компрессоре несогласованы, но в случае согласования расход можно увеличить в 10 раз относительно уровня расхода существующей конструкции компрессора.

**В заключении** приведены основные результаты диссертационной работы, выносимые на защиту, и рассматриваются направления дальнейших исследований в данной области.

**В приложениях** приводится акт внедрения результатов диссертационной работы, свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ, интерфейсы комплекса программ и экспериментальные данные измерения амплитуды колебаний вибратора.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

В диссертационной работе рассмотрены вопросы, связанные с исследованием течения газа в плоском зазоре и капилляре с профилированием

На рис. 10 в сравнении приведены зависимости расхода от глубины профиля плоского зазора  $\delta_2$ , полученные при проведении натурного (точки в виде закрашенных геометрических фигур) и вычислительного (точки в виде незакрашенных фигур, соединенные непрерывной линией) эксперимента при различных значениях амплитуды колебаний вибрирующей поверхности. Расхождение результатов эксперимента не превышает 20 %, что подтверждает адек-

и вибрацией их поверхностей. Рассмотрена специфика течения газа в сопряженных зазорах, в частности в Т-образном сопряжении плоского зазора и капилляра, и предложен метод их согласования. Разработана методика расчета нагнетателей, построенных на основе рассмотренного сопряжения.

Проведенное комплексное исследование показало, что профилирование формирует в плоском зазоре и капилляре с вибрирующими поверхностями эффект направленного течения газа. Величина этого эффекта при реальных на сегодняшний день безразмерных амплитудах сдавливания слоя 0,6–0,7 позволяют получить давление  $10^5$  Па и расход порядка  $10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$ .

На основе выполненных исследований можно сформулировать следующие выводы и результаты:

1. На основе уравнения Рейнольдса и усеченного уравнения Навье-Стокса разработаны математические модели течения газа в плоском зазоре, капилляре и их сопряжении, учитывающие профилирование поверхностей и вибрационное сдавливание газа. В разработанных математических моделях, в отличие от известных, введены функции, описывающие периодически изменяющиеся зазоры переменной толщины, что приводят к появлению в уравнениях для распределения давлений коэффициентов, зависящих от времени и пространственных координат.
2. Аналитически определены функции распределения давлений и расхода газа в плоском зазоре и капилляре с использованием асимптотической теории вибронесущего тонкого слоя. Для плоского зазора при отсутствии профилирования выражения расхода сводятся к известным решениям для вибронесущих газовых опор с изгибными колебаниями, а для капилляра при отсутствии профилирования и вибрации к формуле Пуазейля. Для капилляра получены оригинальные формулы расчета расхода газа в явном виде определяющие зависимость от амплитуды вибрации стенок капилляра и параметров профиля капилляра.
3. Разработаны дискретные модели течения газа в профилированном плоском зазоре, капилляре и их сопряжении, что позволило уточнить асимптотические решения в область конечных значений частоты вибрации (частотный параметр менее 10). Особенностью дискретной модели сопряженных зазоров является использование условий сопряжения по расходу и давлению на однородной сеточной области, что обеспечивает ускоренную сходимость численной схемы и уменьшает время вычислений.
4. Численный метод решения рассматриваемых краевых задач реализован в комплексе прикладных программ, зарегистрированном в реестре программ для ЭВМ. Программное обеспечение позволило провести вычислительный эксперимент и исследование влияния параметров профилирования и вибрации поверхностей на расход газа и степень повышения давления проектируемых нагнетателей на основе сопряженных плоского зазора и капилляра. В частности, проведенное исследование показало, что область оптимальных по расходу значений частотного параметра находится в диапазоне

от 3 до 10, а в сопряжении амплитуда колебаний стенок капилляра должна быть незначительной.

5. Разработан метод согласования параметров сопряженных плоского зазора и капилляра. Показано, что равенство пневматических сопротивлений сопрягаемых зазора и капилляра обеспечивает наибольшую производительность при их совместной работе. Разработанный метод в сочетании с результатами проведенных исследований, представленных в виде контурных диаграмм, позволили разработать инженерную методику для предварительного расчета узлов нагнетателя с использованием зависимостей для пневматических сопротивлений типовых дросселей без учета вибрации.

6. Проведено экспериментальное исследование характеристик серийно изготавливаемого в ЗАО НПО «Медприбор» компрессора «Кавитар», работающего на рассматриваемом принципе. Подтверждена адекватность разработанных математических моделей течения газа путем сравнения результатов вычислительного и натурного эксперимента. Расхождение результатов эксперимента для всех исследуемых образцов не превышает 20 %. Оптимизация конструкции исследуемого компрессора на основе разработанного метода согласования сопряженных зазоров показала возможность увеличения расхода газа в 10 раз по отношению к существующим значениям.

## ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

*Статьи, опубликованные в научных журналах из списка ВАК:*

1. Пашнина, Н.А. Аналитическое решение задачи о течении газа в профицированном капилляре с вибрацией его стенок / Н.А. Пашнина // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Машиностроение». – 2009. – Вып. 14. – № 33 (166). – С. 21–25.
2. Пашнина, Н.А. Влияние профилирования на характеристики течения газа в тонких зазорах с вибрацией / Н.А. Пашнина, С.Г. Некрасов // Трение и износ. – 2010. – Том 31. – № 3. – С. 237–248.
3. Пашнина, Н.А. Численное исследование течения газа в тонких профицированных зазорах с вибрацией, объединенных в Т-образную структуру / Н.А. Пашнина, С.Г. Некрасов // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Машиностроение». – 2008. – Вып. 11. – № 10 (110). – С. 62–71.
4. Пашнина, Н.А. Эффект образования направленного движения газа в тонких профилированных зазорах с вибрацией / Н.А. Пашнина, С.Г. Некрасов // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Машиностроение». – 2005. – Вып. 7. – № 14 (54). – С. 37–43.

*Другие публикации:*

5. Пашнина, Н.А. Задатчик расхода на основе осесимметричного профилированного зазора с вибрацией / Н.А. Пашнина, С.Г. Некрасов // Известия Челябинского научного центра. 2004. №1. С. 180–185.

URL: [http://csc.ac.ru/news/2004\\_1/2004\\_1\\_11\\_1r.pdf](http://csc.ac.ru/news/2004_1/2004_1_11_1r.pdf)

6. Пашнина, Н.А. Исследование характеристик задатчика расхода на основе цилиндрического капилляра с профилированной поверхностью и вибрацией / Н.А. Пашнина, С.Г. Некрасов // Информационно-управляющие системы: Темат. сб. науч. тр. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2003. – С. 39–47.
7. Пашнина, Н.А. Численное исследование эксплуатационных характеристик ультразвукового компрессора на основе профилированного зазора с вибрацией / Н.А. Пашнина, С.Г. Некрасов // Информационные, измерительные, управляющие и радиоэлектронные системы и устройства: Темат. сб. науч. тр. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2005. – С. 18–24.
8. Пашнина, Н.А. Эксплуатационные характеристики вибронесущего ультразвукового задатчика расхода / Н.А. Пашнина, С.Г. Некрасов // XXIII Российская школа по проблемам науки и технологий. Тезисы докладов. – Миасс: МСНТ, 2003. – С. 57.
9. Pashnina, N.A. The Profiling Effect on the Characteristics of Gas Flow in Fine Vibrating Clearances / N.A. Pashnina, S.G. Nekrasov //Journal of Friction and Wear. – 2010. – Vol.31. – No 3. – pp. 171–179.

*Свидетельство о регистрации программы:*

10. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2009614503 «Программа расчета ультразвукового газового компрессора, построенного по Т-образной схеме “плоский слой-капилляр”» / Н.А. Пашнина, С.Г. Некрасов. – Заявка № 2009613277 от 24.08.2009.