

# ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ КОНВЕКЦИИ РЭЛЕЯ–БЕНАРА<sup>1</sup>

И.Б. Палымский<sup>2</sup>

Рассматривается двумерная и нестационарная конвекция вязкой, несжимаемой жидкости в узком вертикальном канале при подогреве снизу. Численным решением получен новый асимптотический режим конвекции с линейной зависимостью чисел Нуссельта и Рейнольдса от числа Рэлея. Полученный асимптотический закон может быть рассмотрен как дополнение к общепринятому корневому закону.

*Ключевые слова:* конвекция; асимптотический режим; число Рэлея; число Прандтля; спектр; линейная неустойчивость.

## Введение

Конвективные течения широко распространены в природе и наблюдаются в океане, атмосфере Земли, других планет и звезд, мантии Земли. Интенсивность конвекции зависит от числа Рэлея – безразмерного параметра, определяющего поведение жидкости под действием градиента температуры (определение см. ниже). При достаточно сильном подогреве снизу число Рэлея превышает его критическое значение и развивается неустойчивость равновесного режима. Как правило, число Рэлея в природных течениях значительно больше его значений в лабораторных экспериментах. Для примера укажем, что порядковые значения числа Рэлея в океанических течениях  $10^{24}$ – $10^{27}$ , атмосфере –  $10^{22}$  и Солнце –  $10^{24}$ – $10^{27}$  [1], в то время как наибольшее достигнутое значение числа Рэлея в лабораторном эксперименте имеет порядок  $10^{17}$  [2]. Огромный разрыв между значениями числа Рэлея не позволяет делать какие-либо выводы о характере природных конвективных течений и прогнозировать значения различных интегральных величин, например, интенсивности теплообмена и удельной кинетической энергии.

Зависимости интегральных величин от числа Рэлея, как правило, представляют степенными функциями. Кажется естественным ожидать, что показатели степенных законов должны выходить на свои предельные значения при достаточно большом числе Рэлея. Степенные законы, в которых показатели степени равны своим предельным (асимптотическим) значениям, называются асимптотическими (*ultimate regime*). Отметим, что, несмотря на очевидную важность таких исследований, вопрос о существовании асимптотического режима конвекции Рэлея–Бенара при высоком числе Рэлея до сих пор открыт и каких-либо убедительных экспериментальных и численных аргументов в пользу его существования или отсутствия не получено.

Вопрос об асимптотическом режиме конвекции интенсивно изучался экспериментально [2–6], теоретически и численно [7–9]. Как правило, считается, что асимптотический режим с точностью до зависимости от числа Прандтля совпадает с корневым законом Крэйчнана [7] для чисел Нуссельта и Рейнольдса  $Nu \sim Ra^{0.5}$  и  $Re \sim Ra^{0.5}$ . Как показано ниже, эти корневые законы соответствуют предположению о том, что время жизни нагретой частицы достаточно большое и частица проходит весь путь между нижней и верхней горизонтальными границами.

Отметим, что результаты экспериментальных исследований конвекции Рэлея–Бенара при экстремально больших значениях числа Рэлея отличаются большим разбросом и зачастую противоречивы: в [3] при  $r = 2 \cdot 10^{11}$  число Нуссельта выходит на асимптотический закон  $Nu \sim Ra^{0.38}$ , в то время как в двух других исследованиях [2, 4] получены близкие к  $Nu \sim Ra^{0.3}$  законы, справедливые во всем интервале изменения числа Рэлея. При этом во всех трех работах использовался газообразный гелий при криогенной температуре вблизи критической точки (около 5°K) и цилиндрическая область с одинаковым (0,5) отношением диаметра цилиндра к его высоте. Такое же увеличение показателя степенного закона для числа Нуссельта получено в эксперименте с использованием газа SF<sub>6</sub> в качестве рабочей жидкости [5], однако эти результаты противоречат результатам того же автора, полученным на том же оборудовании [6].

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ грант №15-08-05166.

<sup>2</sup> Палымский Игорь Борисович – доктор физико-математических наук, профессор, кафедра физики, Сибирский государственный университет телекоммуникации и информатики, Новосибирск, Российская Федерация.

E-mail: palymsky@hnet.ru

В этой связи полезно обратить внимание на аналогию между конвекцией Рэлея-Бенара и другими видами конвекции. Смешанная центробежная конвекция возникает в зазоре между двумя коаксиальными цилиндрами при вращении их с одинаковыми угловыми скоростями и нагреве наружного, при увеличении скорости вращения смешанная конвекция асимптотически переходит в центробежную, с центробежной силой инерции вместо силы тяжести. В экспериментах по центробежной конвекции наблюдается близкий к линейному закон для теплообмена  $Nu \sim Ra^{6/5}$  [10]. Подобный закон получен в экспериментах и расчетах для конвекции в пористой среде [11].

Численные расчеты однородной конвекции, то есть конвекции с периодическими граничными условиями во всех пространственных направлениях не показывают убедительно выход на асимптотический режим степенного закона для числа Нуссельта [8]. Более подробный анализ экспериментальных, численных и теоретических исследований с соответствующими ссылками можно найти в обзоре [1].

Как уже отмечалось, основная проблема при исследовании асимптотического режима связана с огромными значениями числа Рэлея. Однако физические соображения показывают, что необходимое для выхода на асимптотический режим число Рэлея может быть существенно уменьшено, если рассматривать конвекцию в узком вертикальном канале. Большая вертикальная протяженность области и турбулентный характер течения могут приводить к тому, что время жизни нагретой жидкой частицы станет сравнимым со временем ее движения между нижней и верхней горизонтальными границами. Под нагретой жидкой частицей здесь и далее понимается небольшая область пространства, состоящая из одних и тех же частиц среды. Как показано ниже, уменьшение времени жизни нагретой частицы приводит к установлению степенного закона  $k^4$  в спектре скорости и другим (корневой закон заменяется линейным) асимптотическим соотношениям для числа Нуссельта и Рейнольдса  $Nu \sim Ra$  и  $Re \sim Ra$ .

Такая физическая ситуация представляется в первом приближении нечувствительной к размерности задачи и виду граничных условий, и это обуславливает целесообразность численного моделирования конвекции в двумерной постановке со всеми свободными от касательных напряжений границами на первом этапе исследования.

Итак, целью данной работы является исследование двумерной стохастической конвекции вязкой несжимаемой жидкости в узком вертикальном канале (отношение высоты к ширине порядка 10) при подогреве снизу и высоком значении числа Рэлея ( $\sim 2 \cdot 10^9$ ).

### Постановка задачи

В работе рассматривается двумерная конвекция вязкой несжимаемой жидкости в узком канале (отношение горизонтального размера к вертикальному равно  $\pi/30 \sim 0,1$ ) при подогреве снизу.

Система уравнений записана для отклонений от равновесного решения (нулевого для скорости и линейного для температуры) в переменных функция тока, вихрь и температура [12]:

$$\begin{aligned} \omega_t + \frac{1}{Pr}(\psi_z \omega_x - \psi_x \omega_z) &= \Delta \omega + Ra Q_x, \\ \Delta \psi &= -\omega, \\ Q_t + \frac{1}{Pr}(\psi_z Q_x - \psi_x Q_z) &= \frac{1}{Pr} \Delta Q - \frac{1}{Pr} \psi_x. \end{aligned} \quad (1)$$

В качестве масштаба длины выбрана высота области  $H$ , скорости –  $\chi/H$ , времени –  $H^2/\nu$ ,  $dQ$  – разность температур на нижней и верхней границах, здесь  $\chi$  – температуропроводность,  $\nu$  – кинематическая вязкость,  $\beta$  – коэффициент теплового расширения и  $g$  – ускорение свободного падения. Здесь  $Ra = g\beta H^3 dQ/\chi\nu$  и  $Pr = \nu/\chi$  безразмерные числа Рэлея и Прандтля.

Постановка граничных условий стандартная и соответствует классической задаче Рэлея [12]. Все границы считаются фиксированными и свободными от касательных напряжений с обращением в нуль вертикальной компоненты скорости и касательного напряжения (функция тока  $\psi$  и вихрь  $\omega$  равны нулю), горизонтальные границы при этом изотермические ( $Q = 0$ ), а поток тепла через боковые стенки отсутствует ( $Q_x = 0$ ).

Используется предложенный ранее спектрально-разностный численный метод, его описание, результаты линейного, нелинейного анализа и подробных тестовых расчетов приведены в [12]. Число Прандтля выбрано равным 10, число учитываемых в расчетах гармоник равно 65·513 для

$r \leq 10^3$  и  $129 \cdot 1025$  при  $r > 10^3$ , здесь  $r = Ra/Ra_{cr}$  – надкритичность, максимальное значение числа Рэлея и его критическое значение равнялись  $2 \cdot 10^9$  и  $Ra_{cr} = 837\,000$  соответственно.

### Предварительные соображения

Источником конвективного движения является сила плавучести. Это обстоятельство и равенство размерности позволяет считать кинетическую энергию конвективного движения  $Ek$  пропорциональной работе силы плавучести:  $v^2 \sim Ek \sim Ra \cdot Q \cdot S$ , где  $S$  есть путь, проходимый нагретой жидкой частицей за время ее жизни. Здесь через  $v$  обозначена средняя скорость конвективного течения, а число Рейнольдса  $Re = vH/\nu$  вычислено по средней скорости  $v$ , высоте слоя  $H$  и кинематической вязкости  $\nu$ .

Время жизни нагретой жидкой частицы  $t_l$  определяется ее размером  $d$  и коэффициентом температуропроводности  $\chi$ , размерностные соображения приводят к однозначному соотношению  $t_l = d^2/\chi$ . Другим характерным временным масштабом является время подъема жидкой частицы от нижней границы на высоту слоя  $H$ , которое с учетом соотношения для скорости свободного падения  $v_f \sim (2g\beta \cdot dQ \cdot H)^{0.5}$  может быть оценено как  $t_a = H^2/\nu \cdot (2Pr/Ra)^{0.5}$ . При этом относительное время жизни нагретой жидкой частицы равно  $\tau = t_l/t_a = C \cdot d^2/H^2$ , где коэффициент  $C = 0,7(Pr \cdot Ra)^{0.5}$  оказывается большим  $C \gg 1$ , в настоящей работе до  $C \sim 10^5$ .

Таким образом, время жизни частицы не слишком малого размера  $d$  много больше времени ее подъема и сила плавучести совершает работу на всем вертикальном перемещении и  $Ek \sim v^2 \sim Ra \cdot Q \cdot l$ . Учитывая, что отклонение температуры  $Q = O(1)$ , находим, что:  $v \sim Re \sim Ra^{0.5}$ ,  $Ek \sim Ra$ . Из соотношения для числа Нуссельта  $Nu = 1 + \langle (1 - y + Q) \cdot w \rangle$ , где  $w$  есть вертикальная скорость  $w \sim v \sim Ra^{0.5}$ . Находим асимптотический закон для числа Нуссельта как  $Nu \sim Ra^{0.5}$ . Полученные корневые асимптотические законы для чисел Нуссельта и Рейнольдса с точностью до зависимости от числа Прандтля эквивалентны асимптотике Крэйчнана [7] и обычно рассматриваются в качестве асимптотически окончательного (*ultimate*) режима конвекции [1, 8].

Ситуация может измениться, если благодаря интенсивному турбулентному перемешиванию и/или связанному с этим уменьшению размера частиц, время жизни жидких нагретых частиц уменьшится так, что  $\tau = t_l/t_a < 1$ . Тогда за время жизни частица проходит расстояние  $S = v \cdot t_l$  и, следовательно  $v^2 \sim Ra \cdot Q \cdot v \cdot t_l$ ,  $v \sim Ra$ ,  $Ek \sim Ra^2$  и  $Nu \sim Ra$ .

Время жизни частицы зависит от ее размера  $d$  (волнового числа  $k = 2\pi/d$ ) как  $t_l \sim d^2 \sim k^{-2}$  (см. определение  $t_l$  выше). Учитывая, что скорость частицы может быть оценена как  $v = \beta g \cdot dQ \cdot t_l$ , находим, что  $v \sim k^{-2}$ ,  $Ek \sim v^2 \sim k^{-4}$ . Таким образом, в спектре скорости может появиться степенной закон  $k^{-4}$ , отражающий уменьшение времени жизни нагретых жидких частиц.

Для полноты картины рассмотрим одномерные решения системы (1), а именно решения, не зависящие от вертикальной координаты  $z$ . Исходная система уравнений (1) при этом упрощается и становится линейной:

$$\omega_t = \omega_{xx} + Ra Q_x, \quad \psi_{xx} = -\omega, \quad Q_t = \frac{1}{Pr} Q_{xx} - \frac{1}{Pr} \psi_x.$$

Полученная система уравнений имеет семейство решений вида:

$$\omega(t, x) = \Omega \cdot e^{\lambda t + ikx}, \quad \psi(t, x) = \Psi \cdot e^{\lambda t + ikx}, \quad Q(t, x) = \Theta \cdot e^{\lambda t + ikx},$$

где  $\Omega$ ,  $\Psi$  и  $\Theta$  – вещественные константы и при  $\lambda > 0$  решение экспоненциально нарастает во времени, а при  $\lambda < 0$  – затухает.

Для инкремента  $\lambda$  находим:

$$\lambda^2 + \lambda \cdot k^2(1 + 1/Pr) + k^4/Pr - Ra/Pr = 0,$$

$$\lambda_{1,2} = -k^2 \left( \frac{1+Pr}{2Pr} \right) \pm \sqrt{\frac{k^4(1-Pr)^2}{4 \cdot Pr^2} + \frac{Ra}{Pr}}.$$

Из приведенных соотношений можно видеть, что оба значения инкремента  $\lambda$  всегда вещественные, причем для корня, соответствующему наибольшему значению инкремента

$$\lambda_2 = -k^2 \left( \frac{1+Pr}{2Pr} \right) + \sqrt{\frac{k^4(1-Pr)^2}{4 \cdot Pr^2} + \frac{Ra}{Pr}}$$

находим, что  $\lambda_2 \approx (Ra/Pr)^{0.5}$  при  $k \ll 1$  и  $\lambda_2 > 0$  при  $0 < k < k^*$ , где  $k^* = Ra^{0.25}$ . Таким образом, отсутствие зависимости решения от вертикальной координаты  $z$  означает его длинноволновую

линейную неустойчивость и монотонное увеличение протяженности области неустойчивости в пространстве волновых чисел с ростом числа Рэлея.

С другой стороны, решения исходной системы (1) крупномасштабны, так как вихри большого масштаба имеют наибольшее время жизни  $t_l \sim d^2$  и, как следствие, наиболее устойчивы. Это и большой вертикальный размер области должны приводить к формированию структуры течения канального типа с восходящей и нисходящей струями по боковым границам области, без зависимости искомых полей от вертикальной координаты, обуславливая этим обращение в нуль всех нелинейных членов, интенсификацию течения через развитие линейной неустойчивости и последующее разрушение сформировавшегося крупномасштабного течения неустойчивостью Кельвина–Гельмгольца. В дальнейшем через некоторое время течение вновь становится крупномасштабным и описанный сценарий повторяется.

## Результаты расчетов

На рис. 1 и 2 изображено число Нуссельта как функция надкритичности, на рис. 1 координаты двойные логарифмические. Рис. 1 показывает отсутствие участка с ростом числа Нуссельта по степенному закону. А из рис. 2 видно, что число Нуссельта в диапазоне надкритичности  $100 < r < 2120$  растет по линейному закону с коэффициентом корреляции 0,9983.

На рис. 3 изображено число Рейнольдса как функция надкритичности. Видно, что число Нуссельта в диапазоне надкритичности  $100 < r < 2120$  также растет по линейному закону с коэффициентом корреляции 0,9992. Среднеквадратичное значение функции тока  $\psi_{rms}$  есть мера интенсивности движения, так как  $v \sim \psi_{rms}$ . На рис. 4 изображено значение  $\psi_{rms}$  от надкритичности, виден участок линейного роста (корреляция 0,9989) при  $100 < r < 2120$ .

На рис. 5 приведено значение кинетической энергии как функции надкритичности. Видно, что при  $100 < r < 2120$   $Ek$  растет по квадратичному закону. На рис. 6 приведено среднее относительное время жизни жидкой частицы  $\tau = t/t_a$  в зависимости от надкритичности. Значение  $t_l$  здесь определено как величина обратно пропорциональная характерной средней частоте, вычисленной по временному энергетическому спектру числа Нуссельта. Видно, что  $\tau$  при  $r > 10^3$  резко спадает приблизительно по обратному корневому закону до значений порядка единицы. Нефизично низкие значения  $\tau$  при  $r \leq 10^2$  обусловлены, по-видимому, простым периодическим режимом течения.

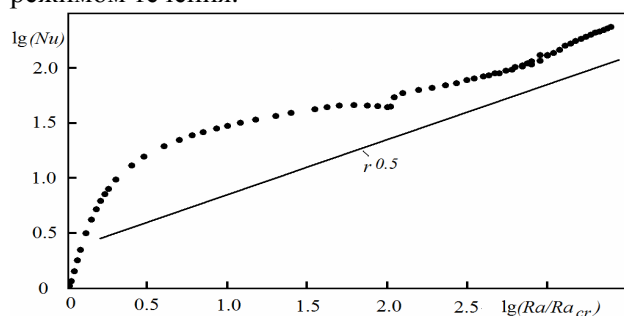


Рис. 1. Число Нуссельта в двойных логарифмических координатах

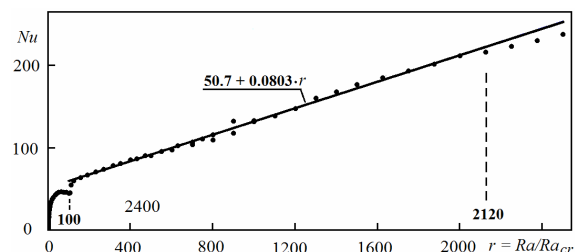


Рис. 2. Число Нуссельта как функция надкритичности

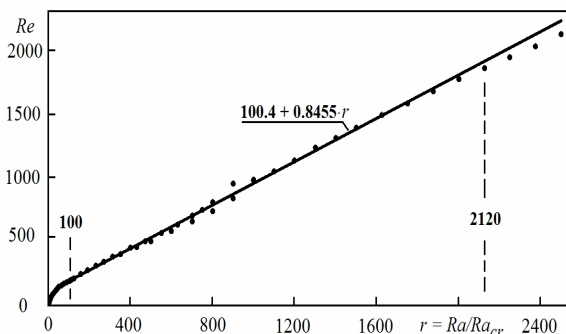


Рис. 3. Число Рейнольдса

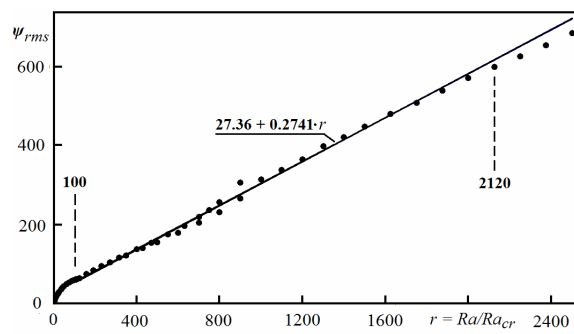


Рис. 4. Среднеквадратичное значение функции тока

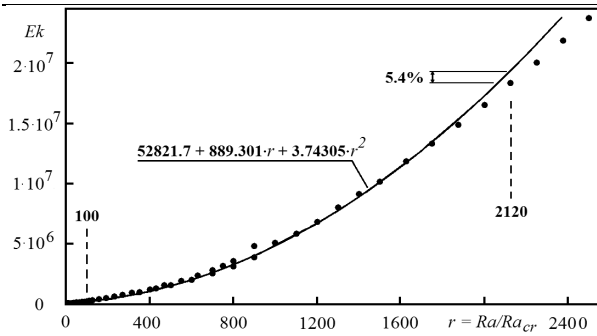


Рис. 5. Кинетическая энергия от  $r$

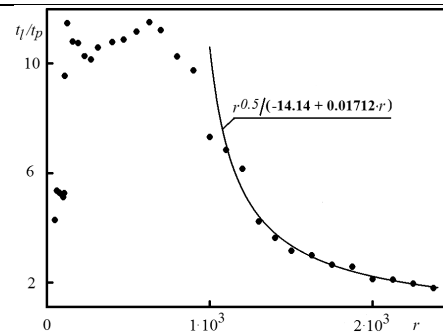


Рис. 6. Время жизни частицы

На рис. 7 изображен одномерный спектр скорости в горизонтальном  $x$ -направлении при  $r = 314$ , здесь  $K_x$  – волновое число в  $x$ -направлении. На больших масштабах во всех расчетах при  $157 \leq r \leq 2375$  виден спектр уменьшенного времени жизни  $k^{-4}$ . А в вертикальном  $z$ -направлении определяющая роль силы плавучести обуславливает спектр Больджиано–Обухова [12]  $k^{-11/5}$  во всех расчетах при  $470 \leq r \leq 2375$ .

Как уже отмечалось, наибольшее время жизни и, как следствие, наибольшую устойчивость имеют вихри наибольшего масштаба. На рис. 8 показаны изолинии функции тока (вертикальный и горизонтальный масштабы изображения отличаются примерно на порядок) с указанием направления движения нисходящей и восходящей струй вдоль боковых границ и временная динамика числа Нуссельта при  $r = 314$ , изолинии функции тока изображены в момент времени, когда значение числа Нуссельта максимально. Видно, что наиболее интенсивный теплоперенос связан с установлением крупномасштабной структуры течения.

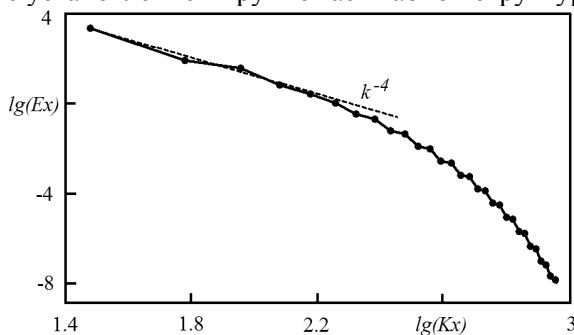


Рис. 7. Спектр скорости

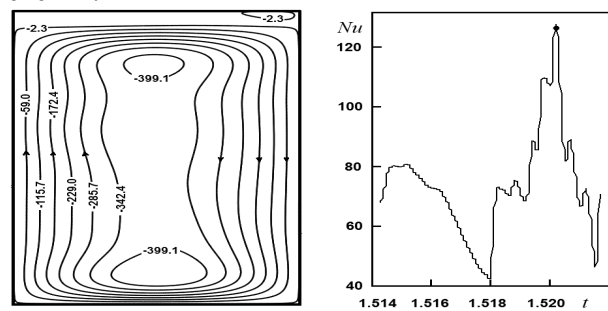


Рис. 8. Функция тока и число Нуссельта

Учитывая также, что вертикальный размер  $\epsilon$   $\ll$   $\delta$  и  $\delta \ll$   $l$ , значит  $\epsilon \ll \delta \ll l$  и  $\delta \ll l$  значит горизонтальный, можно считать, что максимальный теплообмен связан с установлением течения канального типа без зависимости искомых полей от вертикальной координаты. Последнее обуславливает обращение в нуль нелинейных членов, развитие длинноволновой линейной неустойчивости и, как следствие, интенсификацию течения. В дальнейшем сформировавшееся крупномасштабное течение разрушается неустойчивостью Кельвина–Гельмгольца. А через некоторое время опять формируется крупномасштабная вихревая структура и в дальнейшем все повторяется.

Динамика развития числа Нуссельта во времени крайне сложная, так как время от времени включающийся механизм развития линейной неустойчивости приводит к изобилию резких пиков на графиках зависимости числа Нуссельта (рис. 8 а также среднеквадратичного значения скорости и функции тока, числа Рейнольдса и кинетической энергии) от времени, формируя непрерывный спектр (рис. 7) и турбулентный характер течения [12]. Наблюдаемые отклонения от линейного закона при высокой надкритичности на рис. 2–4 и квадратичного на рис. 5 связаны с потерей точности вычислений из-за больших значений числа Рейнольдса.

### Заключение

Сформулируем основные результаты исследования. Рассмотрение конвекции в узком канале позволило получить новый асимптотический режим с линейным законом роста для чисел Нуссельта и Рейнольдса как  $Nu \sim Ra$  и  $Re \sim Ra$ . Возможность появления такого режима обусловлена тем, что благодаря развитию турбулентного перемешивания время жизни нагретой жидкой час-

тицы становится сравнимым со временем ее движения между горизонтальными границами. Зависимость времени жизни нагретой жидкой частицы от ее размера как  $t_l \sim d^2$  обуславливает наибольшую устойчивость вихрей самого крупного размера из допускаемых геометрией области. Большая вертикальная протяженность области и крупномасштабный характер течения приводят к относительно слабой зависимости решения от вертикальной координаты, обращению в нуль всех нелинейных членов и линейной неустойчивости течения.

Итак, физический механизм интенсификации течения может быть схематично представлен как установление крупномасштабного течения каналového типа с восходящей и нисходящей струями по боковым границам области, без зависимости искомых полей от вертикальной координаты, как следствие – обращение в нуль нелинейных членов и интенсификация течения через развитие линейной неустойчивости и последующее разрушение сформировавшегося крупномасштабного течения неустойчивостью Кельвина–Гельмгольца. В дальнейшем через некоторое время снова формируется крупномасштабная структура течения и все повторяется.

Отметим, что на данный момент времени для линейного асимптотического режима не получено экспериментального подтверждения, как впрочем и для корневого закона [1, 7, 8] и теоретической оценки числа Нуссельта [9]  $Nu \leq 0,2891 \cdot Ra^{5/12}$  из-за недостаточно больших значений числа Рэлея в лабораторных экспериментах и большого разброса результатов. Однако полученный в работе расчетный режим течения широко известен как классический при конвекции в пористой среде [11] и центробежной конвекции [10]. Очевидная аналогия между различными видами конвекции позволяет нам быть уверенными, что полученный в наших расчетах линейный режим существует и может быть обнаружен и в других экспериментальных и расчетных работах по конвекции Рэлея–Бенара, если числа Рэлея в исследованиях будут выбраны достаточно большими.

Автор благодарит к.ф.-м.н. П.А. Фомина, И.В. Фролова и А.В. Трилиса за помощь в проведении расчетов и обсуждение результатов.

### Литература

1. Chillà, F. New perspectives in turbulent Rayleigh–Benard convection / F. Chillà, J. Schumacher // *Eur. Phys. J. E.* – 2012. – Vol. 35, no. 7, p.58. DOI: 10.1140/epje/i2012-12058-1
2. Turbulent convection at very high Rayleigh numbers / J.J. Niemela, L. Skrbek, K.R. Sreenivasan, R.J. Donnelly // *Nature.* – 2000. – Vol. 404, № 20. – P. 837–840.
3. Turbulent Rayleigh-Benard convection in gaseous and liquid He / X. Chavanne, F. Chilla, B. Chabaud, B. Castaing, B. Hebral // *Phys. Fluids.* – 2001. – Vol. 13, № 5. – P. 1300–1320.
4. Wu, X.-Z. Scaling relations in thermal turbulence: the aspect-ratio dependence / X.-Z. Wu, A. Libchaber // *Phys. Rev. A.* – 1992. – Vol. 45, № 2. – P. 842-845.
5. He, X.-Zh. Transition to the ultimate state of turbulent Rayleigh–Benard convection / X.-Zh. He, D. Funfschilling, H. Nobach *et al.* // *Phys. Rev. Let.* – 2012. – Vol. 108. – P. 024502-1-5.
6. Ahlers, G. Transition in heat transport by turbulent convection at Rayleigh numbers up to  $10^{15}$  / G. Ahlers, D. Funfschilling, E. Bodenschatz // *New journal of physics.* – 2009. – Vol. 11. – P. 123001-123018.
7. Kraichnan, R.H. Turbulent thermal convection at arbitrary Prandtl number / R.H. Kraichnan // *Phys. Fluids.* – 1962. – Vol. 5. – P. 1374.
8. Rayleigh and Prandtl number scaling in the bulk of Rayleigh–Benard turbulence / E. Calzavarini, D. Lohse, F. Toschi, R. Tripicciono // *Phys. Fluids.* – 2005. – Vol. 17. – P.055107-1-7.
9. Whitehead, J.P. Ultimate state of two-dimensional Rayleigh–Benard convection between free-slip fixed-temperature boundaries / J.P. Whitehead, C.R. Doering // *Phys. Rev. Let.* – 2011. – Vol. 106. – P. 244501-1-4.
10. Boundary layer control of rotating convection systems / E.M. King, S. Stellmach, J. Noir *et al.* // *Nature.* – 2009. – Vol. 457, № 7227. – P. 301–304.
11. Hewitt, D.R. Ultimate regime of high Rayleigh number convection in a porous medium / D.R. Hewitt, J.A. Neufeld, J.R. Lister // *Phys. Rev. Let.* – 2012. – Vol. 108. – P. 224503-1-4.
12. Палымский, И.Б. Турбулентная конвекция Рэлея–Бенара. Численный метод и результаты расчетов / И.Б. Палымский. – Germany: LAP, 2011. – 232 с.

Поступила в редакцию 25 марта 2015 г.

## ON THE ULTIMATE REGIME OF RAYLEIGH-BERNARD CONVECTION

I.B. Palymskiy<sup>1</sup>

A two-dimensional and non-stationary convection of a viscous incompressible liquid in a vertical narrow channel during down heating is discussed.

A new asymptotic regime of convection with a linear dependence of Nusselt and Reynolds numbers on the Rayleigh number was derived. The asymptotic law derived can be considered as an addition to the fundamental root law.

*Keywords:* convection; asymptotic regime; Rayleigh number; Prandtl number; spectrum; linear instability.

### References

1. Chillà F., Schumacher J. New perspectives in turbulent Rayleigh–Benard convection. *Eur. Phys. J. E*, 2012, Vol. 35, no. 7, p. 58. DOI: 10.1140/epje/i2012-12058-1
2. Niemela J.J., Skrbek L., Sreenivasan K.R., Donnelly R.J. Turbulent convection at very high Rayleigh numbers. *Nature*, 2000, Vol. 404, no. 20, pp. 837–840. DOI: 10.1038/35009036
3. Chavanne X., Chilla F., Chabaud B., Castaing B., Hebral B. Turbulent Rayleigh–Benard convection in gaseous and liquid He. *Phys. Fluids*, 2001, Vol. 13, no. 5, pp. 1300–1320. DOI: 10.1063/1.1355683
4. Wu X.-Z., Libchaber A. Scaling relations in thermal turbulence: the aspect-ratio dependence. *Phys. Rev. A*, 1992, Vol. 45, no. 2, pp. 842–845. DOI: 10.1103/PhysRevA.45.842
5. He X.-Zh., Funfschilling D., Nobach H., Bodenschatz E., Ahlers G. Transition to the ultimate state of turbulent Rayleigh–Benard convection. *Phys. Rev. Lett.*, 2012, Vol. 108, p. 024502-1-5. DOI: 10.1103/PhysRevLett.108.024502
6. Ahlers G., Funfschilling D., Bodenschatz E. Transition in heat transport by turbulent convection at Rayleigh numbers up to  $10^{15}$ . *New journal of physics*, 2009, Vol. 11, pp. 123001–123018. DOI: 10.1088/1367-2630/11/12/123001
7. Kraichnan, R.H. Turbulent thermal convection at arbitrary Prandtl number. *Phys. Fluids*, 1962, Vol. 5, p. 1374. DOI: 10.1063/1.1706533
8. Calzavarini E., Lohse D., Toschi F., Tripiccone R. Rayleigh and Prandtl number scaling in the bulk of Rayleigh–Benard turbulence. *Phys. Fluids*, 2005, Vol. 17, pp. 055107-1-7. DOI: 10.1063/1.1884165
9. Whitehead J.P., Doering C.R. Ultimate state of two-dimensional Rayleigh–Benard convection between free-slip fixed-temperature boundaries. *Phys. Rev. Lett.*, 2011, Vol. 106, pp. 244501-1-4. DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.244501
10. King E.M., Stellmach S., Noir J., Hansen U., Aurnou J.M. Boundary layer control of rotating convection systems. *Nature*, 2009, Vol. 457, no. 7227, pp. 301–304. DOI: 10.1038/nature07647
11. Hewitt D.R., Neufeld J.A., Lister J.R. Ultimate regime of high Rayleigh number convection in a porous medium. *Phys. Rev. Lett.*, 2012, Vol. 108, p. 224503-1-4. DOI: 10.1103/PhysRevLett.108.224503
12. Palymskiy I.B. *Turbulentnaya konvektsiya Releya–Benara. Chislennyy metod i rezul'taty raschetov* [Turbulent Rayleigh–Benard convection. Numerical method and calculation results]. Germany: LAP, 2011. 232 p.

*Received March 25, 2015*

---

<sup>1</sup> Palymskiy Igor Borisovich is Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Physics Department, Siberian State University of Telecommunications and Information Sciences, Novosibirsk, Russia.

E-mail: palymsky@hnet.ru