На правах рукописи

Япарова Наталья Михайловна

ПРИНЦИП НЕВЯЗКИ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ К ЧИСЛЕННОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ НЕКОТОРЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

05.13.18 – математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Челябинск-2007

Работа выполнена на кафедре математического анализа Южно-Уральского государственного университета.

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор
Танана Виталий Павлович

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук, профессор
Менихес Леонид Давидович

доктор физико-математических наук, профессор
Павленко Вячеслав Николаевич

Ведущая организация:
Государственный ракетный центр «КБ им. акад. В.П. Макеева».

Защита состоится ____________________________2007 г. в _____на заседании диссертационного совета Д 212.296.02 по присуждению ученой степени доктора физико-математических наук при Челябинском государственном университете по адресу: 454021, г. Челябинск, ул. Бр. Кашириных, 129, конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Челябинского государственного университета.

Автореферат разослан ______________________ 2007 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор физико-математических наук,
профессор Ухоботов В.И.

Актуальность работы. Многие задачи математической физики, геофизики, физики твердого тела и других разделов естествознания, возникающие в практических приложениях, сводятся к операторным уравнениям первого рода, не удовлетворяющим условиям корректности по Адамару. Эти задачи получили название некорректных и традиционные методы оказались неприемлимыми для их решения, поэтому возникла необходимость в разработке специальных методов решения.

Основы теории методов решения некорректных задач были заложены в работах академиков А.Н. Тихонова, М.М. Лаврентьева и член - корреспондента РАН В.К. Иванова. Дальнейшее ее развитие связано с трудами этих выдающихся математиков, а также с работами их учеников и последователей: А.Л. Агеева, В.Я. Арсенина, А.Б. Бакушинского, А.Л. Бухгейма, Г.М. Вайникко, В.В. Васина, В.А. Винокурова, А.В. Гончарского, А.Р. Данилина, А.М. Денисова, А.С. Леонова, О.А. Лисковца, И.В. Мельниковой, Л.Д. Менихеса, В.А. Морозова, В.Н. Страхова, В.П. Тананы, А.М. Федотова, Г.В. Хромовой, А.Г. Яголы и многих других математиков.

Из-за того, что в последнее время значительно расширился круг задач, требующих высокой точности решений, возникла необходимость в разработке более точных методов и получении оценок их погрешности.

Наиболее значимые результаты в этом направлении были получены в работах А.Л. Агеева, А.Б. Бакушинского, Г.М. Вайникко, В.В. Васина, А.Р. Данилина, В.К. Иванова, Т.И. Королюк, В.Н. Страхова, В.П. Тананы, Г.В. Хромовой, А.Г. Яголы и многих других математиков.

Цель работы. Оценка погрешности модифицированного метода невязки нулевого порядка на логарифмическом классе корректности.

Построение метода проекционной регуляризации с выбором параметра регуляризации из принципа невязки и получение оценок погрешности для этого метода на произвольном классе корректности.

Исследование построенных методов на оптимальность.

Общая методика исследования. В работе используются методы теории некорректно поставленных задач и функционального анализа.

Научная новизна работы. Впервые получены точные по порядку оценки погрешности модифицированного метода невязки нулевого порядка на логарифмическом классе корректности. Доказана оптимальность по порядку этого метода на соответствующем классе корректности.

Построен метод проекционной регуляризации с выбором параметра регуляризации из принципа невязки. Для этого метода получены точные по порядку оценки погрешности на произвольном классе корректности M_r, определяемом непрерывной и строго возрастающей функцией $G(\sigma)$ такой, что $G(0)=0$. Доказана оптимальность по порядку этого метода на классе корректности M_r.

Получены точные по порядку оценки погрешности приближенного решения обратной задачи физики твердого тела, полученного этим методом.

Практическая и теоретическая ценность работы. Результаты диссертации могут быть использованы для дальнейшего развития теории некорректных задач. Построенный в работе метод проекционной регуляризации может быть использован специалистами по вычислительной математике при разработке численных алгоритмов решения неустойчивых операторных уравнений, а также при выборе наиболее подходящих методов решения широкого круга прикладных задач.

Апробация работы. Основные результаты, полученные в работе, докладывались и обсуждались на семинаре кафедры математического анализа (руководитель - доктор физико-математических наук, профессор Менихес Л.Д.) на семинаре кафедры вычислительной математики (руководитель - доктор физико-математических наук, профессор Танана В.П.) и на семинаре по некорректным задачам Института Математики и Механики УрО РАН (руководитель - член-корреспондент РАН Васин В.В.), на VIII конференции “Обратные и некорректные задачи” (Москва, МГУ, 2003г.), Всероссийской конференции “Алгоритмический анализ неустойчивых задач” (Екатеринбург, ИММ УрО РАН, 2004 г.), на Международной конференции "Тихонов и современная математика" (Москва, МГУ, 2006г.), Всероссийской конференции "Математика. Механика. Информатика" (Челябинск, ЧелГУ, 2006г.).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 8 работ, в том числе 4 статьи и 4 тезиса докладов.

Структура диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав и библиографии, насчитывающей 119 наименований. Работа изложена на 135 страницах машинописного текста.

Содержание диссертации.

Введение содержит обзор основных публикаций и монографий, посвященных некорректным задачам и методам их решения. В этом разделе обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель и основные результаты исследований, показана научная новизна и дана общая характеристика работы.

В работе рассматривается операторное уравнение первого рода

$$Au = f, \qquad u \in U, f \in Y, \tag{1}$$

где U и Y - гильбертовы пространства, $A: U \to Y$ – инъективный линейный ограниченный оператор, а оператор A_1 определен соотношениями: $A_1 = A^* A$, спектр $Sp(A_1) = \left[0, \|A\|^2\right]$.

Предполагается, что при $f = f_0$ существует точное решение u_0, принадлежащее множеству

$$M_r = BS_r, \qquad \text{где}\, S_r = \{v : v \in V, \|v\| \le r\},$$

V - гильбертово пространство, а B - линейный, ограниченный оператор, и для оператора $B_1 = B^* B$ выполнено

$$B_1^{1/2} = G(A_1^{1/2}), \tag{2}$$

функция $G(\sigma)$ - непрерывная, строго возрастающая на $\left[0, \|A\|\right]$ и $G(0) = 0$. Множество $M_r = BS_r$ будет классом корректности для исходной задачи.

Известны приближения правой части $f_\delta \in Y$ и уровень ее погрешности

$\delta > 0$ такие, что $\|f_\delta - f_0\| \le \delta$.

Требуется построить приближенное решение u_δ уравнения (1) и оценить его уклонение от точного решения.

Первая глава. В этом разделе дано понятие метода решения условно-корректной задачи и определена количественная характеристика его точности на соответствующем классе.

Определение 1. Семейство операторов $\{T_\delta : 0 < \delta \le \delta_0\}$ будем называть методом приближенного решения уравнения (1) на множестве M, если $\forall \delta \in (0, \delta_0]$ оператор $T_\delta : Y \to U$ непрерывен и

$$T_\delta f_\delta \to u_0 \text{ при } \delta \to 0$$

равномерно на множестве M при условии, что $\|f_\delta - Au_0\| \le \delta$.

Определение 2. Функцию $\Delta(T_\delta)$, $\delta \in (0, \delta_0]$ назовем **оценкой погрешности метода** $\{T_\delta : 0 < \delta \le \delta_0\}$ на множестве M, если $\forall \delta \in (0, \delta_0]$

$$\Delta(T_\delta) = \sup_{u, f_\delta} \{ \|u - T_\delta f_\delta\| : u \in M, \|Au - f_\delta\| \le \delta \}. \tag{3}$$

Рассмотрим модуль непрерывности обратного оператора $\omega_1(\tau, M)$, который определен формулой [1]

$$\omega_1(\tau, M) = \sup_{u, f_\delta} \{ \|u_1 - u_2\| : u_1, u_2 \in M, \|Au_1 - Au_2\| \le \tau \}.$$

Определение 3. Метод $\{\overline{T}_\delta : 0 < \delta \le \delta_0\}$ будем называть **оптимальным по порядку** на множестве M, если $\exists k$ такое, что $\forall \delta \in (0, \delta_0]$

$$\Delta(\overline{T}_\delta) \le k\omega_1(2\delta, M).$$

Вторая глава посвящена построению и исследованию модифицированного метода невязки нулевого порядка. Для этого метода получена точная по порядку оценка погрешности и доказана его оптимальность по порядку на логарифмических классах корректности.

Пусть $U = Y = V = H$, где H - гильбертово пространство. Модифицирован-

[1] Иванов В.К., Королюк Т.И. «Об оценке погрешности при решении некорректных задач».//Журн. вычисл. матем. и матем. физ., 1969, т.~9, №~1, с.~30--41.

ный метод невязки нулевого порядка[2] заключается в сведении задачи приближенного решения уравнения (1) к вариационной задаче

$$\inf_{u\in H} \{\|u\| : \|Au - f_\delta\| \le 3\sqrt{\delta}\ \} \tag{4}$$

Эта задача имеет единственное решение u_δ при любом $f_\delta \in H$ такое, что при условии $\|f_\delta\| > 3\sqrt{\delta}$

$$u_\delta = u_\delta^{\alpha(\delta)} = (A_1 + \alpha E)^{-1} A^* f_\delta, \tag{5}$$

где параметр регуляризации $\alpha(\delta)$ - удовлетворяет уравнению [3]

$$\|A(A_1 + \alpha E)^{-1} A^* f_\delta - f_\delta\| = 3\sqrt{\delta}.$$

а при $\|f_\delta\| \le 3\sqrt{\delta}$

$$u_\delta = 0 \tag{6}$$

Далее метод, который ставит в соответствие исходным данным (f_δ, δ) решение u_δ, заданное формулами (5,6) определим следующим образом

$$\hat{T}_\delta f_\delta = \begin{cases} u_\delta^{\alpha(\delta)} & \text{при } \|f_\delta\| > 3\sqrt{\delta}, \\ 0 & \text{при } \|f_\delta\| \le 3\sqrt{\delta} \end{cases} \tag{7}$$

Если $B_1^{1/2} = G_q[A_1^{1/2}]$, где $q > 0$ и $a > \max(1, \|A\|)$, а

$$G_q(\sigma) \sim \ln^{-q}\left(\frac{a}{\sigma}\right) \text{ при } \delta \to +0 \tag{8}$$

то соответствующий класс корректности $M_r = BS_r$ будем называть логарифмическим классом.

Пусть M_r - логарифмический класс корректности, а $\omega^q(\tau, r)$ - модуль непрерывности обратного оператора в нуле на этом классе определен формулой $\omega^q(\tau, r) = \sup\{\|u\| : u \in M_r, \|Au\| \le \tau\}$,

тогда существуют положительные числа l_3 и l_4 такие, что

$$l_3 \cdot r \ln^{-q}\left(\frac{ar}{\tau}\right) \le \omega^q(\tau, r) \le l_4 \cdot r \ln^{-q}\left(\frac{ar}{\tau}\right). \tag{9}$$

---

[2] В.К. Иванов «О приближенном решении операторных уравнений первого рода».// ЖВМиМФ, 1966,т.6, №6,с.1089-1094.

[3] В.В. Васин «О связи некоторых вариационных методов приближенного решения некорректных задач».// Мат.замет.,1970,т.7,в.3, с.225-272

Теорема 1. *Пусть* $\|f_\delta\| > 3\sqrt{\delta}$, $u_0 \in M_r$, *а* $u_\delta = \hat{T}_\delta f_\delta$. *Тогда существует число* $c > 0$ *такое, что*

$$\|u_\delta - u_0\| \le c\, \omega^q(\delta, r).$$

На основании этой теоремы была доказана

Теорема 2. *Метод* $\hat{T}_\delta$ *оптимален по порядку на классе* M_r

Третья глава посвящена построению и исследованию метода проекционной регуляризации для несамосопряженных операторов с параметром регуляризации, выбранным из принципа невязки. В результате был получен нелинейный вариант метода проекционной регуляризации[4].

Пусть H - гильбертово пространство. В качестве регуляризующего семейства возьмем семейство операторов $\{P_\alpha : 0 < \alpha \le \|A\|\}$, где

$$P_\alpha f = \int_\alpha^{\|A\|} \sigma^{-2} dE_\sigma A^* f, \quad f \in H, 0 < \alpha \le \|A\|, \tag{10}$$

а $\{E_\delta : \sigma \in [0, \|A\|]\}$ – спектральное разложение единицы E, порожденное оператором $A_1^{1/2}$.

Элемент u_δ^α, определим формулой

$$u_\delta^\alpha = P_\alpha f_\delta. \tag{11}$$

Для выбора параметра регуляризации $\hat{\alpha}$ по исходным данным (f_δ, δ) используем уравнение

$$\|A u_\delta^\alpha - f_\delta\|^2 = 9\|A\|^2 \delta^2, \tag{12}$$

в котором u_δ^α задан формулой (11).

Лемма 1. *Если* $\|f_\delta\| > 3\|A\|\delta$, *то существует значение* $\hat{\alpha}$, *удовлетворяющее уравнению (12).*

---

[4] Линейный вариант этого метода был предложен в работе В.К. Иванова ``О применении метода Пикара к решению интегральных уравнений первого рода." // Bul.Inst/ Politehc.Iasi., 1968, v.14, № 3/4, p.71-78.

В работе В.П. Тананы и А.Р. Данилина "Об оптимальности регуляризующих алгоритмов при решении некорректных задач" //Дифференц. уравн., 1976, т. 7, с. 1323–1326.

была доказана оптимальность по порядку и получена точная оценка погрешности линейного варианта метода.

Приближенное решение u_δ уравнения (1) определим формулой

$$u_\delta = \hat{T}_\delta f_\delta = \begin{cases} P_{\bar{\alpha}} f_\delta & \text{при } \|f_\delta\| > 3\|A\|\delta, \\ 0 & \text{при } \|f_\delta\| \le 3\|A\|\delta, \end{cases} \tag{13}$$

где параметр $\bar{\alpha}$ является одним из решений уравнения (12).

Имеет место следующая теорема.

Теорема 3. *Оператор $\hat{T}_\delta$, определяемый формулой (13), непрерывен на пространстве H.*

Предположим, что оператор B определен формулой (2), а класс корректности $M_r = BS_r$. Тогда справедливы следующие теоремы

Теорема 4. *Если $u_0 \in M_r$, а $\|f_\delta\| > 3\|A\|\delta$, то*

$$\|\hat{T}_\delta f_\delta - u_0\| \le 3\|A\|\omega_1(2\delta, M_r).$$

Теорема 5. *Метод $\{\hat{T}_\delta : 0 < \delta \le \delta_0\}$ оптимален по порядку на классе решений M_r.*

Четвертая глава. Метод проекционной регуляризации был использован для решения обратной задачи физики твердого тела восстановления энергетического спектра кристаллов по теплоемкости [5]. Для этой задачи была получена точная по порядку оценка погрешности приближенного решения.

Связь энергетического спектра кристалла с его теплоемкостью описывается интегральным уравнением первого рода

$$\int_0^\infty S\left(\frac{\varepsilon}{\theta}\right)\frac{\varepsilon}{\theta} n(\varepsilon)\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{C(\theta)}{\theta}, \tag{14}$$

где $S(x) = \dfrac{x^2}{2sh^2\left(\dfrac{x}{2}\right)}$, $C(\theta)$ – теплоемкость системы, $\theta = kT$, T – абсолютная температура, а k – константа, определяемая системой, $n(\varepsilon)$ – спектральная плотность, удовлетворяющая условию

$$\int_0^\infty \frac{n_0(\varepsilon)^2}{\varepsilon} d\varepsilon + \int_0^\infty [n'_0(\varepsilon)]^2 \varepsilon \, d\varepsilon \le r^2. \tag{15}$$

[5] Лифшиц И.М. «Об определении энергетического спектра бозе-системы по ее теплоемкости» // ЖЭТФ, 1954, т. 26, № 5, с. 551–556.

Если $C(\theta)/\theta$ и $n(\varepsilon) \in L_2[0,\infty)$, то уравнение (14) становится некорректной задачей. Вместо $C_0(\theta)$ известны приближения $C_\delta(\theta)$ и уровень погрешности $\delta > 0$ такие, что

$$\left\| \frac{C_0(\theta)}{\theta} - \frac{C_\delta(\theta)}{\theta} \right\| \le \delta.$$

Сделав замену переменных в уравнении (14) $\varepsilon = e^{\xi}$ è $\theta = e^{\tau}$ получим

$$A\varphi = \int_{-\infty}^{\infty} k(\tau - \xi)\varphi(\xi)\, d\xi = f(\tau), \tag{16}$$

вместо $f(\tau)$ известны приближения $f_\delta(\tau)$ и уровень погрешности $\delta > 0$ такие, что,

$$\| f(\tau) - f_\delta(\tau) \| \le \delta,$$

где $\|f_\delta\| > 3\|A\|\delta$.

Требуется по исходным данным задачи f_δ и δ построить приближенное решение $\varphi(\xi)$ уравнения (16) и оценить его уклонение от точного решения. Полагая, что f и $\varphi \in L_2(-\infty,\infty)$, применим к уравнению (16) преобразование Фурье. Тогда

$$\overline{A}\Phi = \sqrt{2\pi}\, K(p)\Phi(p) = F(p), \tag{17}$$

где $\Phi(p)$ - Фурье-образ решения, $F(p)$ - Фурье-образ функции $f(\tau)$.

Для реализации метода проекционной регуляризации определим функцию $F_\delta | p, \hat{\alpha}(\delta)]$, следующим образом.

$$F_\delta[p, \hat{\alpha}(\delta)] = \begin{cases} F_\delta(p), & \text{при } |p| \le \hat{\alpha}(\delta), \\ 0, & \text{при } |p| > \hat{\alpha}(\delta). \end{cases}$$

Параметр $\hat{\alpha}(\delta)$ удовлетворяет уравнению

$$\int_{-\infty}^{-\hat{\alpha}(\delta)} |F_\delta(p)|^2\, dp + \int_{\hat{\alpha}(\delta)}^{+\infty} |F_\delta(p)|^2\, dp = 9\|A\|^2 \delta^2.$$

Приближенное решение $\varphi_\delta(\xi)$ определим формулой

$$\varphi_\delta(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} |K(p)|^{-1} F_\delta[p, \hat{\alpha}(\delta)] e^{ip\xi}\, dp.$$

Для этого решения получена точная по порядку оценка

$$\|\varphi_\delta - \varphi_0\| \le l \ln^{-1}\left(\frac{1}{\delta}\right), \quad l = const. \qquad (18)$$

Из теорем 4 и 5 следует оптимальность по порядку примененного метода проекционной регуляризации на соответствующем классе корректности.

На основании результатов, полученных во второй и третьей главе, для задачи (14) был создан программный комплекс, и для модельных примеров были построены численные решения обратной задачи восстановления фононных спектров рис(1,2).

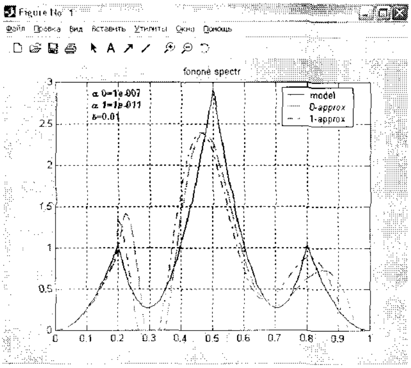

рис.1: *model* - точное решение, *0-approx*- решение, полученное методом регуляризации 0-го порядка, *1-approx* - методом регуляризации 1-го порядка для функции

$$x(s) = \begin{cases} 25 * s^2, & \text{при} \quad 0 \le s < 0.2, \\ \dfrac{1 + 100*(s^2 - 0.6s + 0.08)}{e^s}, & \text{при} \quad 0.2 \le s < 0.5, \\ \dfrac{1 + 100*(s^2 - 1.4s + 4.48)}{e^{s-1}}, & \text{при} \quad 0.5 \le s < 0.8, \\ 25*(1-s)^2, & \text{при} \quad 0.8 \le s \le 1. \end{cases}$$

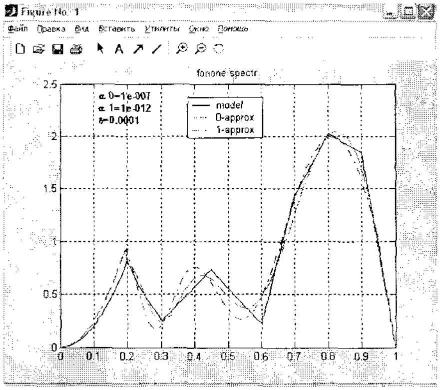

рис.2: ***model*** **-** точное решение, *0-approx*- решение, полученное методом **регуляризации 0-го порядка,** *1-approx* - методом регуляризации 1-го порядка для **функции**

$$x(s)=\begin{cases} 25*s^2, & при \quad 0\le s<0.2,\\ \dfrac{0.4}{s-1}, & при \quad 0.2\le s<0.3,\\ 4*s-0.9, & при \quad 0.3\le s<0.45\\ 4.92-6\sqrt{s}, & при \quad 0.45\le s<0.6\\ 15*s-8.73, & при \quad 0.6\le s<0.7,\\ 10*e^{\frac{s}{2}}-12.45, & при \quad 0.7\le s<0.8,\\ 4.23-2.2*s, & при \quad 0.8\le s<0.9,\\ 22.5*(1-s), & при \quad 0.9\le s\le 1. \end{cases}$$

Пятая глава посвящена применению метода проекционной регуляризации с выбором параметра регуляризации из принципа невязки для численного моделирования обратной задачи тепловой диагностики двигателей и обратной задачи непрерывной разливки стали.

Эти задачи были сведены к решению следующей задачи.

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}=\frac{\partial u^2(x,t)}{\partial x^2} \qquad x\in[0,1], \qquad t\ge 0,$$

$$u(x,0)=0, \qquad x\in[0,1]$$

$$u(0,t)=0, \qquad t\ge 0,$$

$$u'_x(0,t)=f(t), \qquad t\ge 0, \tag{19}$$

где граничное значение $u(1,t)=u(t)$ для $t\ge 0$ подлежит определению.

Полагая, что f_δ и $u(t) \in L_2[0,\infty)$, применим к уравнению (19) преобразование Фурье. Тогда

$$i\lambda \hat{u}(x,\lambda) = \frac{d^2}{dx^2}\hat{u}(x,\lambda), \qquad x \in [0,1], \lambda \in (-\infty;+\infty),$$

$$\hat{u}(0,\lambda) = 0, \qquad \lambda \in (-\infty;+\infty),$$

$$\hat{u}_x(0,\lambda) = \hat{f}_\delta(\lambda), \qquad \lambda \in (-\infty;+\infty), \tag{20}$$

где $\hat{u}(\lambda)$ - Фурье-образ решения, а $\hat{f}_\delta(\lambda)$ - Фурье-образ функции $f_\delta(t)$.

Используя метод проекционной регуляризации, исходные данные задачи $\hat{f}_\delta(\lambda)$ преобразуем в функцию

$$\hat{f}_\delta(\lambda, \hat{\alpha}(\delta)) = \begin{cases} \hat{f}_\delta(\lambda), & \text{при } |\lambda| \le \hat{\alpha}(\delta), \\ 0, & \text{при } |\lambda| > \hat{\alpha}(\delta), \end{cases}$$

где параметр регуляризации $\hat{\alpha}(\delta)$ удовлетворяет уравнению

$$\int_{-\infty}^{-\hat{\alpha}(\delta)} |\hat{f}_\delta(\lambda)|^2\, d\lambda + \int_{\hat{\alpha}(\delta)}^{+\infty} |\hat{f}_\delta(\lambda)|^2\, d\lambda = 9\delta^2. \tag{21}$$

а Фурье-образ регуляризованного решения $\hat{u}_\delta(1,\lambda)$ определим формулой

$$\hat{u}_\delta(1,\lambda) = 2\frac{sh\mu_0\sqrt{\lambda}}{\mu_0\sqrt{\lambda}}\bar{f}_\delta(\lambda, \bar{\alpha}(\delta)), \qquad \lambda \in (-\infty;+\infty), \tag{22}$$

На основании результатов, полученных в пятой главе, была разработана программа, позволяющая находить регуляризованное решение уравнения (19) по приближенно заданной функции $f(t) = u'_x(0,t)$

В качестве тестирующих программ были решены обратные задачи для некоторых модельных функций.

Решение, полученное для модельной функции $u(1,t) = t*\left(\frac{1}{e^t} - \frac{1}{e}\right)$, изображено на рисунке 3, а для модельной функции $u(1,t) = \frac{\sin(3\pi t)}{e^t}$ - на рисунке 4.

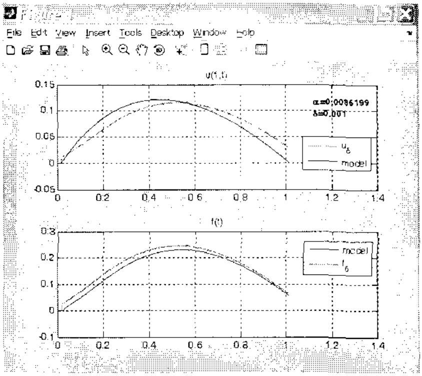

рис. 3: *model* -точное решение, u_δ - приближенное решение для граничной функции

$$u(1,t)=t*\left(\frac{1}{e^t}-\frac{1}{e}\right)$$

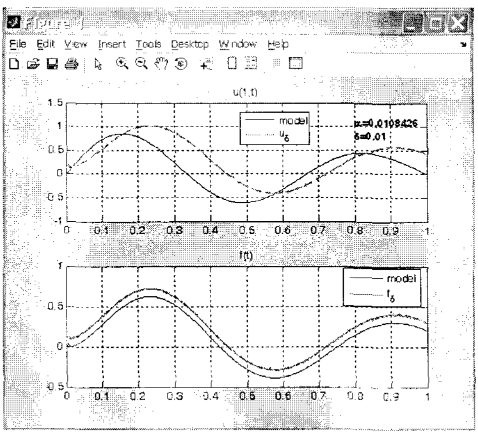

рис. 4: *model* -точное решение, u_δ - приближенное решение для граничной функции

$$u(1,t)=\frac{\sin(3\pi t)}{e^t}$$

Основные результаты.

- Построен модифицированный метод невязки нулевого порядка, получена точная по порядку оценка его погрешности и доказана оптимальность по порядку этого метода на логарифмических классах корректности.

• Построен нелинейный вариант метода проекционной регуляризации. Найдена точная по порядку оценка погрешности для этого метода и доказана его оптимальность по порядку при общих предположениях о классе корректности.

• Для обратной задачи физики твердого тела получена точная по порядку оценка модуля непрерывности обратного оператора на классе кусочно-гладких функций.

Основные публикации.

1. Танана В.П. Япарова Н.М. Об оптимальности конечномерных аппроксимаций регуляризованных решений.// Изв.ЧНЦ, 2003, в.1, с.1-5.
2. Танана В.П., Япарова Н.М. Об оптимальности метода невязки на некоторых классах равномерной регуляризации. // Вест.ЮУрГУ, 2003, №6, с.38-44.
3. Танана В.П., Япарова Н.М. Об оптимальности метода невязки. // Вест.ЧелГУ, 2003, сер.3, №1, с.174-188.
4. Танана В.П., Япарова Н.М. Об оптимальном по порядку методе решения условно-корректных задач. // Сиб. журн. вычисл. матем., 2006, т.9, №4, с.353-368.
5. Танана В.П., Япарова Н.М. Об оптимальности метода невязки. // VIII конференция " Обратные и некорректно поставленные задачи". Тезисы докл.- Москва, МГУ, 2003.
6. Танана В.П., Япарова Н.М. Об оптимальности методов регуляризации нулевого порядка. // Всероссийской науч. конф." Алгоритмический анализ некорректных задач." Тезисы докл.- Екатеринбург, УрГУ, 2004.
7. Танана В.П., Япарова Н.М. Об оптимальности по порядку метода решения условно-корректных задач. // В кн.: Тихонов и современная математика. Обратные и некорректно поставленные задачи.: Тезисы докл. междун. конф.- Москва, МГУ, 2006.
8. Япарова Н.М. Об оценке оптимальных по порядку методов решения условно-корректных задач. // Всероссийская конф." Математика. Механика. Информатика." Тезисы докл. - Челябинск, ЧелГУ, 2006.