УДК 519.6 DOI: 10.14529/ctcr150406

# К ВОПРОСУ РАЗРАБОТКИ МЕТОДОВ РЕКОНСТРУКЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ В РЕНТГЕНОВСКОЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ С КОНУСНЫМ ПУЧКОМ ИЗЛУЧЕНИЯ

## Е.Н. Симонов, М.В. Аврамов

Южно-Уральский государственный университет, филиал в г. Кыштыме

Отражены основная задача рентгеновской компьютерной томографии и ее математическое описание. Приведено прямое и обратное преобразование Радона. В статье представлены методы реконструкции изображений в рентгеновской компьютерной томографии. Дана их краткая классификация. Автором рассмотрена классическая задача двумерной компьютерной томографии, основные подходы к ее решению. Основное внимание уделено алгоритму обратного проецирования с фильтрацией сверткой. Приведен вывод алгоритма для параллельной и веерной схем сканирования. Проанализирована задача трехмерной реконструкции изображений. Описаны дополнительные условия, накладываемые на полноту проекционных данных, вычислительную эффективность алгоритмов, качество получаемых изображений. Рассмотрены основные траектории движения источника рентгеновского излучения, обеспечивающие выполнение условия Кириллова - Смита - Туя. Основное внимание уделено спиральной траектории. Приведен анализ существующих методов трехмерной реконструкции с конусной геометрией лучей, их достоинства, недостатки, области применения. Дана их краткая классификация. Приведены алгоритмы, дающие приближенное решение задачи трехмерной реконструкции. Описаны алгоритм Фельдкампа, алгоритм обобщенной обратной проекции, модернизированный алгоритм однослойной перепаковки. Затронут вопрос разработки подходов и методов получения изображений при трехмерной реконструкции в конусе лучей для спиральной компьютерной томографии.

Ключевые слова: компьютерная томография, трехмерная реконструкция.

#### Введение

Основная задача рентгеновской компьютерной томографии (КТ) заключается в реконструкции внутренней структуры объектов исследования путем зондирования проникающим излучением. С математической точки зрения эту задачу можно рассматривать как задачу восстановления некоторой функции в двумерном или трехмерном пространстве по известным значениям интегралов вдоль определенных линий или плоскостей. В КТ искомой функцией является линейный коэффициент ослабления, а известными значениями интегралов проекционные данные.

Связь между проекционными данными и искомой функцией линейного коэффициента ослабления описывается преобразованием Радона, которое в двумерном случае представляет собой линейный интеграл функции вдоль прямой. Представление функции через ее преобразование Радона называется формулами обращения [1].

Если прямая L:  $(\xi, x) = l$  задана в нормальном виде, то интеграл функции f(x) вдоль прямой L равен

$$P(\theta, l) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(l\cos\theta - x_2'\sin\theta, l\sin\theta + x_2'\cos\theta) dx_2', \tag{1}$$

где  $x_2'$  – ось ординат после поворота на угол  $\theta$ .

Формула обращения будет иметь вид

$$f(x) = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{0}^{2\pi} \frac{1}{l - l'} \cdot \frac{\partial P(\theta, l')}{\partial l'} d\theta dl', \tag{2}$$

где l' – кривая, проходящая через конкретную точку  $(x_1, x_2)$  [1].

Таким образом, основная математическая задача рентгеновской компьютерной томографии может быть сведена к интегральному уравнению вида

$$T\mu = \int_{L(l,\theta)} \mu(x,y) dl = P(l,\theta). \tag{3}$$

Уравнение (3), где T – оператор преобразования, может быть исследовано методами интегральной геометрии Радона. Однако методы Радона позволяют получить точное решение основного уравнения КТ при условии, что исходные данные  $P(l,\theta)$  заданы точно. Но на практике проекционные данные  $P(l,\theta)$  содержат различного рода ошибки и точными не являются. То есть точно восстановить изображение по проекциям  $P(l,\theta)$  невозможно. На практике применяют методы регуляризации уравнения (3) [2, 3].

Все многообразие методов, использующихся для восстановления изображения, можно разделить на две основные группы: аналитические и итерационные методы [1, 2].

Реализация любого алгоритма реконструкции зависит от схемы генерации рентгеновского излучения, реализованной в томографе. Существует 3 основных схемы: параллельная, веерная, конусная.

## 1. Алгоритм реконструкции при параллельной геометрии лучей

Вид функции  $\mu(x, y)$ , обозначающей распределение искомой физической величины, априори неизвестен. Однако известно, что она равна нулю вне области реконструкции  $\Omega$ , представляющей собой круг радиуса T с центром в начале координат (рис. 1).

Положение рентгеновского луча определяется его расстоянием l от начала координат и углом  $\theta$ . Проекции, определяемые по формуле (1), можно записать в виде

$$P(l,\theta) = \int_{-T}^{+T} f(l\cos\theta - t\sin\theta, l\sin\theta + t\cos\theta) dt.$$
 (4)

Следующим шагом построения алгоритма реконструкции является нахождение формулы обращения для (4). Причем, как было показано выше, использовать непосредственно выражение (2) нельзя.

Одним из подходов вывода формулы реконструкции является подход, основанный на использовании проекционных теорем. Первая гласит, что операция над проекцией при угле  $\theta$  эквивалентна определенной операции над исходным объектом  $\mu(x, y)$ . Эту теорему называют обобщенной проекционной теоремой. Если операция на  $\mu(x, y)$  обратима, как например, преобразование Фурье, то из этого следует способ нахождения  $\mu(x, y)$  по заданной  $P(l, \theta)$ .

Вторая теорема, о центральном сечении, формулируется следующим образом. Пусть  $R(\nu, \theta)$  — одномерное преобразование Фурье функции  $P(l, \theta)$  по первому аргументу

$$R(\nu, \theta) = \int_{-T}^{T} P(l, \theta) e^{-i2\pi\nu l} dl,$$
 (5)

где  $v=1/2\Delta l$  — пространственная частота;  $\Delta l$  —

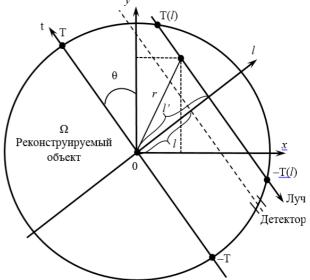


Рис. 1. Параллельная геометрия сканирования

расстояние между отсчетами лучей. Тогда справедливо равенство

$$R(v,\theta) = \hat{\mu}(v\cos\theta, v\sin\theta), \tag{6}$$

где  $\hat{\mu}$  – двумерное преобразование Фурье функции  $\mu(x,y)$ . Иначе говоря, одномерное преобразование Фурье проекционных данных по переменной l эквивалентно двумерному преобразованию Фурье функции объекта, выраженной через полярные координаты.

Очевидно, что обратное двумерное преобразование Фурье от  $\hat{\mu}$  дает формулу реконструкции функции  $\mu(x,y)$  по заданным  $P(l,\theta)$ . Однако при практической реализации этого способа действий возникают значительные трудности, связанные с ошибками дискретизации и неточностью проекционных данных. В результате получается сильно зашумленное изображение исследуемого объекта. Чтобы этого избежать, нужно принимать специальные меры [1, 2].

Одним из способов решение проблемы является использование в (6) не фурье-функции  $\hat{\mu}$ , а ее произведение на функцию окна W(v):

$$\hat{\hat{\mu}}(v\cos\theta, v\sin\theta) = \hat{\mu}(v\cos\theta, v\sin\theta)W(v). \tag{7}$$

Тогда, подставив (7) в (6), и взяв обратное преобразование Фурье, можно получить

$$\widetilde{\mu} = \int_{0-T}^{\pi} P(l,\theta) g(l'-l) dl d\theta, \tag{8}$$

где

$$g(l) = \int_{-1/2\Delta l}^{1/2\Delta l} |v| W(v) \exp(i2\pi v l) dv, \tag{9}$$

 $l' = x\cos\theta + y\sin\theta - \pi y$ ч, проходящий через конкретную точку P.

Внутренний интеграл в выражении (8) называется свернутой проекцией и представляет собой свертку по l проекции  $P(l,\theta)$  при угле  $\theta$  и функции g(l), заданной выражением (9). Функция g(l) называется сворачивающей функцией, а ее вид зависит от функции «окна» W(v) (фурьефункция  $\hat{g}(v) = |v|W(v)$ ). Внешний интеграл представляет собой операцию обратного проецирования. Формулы (8), (9) составляют основу метода реконструкции – метода свертки и обратного проецирования.

### 2. Алгоритм реконструкции при веерной геометрии лучей

На сегодняшний день широкое распространение получила схема сканирования с веерной геометрией луча, которая является более предпочтительной с точки зрения быстродействия. Каждый луч рассматривается как элемент множества расходящихся лучей  $(\gamma, \beta)$ , где  $\beta$  задает положение источника излучения, а  $\gamma$  – угол между рассматриваемым лучом и прямой, соединяющий источник и центр окружности (рис. 2).

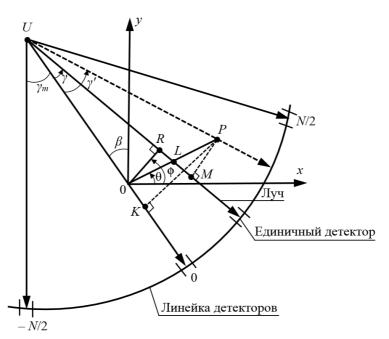


Рис. 2. Веерная геометрия сканирования

U – положение источника излучения на окружности радиусом Д с центром 0;  $\beta$  – угол наклона прямой 0U к оси y;  $\theta$  – угол между перпендикуляром 0R, опущенным из начала координат к лучу, и осью x; длина 0R равна l; S – расстояние между точками U и P;  $\gamma'$  – угол между 0U и UP; r – длина 0P;  $q(\gamma, \beta)$  – линейный интеграл вдоль луча для веерной геометрии.

Из формул (7)–(9) для параллельной геометрии лучей следует

$$\widetilde{\mu}(r\cos\phi,r\sin\phi) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-T}^{T} \int_{0}^{2\pi} P(l,\theta) \exp(i2\pi v \left[r\cos(\theta-\phi)-l\right]) W(v) |v| d\theta dl dv.$$

Перейдя от переменных  $(l, \theta)$  к переменным  $(\gamma, \beta)$ , операцию реконструкции можно представить в два этапа:

$$\tilde{q}(\gamma',\beta) = \int_{-\gamma_m}^{\gamma_m} q(\gamma,\beta) \cos \gamma \cdot g(S \sin(\gamma'-\gamma)) d\gamma; \tag{10}$$

$$\widetilde{\mu}(x,y) = \frac{\pi}{2} \int_{0}^{2\pi} \widetilde{q}(\gamma',\beta) d\beta, \tag{11}$$

где

$$g(S\sin(\gamma'-\gamma)) = \int_{-\infty}^{\infty} |v| W(v) \exp(i2\pi v S\sin(\gamma'-\gamma)) dv.$$
 (12)

Если принять  $\tilde{\gamma} = \gamma' - \gamma$ ,  $v' = v S \sin \tilde{\gamma} / \tilde{\gamma}$ , то можно записать

$$g\left(S\sin\tilde{\gamma}\right) = \frac{\tilde{\gamma}^2}{S^2\sin^2\tilde{\gamma}} \int_{-\infty}^{\infty} |v'| \exp\left(i2\pi v'\tilde{\gamma}\right) dv'. \tag{13}$$

Интеграл в (13) представляет ядро с аргументом  $\tilde{\gamma}$ , полученное для параллельных лучей, и является обратным преобразованием Фурье от модуля пространственной частоты |v'|. Ядро для веерной геометрии лучей можно определить

$$\widetilde{g}\left(\widetilde{\gamma}\right) = \frac{\widetilde{\gamma}^2}{S^2 \sin^2 \widetilde{\gamma}} g\left(\widetilde{\gamma}\right). \tag{14}$$

В результате формула (11) для случая веерной геометрии сканирования примет вид

$$\tilde{\mu}(x,y)\frac{1}{2}\int_{0}^{2\pi}\frac{1}{S^{2}}d\beta\int_{-\gamma}^{\gamma_{m}}\frac{1}{q}(\gamma,\beta)\tilde{g}(\gamma'-\gamma)d\gamma,\tag{15}$$

где  $q(\gamma,\beta) = q(\gamma,\beta)$ Д  $\cos \gamma$  — модифицированная проекция;  $g(\gamma'-\gamma) = g(\gamma'-\gamma) \cdot \frac{\gamma^2}{\sin^2 \gamma}$  — модифицированное ядро.

#### 3. Алгоритм реконструкции при конусной геометрии лучей

Описанные выше алгоритмы для параллельной и веерной геометрии лучей составили основу классического подхода к решению задачи компьютерной томографии, при котором измерения производятся в одной плоскости при помощи линейных детекторов и по этим данным реконструируется слой объекта.

На практике нередки случаи, когда информации в одном срезе исследуемого объекта недостаточно и необходимо представление о внутренней структуре всего протяженного объекта. Для получения необходимого объемного изображения можно провести серию измерений классическим методом и затем соединить полученную об отдельных слоях информацию. Такой подход к решению объемной задачи значительно увеличивает время томографического исследования, что не всегда приемлемо на практике.

Другим способом получения объемного изображения является трехмерная реконструкция. В отличие от классического двумерного метода КТ измерения в методе трехмерной КТ производятся в конусе рентгеновских лучей при помощи двумерного детектора, что позволяет получить проекции множества слоев за одно измерение. Такой подход обеспечивает некоторые преимущества над классическим методом исследования: увеличивает поток фотонов, уменьшает время получения проекций и делает возможным их геометрическое увеличение.

Для точного восстановления изображения по конусным проекциям необходимо, чтобы каждая плоскость, проходящая через исследуемый объект, по крайней мере один раз пересекала траекторию движения источника излучения (условие Кириллова – Смита – Туя [4, 5]). Примеры схем сканирования с траекторией движения источника, удовлетворяющих этому условию: спиральная, две окружности, окружность и прямая, две окружности, лежащие во взаимно перпендикулярных плоскостях [4].

Для решения трехмерной задачи КТ разрабатывались как алгебраические, так и аналитические методы. Эти методы можно разделить на два класса. К первому относятся алгоритмы, разбивающие трехмерную задачу на ряд двумерных. Из совокупности конусных проекций путем интерполяции получается набор веерных проекций, по которым производится двумерная реконструкция параллельных слоев объекта. Такой подход называется методом перепаковки.

Во второй класс входят алгоритмы, осуществляющие полную трехмерную реконструкцию. Двумерные конусные проекции некоторым образом фильтруются, а затем выполняется операция обратного проецирования. Такие алгоритмы часто называют FBP-алгоритмы (filtered backprojection) или алгоритмы обратного проецирования с фильтрацией [4, 5].

В работе [6] Фельдкампом с соавторами был предложен один из первых алгоритмов трехмерной реконструкции с конусной геометрией лучей. В статье приведен алгоритм для источника, движущегося по окружности. Такая траектория не удовлетворяет условию полноты данных, так как плоскости, параллельные плоскости, в которой движется источник, пересекают объект исследования, но не пересекают траекторию движения источника. Следовательно, точное восстановление изображения невозможно, и алгоритм является приближенным.

Алгоритм Фельдкампа относится к классу FBP-алгоритмов. В нем производится построчная фильтрация сверткой, а полная геометрия конусной схемы учитывается только на этапе вычисления обратной проекции.

Пусть для исследования задан неподвижный объект. Система «источник – детектор» вращается вокруг объекта, описывая окружность. Плоскость, содержащая источник, называется средней плоскостью. Пересечение средней плоскости и оси вращения взято как начало координат. Расстояние от источника до детектора равно D, от источника до оси вращения – d, от оси вращения до детектора – d' (рис. 3).

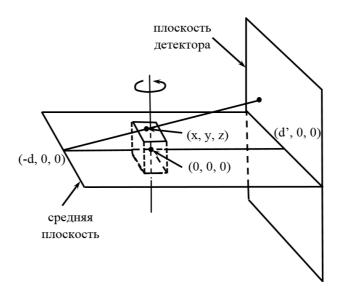


Рис. 3. Геометрия сканирования в конусе лучей

При  $d \to \infty$  алгоритм переходит в послойную формулу обращения для параллельного случая. Кроме того, алгоритм дает точное значение функции плотности в центральном сечении (z=0) при любом расстоянии до источника.

На рис. 4  $\Phi$  – угол поворота, Y – координата вдоль детектора, определяющая точку восстановления.

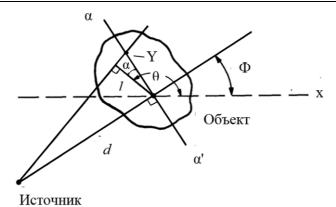


Рис. 4. Геометрия в средней плоскости

Связь  $(l, \theta)$  с  $(Y, \Phi)$ :

$$l = Yd / (d^2 + Y^2)^{\frac{1}{2}}; \quad Y = ld / (d^2 - l^2)^{\frac{1}{2}}; \quad \theta = \Phi + \frac{\pi}{2} + \alpha.$$
 (16)

Проекцию в цилиндрических координатах можно записать в виде

$$p(l,\theta) = \int r dr \oint f(r,\phi) \delta \left[ r \cos(\theta - \phi) - l \right] d\phi.$$

Используя формулу обращения (3) в полярных координатах, когда точка  $x=(r,\phi)$  и  $l=r\cos(\theta-\phi)$ , и представив проекцию  $p(l,\theta)$  через преобразование Фурье (7), можно записать искомую функцию плотности как

$$f(\mathbf{r}, \phi) = \frac{1}{4\pi^2} \operatorname{Re} \phi d\theta \int_{0}^{\infty} v dv \int_{-\infty}^{+\infty} p(l, \theta) e^{jvr[\cos(\theta - \phi) - l]} dl.$$

Выполняя переход от координат  $(l,\theta)$  к  $(Y,\Phi)$  по выражениям (16) и от v к v' по

$$v' = v \left[ d + r \cos \left( \phi - \Phi \right) \right] / \left( d^2 + Y^2 \right)^{\frac{1}{2}},$$

можно записать окончательную формулу для веерного пучка в средней плоскости

$$f(r,\phi) = \frac{1}{4\pi^2} \oint \frac{d^2}{\left[d + r\cos(\phi - \Phi)\right]^2} \widetilde{P}_{\Phi} \left[Y(r,\phi)\right] d\Phi, \tag{17}$$

где

$$Y(r,\phi) = dr \sin(\phi - \Phi) / [d + r \cos(\phi - \Phi)];$$

$$\widetilde{P}_{\Phi}(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d}{\left(d^2 + Y'^2\right)^{\frac{1}{2}}} P_{\Phi}(Y') g(Y - Y') dY'; \tag{18}$$

$$g(Y) = \operatorname{Re} \int_{0}^{v_{y0}} v \exp(jvY) dv.$$
 (19)

Выражение (17) представляет собой операцию обратного проецирования, (19) – сворачивающая функция, (18) – свернутая проекция.

Далее для определения формулы трехмерной реконструкции необходимо определить дополнительный вклад  $\delta f$  в реконструируемую плотность проекционными данными для небольшого приращения угла вращения  $\delta \Phi$ . Из проекционных данных вдоль пересечения плоскости детектора со средней плоскостью можно вычислить вклад в точках, лежащих на средней плоскости. Проекции, пересекающие плоскость детектора вдоль линии параллельной средней плоскости, но не лежащей в ней, сами определяют плоскость. Эта плоскость рассматривается как средняя плоскость в наклоненной системе координат. Необходимо исправить разницу между фактическим поворотом  $\delta \Phi$  по вертикальной оси и эквивалентным поворотом  $\delta \Phi'$  по нормали к плоскости.

Далее расстояние от источника до детектора в наклоненной плоскости подставляется в преобразование Радона. Плотность в точке r принимается равной сумме дополнительных вкладов всех плоскостей (по одной для каждого угла поворота), проходящих через r.

Алгоритм Фельдкампа стал одним из первых алгоритмов трехмерной реконструкции, пригодных для практической реализации. Алгоритм дает приближенное решение для круговой траектории, обеспечивает хорошее качество восстановления, но не учитывает угол конуса (с увеличением угла растут ошибки реконструкции), хотя и превосходит по скорости классический подход и некоторые итерационные методы, требует больших затрат времени компьютерного счета. В связи с этим было предложено несколько модификаций алгоритма Фельдкампа. Основное внимание уделено созданию быстродействующих алгоритмов и исследованию возможных обобщений, связанных с усложнением способа сбора проекционных данных [2, 5, 6].

Так в [7] предложен алгоритм, получивший название обобщенной параллельной обратной проекции (EPBP – extended parallel backprojection). От классического алгоритма Фельдкампа этот метод отличается применением перепаковки и перехода к параллельным данным, что позволяет корректно учесть избыточность данных, использовать произвольный питч при спиральном сканировании, выполнять реконструкцию изображений сердца.

Альтернативой алгоритмам, основанным на методе Фельдкампа, может служить модернизированный алгоритм однослойной перепаковки (ASSR – advanced single-slice rebinning). Термин «однослойная перепаковка» подразумевает разделение траектории источника на почти плоские сегменты, каждый из которых можно аппроксимировать плоской кривой. Косая плоскость, содержащая такую кривую, называется плоскостью реконструкции. Конусные данные преобразуются к этим наклонным плоскостям, в результате чего получается набор веерных проекций. Затем восстановленные плоские томограммы преобразуются в требуемую трехмерную форму [2, 8].

Алгоритмы типа ASSR и EPBP дают приближенное решение задачи трехмерной реконструкции, что выражается в артефактах на изображении. Разработка точного аналитического алгоритма, обеспечивающего оптимальное качество изображений, является сложной задачей, которая стала предметом интенсивных исследований в мире в течение нескольких десятилетий и по настоящее время. Разрабатываемые в настоящее время точные методы находятся в стадии исследований.

## Выводы

Рассмотрены алгоритмы классической двумерной реконструкции томографического изображения для параллельной и веерной геометрии лучей. Проведен анализ основных подходов к решению трехмерной задачи КТ, рассмотрены распространенные приближенные методы восстановления трехмерного изображения по двумерным проекциям, полученным при конусной геометрии лучей для плоской и неплоской траектории сканирования.

Трехмерная реконструкция изображения из проекций конусного пучка является одной из самых последних обобщений КТ. Для получения точного решения необходимо использовать неплоские траектории движения, удовлетворяющие условию полноты данных: каждая плоскость, проходящая через исследуемый объект, по крайней мере один раз пересекает траекторию движения источника излучения. Из всех перспективных траекторий, обеспечивающих точную трехмерную реконструкцию, наиболее подходящей для практических приложений является спираль, охватывающая объект как по радиусу, так и по высоте. Спиральная КТ — это режим объемной томографии с неплоской геометрией излучения, который выполняется при непрерывном продольном перемещении объекта исследования.

Разработка подходов и методов получения томографических изображений при трехмерной реконструкции в конусе лучей для спиральной КТ является актуальной задачей КТ, которая стала предметом интенсивных исследований последних нескольких десятилетий для разработчиков алгоритмов реконструкции.

## Литература

1. Симонов, Е.Н. Физика визуализации изображений в рентгеновской компьютерной томографии / Е.Н. Симонов. — Челябинск: Издат. центр  $\mathit{HOVp}\Gamma V$ , 2013. — 479 с.

- 2. Календер, В. Компьютерная томография основы, техника, качество изображений и области клинического использования / В. Календер; пер. с англ. А.В. Кирюшина, А.Е. Соловченко; под ред. В.Е. Синицына М.: Техносфера, 2006. 344 с.
- 3. Тихонов, А.Н. Математические задачи компьютерной томографии / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин, А.А. Тимонов. М.: Наука, 1987. 160 с.
- 4. Пикалов, В.В. Сравнение алгоритмов спиральной томографии / В.В. Пикалов, А.В. Лихачев // Вычислительные методы и программирование. 2004. Т. 5. С. 170—183.
- 5. Лихачев, А.В. Сравнение алгоритма Фельдкампа с алгоритмом синтеза Фурье для трехмерной томографии / А. В. Лихачев // Автометрия. -2006. -T. 42, № 1 -C. 88-102.
- 6. Feldkamp, L.A. Practical cone-beam algorithm / L.A. Feldkamp, L.C. Davis, J.W. Kress // Journ. Opt. Soc. Amer. A. 1984. Vol. 1, iss. 6 P. 612–619.
- 7. Kachelrie, M. Extended parallel backprojection for standard three-dimensional and phase-correlated four-dimensional axial and spiral cone-beam CT with arbitrary pitch, arbitrary cone-angle, and 100% dose usage / M. Kachelrie, M. Knaup, W.A. Kalender // Medical Physics. 2004. Vol. 31, no. 6. P. 1623—1641.
- 8. Kachelrie, M. Advanced single-slice rebinning in cone-beam spiral CT / M. Kachelrie, S. Schaller, W.A. Kalender // Medical Physics. 2001. Vol. 27, no. 4. P. 1033–1041.

**Симонов Евгений Николаевич**, д-р техн. наук, профессор, заместитель директора по науке, Южно-Уральский государственный университет, филиал в г. Кыштыме, г. Кыштым; e.n.simonov@yandex.ru.

**Аврамов Максим Витальевич**, аспирант кафедры экономики, управления и информационных технологий, Южно-Уральский государственный университет, филиал в г. Кыштыме, г. Кыштым; avramov.maksim91@mail.ru.

Поступила в редакцию 20 сентября 2015 г.

......

DOI: 10.14529/ctcr150406

# REVIEW OF IMAGE RECONSTRUCTION METHODS IN X-RAY COMPUTED TOMOGRAPHY WITH CONE-BEAM GEOMETRY

E.N. Simonov, e.n.simonov@ yandex.ru,
M.V. Avramov, avramov.maksim91@mail.ru
South Ural State University, Kyshtym Branch, Kyshtym, Russian Federation

The article reflects the main task of the X-ray computed tomography and its mathematical description. Direct and inverse Radon transform are given. The methods of image reconstruction in X-ray computed tomography are presented. Their brief classification are given. The author have reviewed classical problem of two-dimensional computed tomography and basics approaches to its solution. Emphasis is placed on back projection algorithm with filtering convolution. The derivation of the algorithm for parallel and fan-beam reconstruction are given. The analysis of the problem of three-dimensional reconstruction are presented. The author describes the additional conditions imposed on the projection data, the computational efficiency of the algorithms and the quality of the images. The basic trajectory of the X-ray source, providing the condition Tuy, are considered. The article gives an overview of existing methods of three-dimensional reconstruction with cone-beam geometry, their advantages, disadvantages, clinical applications. Their brief classification are given.

Approximate algorithms of three-dimensional reconstruction are presented. The Feldkamp algorithm, the extended parallel backprojection, and the advanced single-slice rebinning are described. The author raises the question of developing approaches and methods for obtaining images with three-dimensional reconstruction for cone-beam spiral CT.

Keywords: computed tomography, three-dimensional image reconstruction.

#### References

- 1. Simonov E.N. *Fizika vizualizatsii izobrazheny v rentgenovskoy komp'yuternoy tomografii* [Phisics Imaging in X-ray Computed Tomography]. Chelyabinsk, South Ural St. Univ. Publ., 2013. 479 p.
- 2. Kalender V. *Komp'yuternaya tomografiya: osnovy, tekhnika, kachestvo izobrazheniy i oblasti klinicheskogo ispol'zovaniya*. Transl. from Engl. [Computed Tomography: Fundamentals, System Technology, Image Quality, Applications]. Moscow, Technosfera Publ., 2006. 344 p.
- 3. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya., Timonov A.A. *Matematicheskie zadachi komp'yuternoy tomo-grafii* [Mathematical Problems of Computed Tomography]. Moscow, Science Publ., 1987. 160 p.
- 4. Pikalov V.V., Lihachev A.V. [Comparison of Algorithms for Helical Tomography]. *Numerical Methods and Programming*, 2004, vol. 5, pp. 170–183. (in Russ.)
- 5. Lihachev A.V. [Comparison of Feldkamp Algorithm with Fourier Synthesis Algorithm for Three-Dimensional Imaging]. *Avtometriya*, 2006, no. 1, pp. 88–102. (in Russ.)
- 6. Feldkamp L.A., Davis L.C., Kress J.W. Practical Cone-Beam Algorithm. *Journ. Opt. Soc. Amer. A.*, 1984, vol. 1, iss. 6, pp. 612–619. DOI: 10.1364/JOSAA.1.000612
- 7. Kachelrie M., Knaup M., Kalender W.A. Extended Parallel Backprojection for Standard Three-Dimensional and Phase-Correlated Four-Dimensional Axial and Spiral Cone-Beam CT with Arbitrary Pitch, Arbitrary Cone-Angle, and 100% Dose Usage. *Medical Physics*, June 2004, vol. 31, no. 6, pp. 1623–1641. DOI: 10.1118/1.1755569
- 8. Kachelrie M., Schaller S., Kalender W.A. Advanced Single-Slice Rebinning in Cone-Beam Spiral CT. *Medical Physics*, April 2000, vol. 27, no. 4, pp. 1033–1041.

Received 20 September 2015

#### ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Симонов, Е.Н. К вопросу разработки методов реконструкции изображений в рентгеновской компьютерной томографии с конусным пучком излучения / Е.Н. Симонов, М.В. Аврамов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». — 2015. — Т. 15, № 4. — С. 58—66. DOI: 10.14529/ctcr150406

#### FOR CITATION

Simonov E.N., Avramov M.V. Review of Image Reconstruction Methods in X-Ray Computed Tomography with Cone-Beam Geometry. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2015, vol. 15, no. 4, pp. 58–66. (in Russ.) DOI: 10.14529/ctcr150406