

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ТАНГЕНЦИАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ СКОРОСТИ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТИЦ В КАМЕРЕ ВИХРЕВОГО ГАЗОГЕНЕРАТОРА

Г.Ф. Кузнецов

г. Челябинск, ЮУрГУ

В статье рассматриваются вопросы организации рабочего процесса вихревого газогенератора, использующего угольную крошку, и дана оценка влияния на процесс аэродинамики камеры и теплофизических характеристик рабочего тела.

Частицы угля в камере газогенератора движутся в основном под действием газового потока. Если газовый поток имеет тангенциальную составляющую, то и частицы приобретают движение по окружности. При этом на них начинает действовать центробежная сила, которая приводит к неравномерному распределению частиц в объеме камеры, которое может нарушить нормальный процесс газификации и привести к слипанию частиц и к появлению спеков.

Для анализа этих явлений воспользуемся уравнением Навье-Стокса в цилиндрических координатах [1]; нужное для нашего анализа записывается следующим образом:

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + \frac{v_\varphi}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + v_z \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} + \frac{v_\varphi v_r}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial P}{\partial \varphi} + \nu \left(\nabla^2 v_\varphi + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} - \frac{v_\varphi}{r^2} \right), \quad (1)$$

$$\text{где } \nabla^2 v_\varphi = \frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial \varphi^2};$$

v_φ , v_z , v_r – тангенциальная, осевая и радиальная составляющие;

ρ – плотность;

ν – кинематическая вязкость;

P – давление;

φ , r , z – угловая, радиальная, осевая координаты.

Ограничимся решением одномерной задачи. Распределение скоростей воздуха в камере под действием постоянного градиента давления в азимутальном направлении

$$+\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \cong +\frac{P}{2\pi R} = \mu,$$

где R – радиус камеры.

Уравнение (1) можно записать следующим образом:

$$-\mu = \eta \left(\frac{d^2 v_\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv_\varphi}{dr} - \frac{v_\varphi}{r^2} \right), \quad (2)$$

где η – динамическая вязкость.

Решение будем искать при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} v_\varphi &= 0; & v_\varphi &= 0; \\ (r &= 0); & (R &= r). \end{aligned} \quad (3)$$

Первое граничное условие реализуется, например, в вихревых трубах, где вращение в приосевой области происходит по закону твердого тела, следовательно, на оси $v_\varphi = 0$. Второе граничное условие очевидно. Общее решение будем искать в виде

$$v_\varphi = C_1 r^2 + C_2 r. \quad (4)$$

Из уравнения (2) при $r = 0$, находим

$$C_1 = +\frac{\mu}{3\eta},$$

а при $r = R$

$$C_2 = -\frac{\mu}{3\eta} R.$$

Таким образом, находим

$$v_\varphi = -\frac{\mu}{3\eta} (R\eta - r^2), \quad (5)$$

которая возрастает с увеличением μ (градиентом давления) и падает с ростом вязкости и удовлетворяет граничным условиям. Сравнивая с известными решениями для тангенциальной скорости в вихревой трубе [2], заметим, что наше решение имеет более монотонное распределение вдоль радиуса вследствие двух причин: 1) вязкость среды в камере существенно более высокая, чем вязкость воздуха (или другого газа); 2) уровень скоростей более низкий, чем в вихревой трубе.

Однако максимальная скорость в этом решении (5) существует и находится из условия

$$\frac{dv_\varphi}{dr} = R - 2r = 0 \quad (6)$$

на расстоянии $r = R/2$ от оси трубы.

Уравнение неразрывности имеет в нашем случае вид:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

Так как в нашей задаче v_φ не зависит от φ , то $v_z \equiv \text{const}$, т.е. постоянное вертикальное течение накладывается на азимутальное.

Для оценки влияния распределения частиц в закрученном потоке реакционной камеры воспользуемся уравнением Больцмана [3], [4], [5]

$$N(r, v, t) = N_0(v) - \tau(v) \frac{dN}{dt} v \nabla T + \frac{e}{m} \tau(v) \varepsilon \frac{\partial N}{\partial v} + \frac{e}{mc} \tau(v) [v \times H] \frac{\partial N}{\partial v}, \quad (8)$$

в котором для нашей задачи второе и третье слагаемые правой части можно считать равными нулю, поскольку задача рассматривается в изотермических условиях без учета электрических сил. Тогда уравнение (8) можно записать следующим образом:

$$N(r, v, t) = N_0 + \tau \omega^2 r \frac{dN(r, t, v_\varphi)}{dv_\varphi}, \quad (9)$$

где N_0 - стационарная концентрация, обусловленная постоянным потоком частиц со скоростью v_z ;

$N(r, t, v_\varphi)$ - локальная концентрация, угловая скорость;

τ - время релаксации, т.е. время установления стационарного потока после прекращения внешнего возмущения.

После разделения переменных и подстановки выражения для $dv_\varphi = \frac{\mu}{3\eta}(R - 2r)dr$, получим

$$\frac{-\mu}{3\tau\omega^2\eta}(R/r - 2)dr = \frac{dN(r, t, v_\varphi)}{N(r, t, v_\varphi) - N_0}, \quad (10)$$

и после интегрирования запишем распределение концентрации частиц

$$\frac{N(r, t, v_\varphi) - N_0}{N_0} = e^{-\frac{\mu(-R \ln \frac{r}{R} + 2r)}{3\tau\omega^2\eta}}, \quad (И)$$

где в качестве произвольной постоянной была выбрана величина $\ln R$.

Более удобно полученный результат можно записать в виде

$$\frac{N(r, t, v_\varphi) - N_0}{N_0} = \exp \left[-\frac{\mu(-R \ln \frac{r}{R} + 2r)}{3\tau\omega^2\eta} \right] \quad (12)$$

Анализ полученного выражения показывает, что при $\mu \neq 0$ $N(r, t, v_\varphi) > N_0$. Это означает, что в периферийной области концентрация частиц все-

гда выше, чем в приосевой, что совпадает с результатами реальных исследований. При условии, что $\eta = 0$, $\omega = 0$, $r = 0$, либо равна нулю одна из этих величин, второе слагаемое выражения (12) обращается в нуль. Физически понятно, что при нулевой вязкости частицы не изменяют своего первоначального распределения. Если скорость вращения отсутствует ($\omega = 0$), осевая скорость распределена вдоль радиуса равномерно и, следовательно, также первоначальное распределение в этом случае измениться не может. Очевидно, что на оси ($r = 0$) содержание частиц не может быть большим первоначального.

При увеличении r величина концентрации увеличивается, достигая максимальной вблизи $r = R/2$, там, где наибольшее значение тангенциальной скорости. Отметим, что полученное распределение скоростей и концентраций частиц быстрее реализуется для мелких фракций, так как для более крупных фракций требуется более продолжительное время для приобретения скорости потока газа и частиц.

Оценка характерного времени снижения до нуля тангенциальной скорости - времени релаксации - дает следующий результат. После прекращения действия давления ($\mu = 0$), на поток действуют только силы, связанные с вязкостью (силы тяжести не учитываются)

$$m \frac{dv}{dt} = -6\pi\eta r_0 v, \quad (13)$$

где r_0 - радиус частицы.

После разделения переменных и интегрирования находим

$$\ln v = v_e e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (14)$$

где $\tau = \frac{m}{6\pi\eta r_0}$ - время релаксации.

Для частиц размером ~ 3 мм это время составляет 1-3 секунды, что является достаточно близким к реальным условиям. Время контакта частиц, очевидно, будет такого же порядка, а это достаточно, чтобы состоялся тепловой контакт и их слипание.

Экспериментальным доказательством достоверности теории является то, что очаги шлакования возникают $R/2$ конической камеры.

Проделанный анализ неплохо объясняет сущность процессов при относительно небольших тангенциальных скоростях (диаметр камеры $\sim 1,5$ м, скорость ~ 30 м/с), так как в соотношении (9) принято, что $\omega \approx \text{const}$. Как известно, при больших скоростях центральные и периферийные слои вращаются по различным законам [6]. Для того, чтобы учесть эту особенность, воспользуемся уравнением Больцмана в следующем виде:

$$N = N_0 - \tau \frac{v_\varphi^2}{r} \frac{dN}{dv_\varphi} \quad (16)$$

Из предыдущих выкладок следует, что

$$v_{\varphi} = \frac{\mu}{3\eta}(Rr - r^2); \quad \mu = \frac{\Delta P}{2\pi R};$$

$$dv_{\varphi} = \frac{\mu}{3\eta}(R - 2r)dr; \quad v_{\varphi}^2 = \frac{\mu^2}{9\eta^2}(R^2r^2 - 2Rr^3 + r^4). \quad (17)$$

Подставляя (17) в (16), получим

$$\frac{dN}{N - N_0} = \frac{3\eta r(R - 2r)dr}{\tau\mu(R^2r^2 - 2Rr^3 + r^4)}. \quad (18)$$

Введем безразмерную координату $\xi = \frac{r}{R}$

$$\frac{dN}{N - N_0} = \frac{3\eta}{\tau\mu R} \left[\frac{(1 - 2\xi)d\xi}{\xi(1 - \xi)^2} \right]. \quad (19)$$

Правую часть запишем в виде двух слагаемых

$$\frac{dN}{N - N_0} = \frac{3\eta}{\tau\mu R} \left[\frac{d\xi}{\xi(1 - \xi)} - \frac{d\xi}{(1 - \xi)^2} \right]. \quad (20)$$

Тогда после интегрирования получим

$$-\frac{3\eta}{\tau\mu R} \left[\ln \frac{\xi}{1 - \xi} + \ln \left(e^{-\frac{1}{1 - \xi}} \right) \right] = \ln \frac{N - N_0}{N_0}. \quad (21)$$

Потенцируя, имеем

$$\left(\frac{\xi}{1 - \xi} \cdot e^{-\frac{1}{1 - \xi}} \right)^{\frac{3\eta}{\tau\mu R}} = \frac{N - N_0}{N_0}. \quad (22)$$

Анализ последнего выражения позволяет сделать некоторые выводы. Концентрация частиц не отличается от начальной в центре камеры на максимальном радиусе, что соответствует известным представлениям закономерностей вихревых течений. Максимальное значение концентраций находится на расстояниях от оси, больших половины радиуса. В рассмотренной модели не учитывалась сила трения со стороны стенки, действующая на частицы. Любое торможение частиц на стенке камеры приводит к снижению их скорости и, следовательно, повышенной вероятности шлакования. Анализ спеков, возникающих в камере при превышении температуры 900 °С, показывает, что действительно спек имеет свое основание на стенке и вытянутую форму вдоль радиуса камеры примерно до его половины, т.е. в той его части, где реализуется наибольшая концентрация.

Распределение частиц по размерам и, следовательно, массам также влияет на их концентрацию в камере. Анализ уравнения (15) показывает - времени пребывания наиболее крупных частиц в модельной камере достаточно, чтобы произошло выравнивание скоростей всех частиц. Это будет означать, что на стенке камеры окажутся, в первую очередь, крупные частицы, что и наблюдается в реальности.

Для дальнейшего анализа запишем уравнение (22) в виде

$$\frac{N - N_0}{N_0} = \left(\frac{\xi}{1 - \xi} \cdot e^{-\frac{1}{1 - \xi}} \right)^a, \quad (23)$$

$$\text{где } a = -\frac{3\eta}{\tau\mu R}.$$

Правая часть уравнения обращается в нуль при $\xi = 0$ и $\xi = 1$, поэтому между этими точками должен существовать хотя бы один экстремум.

Найдем точку экстремума, приравнявая нулю производную правой части

$$a \left[\frac{1}{(1 - \xi)^2} e^{-\frac{1}{1 - \xi}} + \frac{\xi}{1 - \xi} \frac{-1}{(1 - \xi)^2} e^{-\frac{1}{1 - \xi}} \right] = 0, \quad (24)$$

или

$$a \frac{1}{(1 - \xi)^2} e^{-\frac{1}{1 - \xi}} \left(\frac{1 - 2\xi}{1 - \xi} \right) = 0. \quad (25)$$

Откуда видно, что экстремум будет иметь место в точке $\xi = 1/2$. Для определения будет ли в этой точке максимум или минимум, определим знак второй производной в этой точке. Обозначим выражение перед последней скобкой.

$$a \frac{1}{(1 - \xi)^2} e^{-\frac{1}{1 - \xi}} = A, \quad (26)$$

так это фиксированное число, не влияющее на знак второй производной, которая

$$A \frac{-2(1 - \xi) - (1 - 2\xi)}{(1 - \xi)^2} \leq 0, \quad (27)$$

и, следовательно, при $\xi = 1/2$ существует максимум распределения частиц. Этот результат соответствует анализу, проделанному при допущении $\omega = \text{const}$, свидетельство того, что для данного анализа такое допущение действительно можно принять.

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Гидродинамика*. - М.: Наука, 1986.
2. Кузнецов В.И. *Полуэмпирическая теория противоточной вихревой трубы*// В сб.: *Некоторые вопросы исследования вихревого эффекта и его промышленного применения*. - Куйбышев: КуАИ, 1974. - С. 19-25.
3. Ферцигер Дж., Комер Г. *Математическая теория процессов переноса в газах*. - М.: Мир, 1976.
4. *Физический энциклопедический словарь*. - М.: Советская энциклопедия, 1962.
5. Пайерлс Р.Е. *Квантовая теория твердых тел*. - М.: Мир, 1956.
6. Политое В.С., Кузнецов Г.Ф. *О гидравлических сопротивлениях цилиндрических камер с закрученным потоком рабочего тела*// В сб.: *Некоторые вопросы исследования вихревого эффекта и его промышленного применения*. - Куйбышев: КуАИ, 1974. - С. 228-232.