

Теория расчета строительных конструкций

УДК 624.04:539.3:534

ВРЕМЕННОЙ АНАЛИЗ МОДЕЛИ НАДЗЕМНОГО ГАЗОПРОВОДА С ОДНОСТОРОННИМИ СВЯЗЯМИ ПРИ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

А.Н. Потапов, Н.В. Дегтярева

TIME ANALYSIS OF ELEVATED GAS PIPELINE WITH ONE-WAY CONNECTIONS UNDER AERODYNAMIC INSTABILITY

AN. Potapov, N.V. Degtyareva

Изложены некоторые вопросы теории динамического расчета дискретных диссипативных конструкций с односторонними связями. Дано практическое приложение этой теории к проблеме аэродинамической неустойчивости надземных газопроводов.

Ключевые слова: газопровод, колебание, резонанс, односторонняя связь, временной анализ, математическая модель.

Some points of the dynamic analysis theory of discrete dissipative systems with one-way connections are described. Application of this theory to the aerodynamic instability of elevated gas pipelines is shown.

Keywords: gas pipeline, oscillation, resonance, one-way connection, time analysis, mathematical model.

Односторонние связи (ОС) получили широкое распространение в инженерных конструкциях ввиду их высокой экономичности и надежности. Введение дополнительных связей, обладающих свойством включения-выключения, позволяет в сооружениях, подверженных динамическим воздействиям, ограничивать уровень колебаний. Изучение поведения конструкций с ОС требует разработки теории расчета систем с такими связями, которая пока еще несовершенна. Большая часть исследований на эту тему относится к теории статического расчета сооружений [1]. Учет влияния ОС осложняется тем, что исследуемая система становится конструктивно нелинейной [2]. Традиционные подходы [3] оказываются малоэффективными, их применение возможно лишь для упрощенных расчетно-динамических моделей (РДМ). Как правило, рассматриваются модели с одной-двумя степенями свободы. Существенным недостатком многих исследований является игнорирование влияния диссипативных сил в исходном дифференциальном уравнении движения. В связи с этим, характерно высказывание авторов [2]: «...говоря о программном обеспечении расчетов конструкций с односторонними связями и силами трения, ... нам неизвестны какие-либо разработки

промышленного применения, которые можно было бы рекомендовать к широкому практическому применению, хотя программы исследовательского характера, относящиеся к некоторым частным задачам, существуют».

В статье рассматривается задача вертикальных колебаний надземного газопровода при аэродинамической неустойчивости. Расчетная схема газопровода имеет вид неразрезной балки и представляет собой модель с односторонней связью (МОС), в которой ОС является гибким тросом (рис. 1, а). Эта связь устанавливается в среднем m -м пролете модели и выполняет функцию гасителя резонансных колебаний за счет циклического изменения расчетной схемы системы [4].

Положительные перемещения отсчитываются вверх от линии статического равновесия, т.е. в направлении увеличения взаимного расстояния между концами троса: $y_k(t) > 0$, где k - точка крепления ОС к трубе газопровода. При $y_k(t) < 0$, ОС выключена из работы, и система деформируется по схеме базовой модели (БМ) (рис. 1, б). При $y_k(t) \geq 0$, ОС находится в рабочем состоянии (включена в работу, рис. 1, в), в результате чего расчетная схема газопровода преобразуется в модель с дополнительной упругой связью (МДУС) жесткости z .

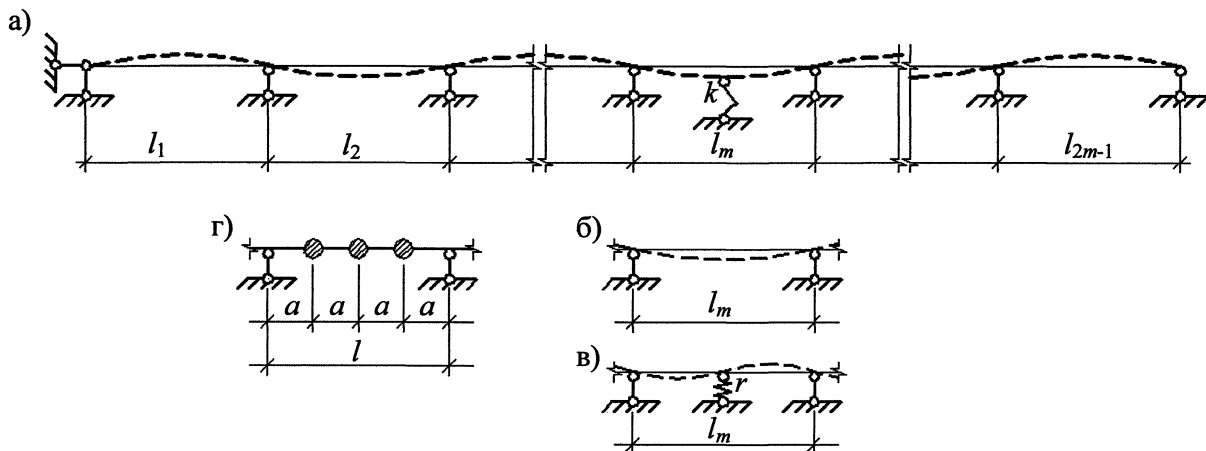


Рис. 1. Расчетная модель МОС: а – общий вид МОС; б – работа m -го пролета по БМ; в – работа m -го пролета по МДУС; г – дискретное моделирование

Динамическая модель газопровода имеет вид дискретной расчетной схемы с инерционными характеристиками (точечными массами), размещенными на границах элементарных участков a , на которые разбивается каждый пролет: $l = qa$, где q - число элементарных участков в пролете (рис. 1, г). Инерционные характеристики РДМ включают в себя собственный вес трубы и вес транспортируемого газа. Упругие характеристики РДМ строятся известными методами строительной механики.

Внешняя нагрузка при ветровом резонансе действует на цилиндрическую поверхность трубы газопровода как периодическая подъемная сила перпендикулярно направлению потока и моделируется гармоническим законом [5]: $P(t) = \sin(\vartheta t) P_0$, где $\vartheta = \text{diag}(\vartheta_1, \dots, \vartheta_n)$ - диагональная матрица круговых частот; P_0 - вектор амплитуд возмущающей нагрузки. Величина ϑ_k связана с числом вихрей f_k , сбегаящих с поверхности трубы за 1 секунду, формулой $\vartheta_k = 2\pi f_k$. Здесь $f_k = 0,22V/d$, d - диаметр трубы, V - скорость ветрового потока.

Заметим, что в общем случае (при неравномерном скоростном напоре) частота возмущающей нагрузки различна в различных узлах РДМ газопровода (ϑ - диагональная матрица). При равномерном скоростном напоре во всех узлах модели действует одна и та же круговая частота (ϑ - скалярная матрица).

Уравнение движения модели «газопровод - гаситель» как дискретной диссипативной системы (ДДС) записывается в следующей матричной форме:

$$M\ddot{Y}(t) + C\dot{Y}(t) + K_j Y(t) = P(t) \quad (j = 1, 2), \quad (1)$$

где $M = \text{diag}(m_1, \dots, m_n)$, $C = C^T$, $K_j = K_j^T \in M_n(R)$ вещественные и симметрические матрицы инерции, демпфирования и жесткости; $Y(t)$, $P(t)$ - векторы перемещений и внешних воздействий. Матрицы жесткости K_1 и K_2 строятся соответственно для БМ (рис. 1, б) и МДУС (рис. 1, в).

Уравнение движения собственных форм представляет собой характеристическое матричное квадратное уравнение [6]:

$$MS_j^2 + CS_j + K_j = 0 \quad (j = 1, 2). \quad (2)$$

При симметрических матрицах M , C , K_j решение уравнения (2) имеет вид корневой пары

$$S_{j(1,2)} = M^{-1}(-C + V_j \pm U_j)/2,$$

где $V_j = -V_j^T$, $U_j = U_j^T \in M_n$. При обычных условиях демпфирования инженерных конструкций диссипация - мала, вследствие чего $V_j = \text{Re } V_j$, $U_j = i \text{Im } U_j$ (i - мнимая единица). Поэтому матричные корни являются комплексно-сопряженными величинами

$$S_{j(1)} = S_j = M^{-1}(-C + V_j + U_j)/2,$$

$$S_{j(2)} = \bar{S}_j = M^{-1}(-C + V_j - U_j)/2.$$

После нахождения значений матриц V_j , U_j , отыскиваемых с помощью итерационного алгоритма, и построения фундаментальных решений $\Phi_j(t) = e^{S_j t}$ уравнение реакции модели записывается в виде интеграла Дюамеля ($t \geq t_i$) [6]

$$Y(t) = 2\text{Re} \{ \Phi_j(t - t_i) U_j^{-1} M^{-1} [-\bar{S}_j, Y_0 + \dot{Y}_0] + U_j^{-1} I(t) P_0 \}, \quad (3)$$

$$\text{где } I(t) = \int_{t_i}^t \Phi_j(t - \tau)^T \sin(\vartheta \tau) d\tau; \quad (4)$$

U - время включения или выключения ОС.

Исследование этого интеграла приводит к непрерывному уравнению Сильвестра

$$(S_j^T)^2 I(t) + I(t) \vartheta^2 = F(t), \quad (5)$$

правая часть которого определяется по формуле $F(t) = S_j^{-1} [\Phi_j(t - t_i)^T \sin(\vartheta t_i) - \sin(\vartheta t)] + [\Phi_j(t - t_i)^T \cos(\vartheta t_i) - \cos(\vartheta t)] \vartheta$ ($j = 1, 2$). (6)

Для диссипативной системы решение уравнения (4) всегда единственно [6] и в случае неравномерного скоростного напора сводится к решению η систем

$$[(S_j^T)^2 + \vartheta_k^2 E] I_k(t) = F_k(t) \quad (k = 1, \dots, n).$$

Здесь $I_k(t)$, $F_k(t)$ - k -е столбцы матриц $I(t)$, $F(t)$; E - единичная матрица.

При постоянном скоростном напоре решение (4) принимает вид

$$I(t) = [(S_j^T)^2 + \vartheta^2]^{-1} F(t). \quad (7)$$

В процессе колебаний МОС система совершает переходы от одной расчетной модели к другой.

Они имеют квазипериодический характер, сопровождаются включением или выключением ОС и соответствуют критическим временным точкам ..., t_i , t_{i+1} , ... Очевидно, что все изменения, касающиеся динамических параметров системы (жесткостные характеристики, частоты и формы собственных колебаний, начальные условия и т.д.), также будут происходить в моменты времени, соответствующие данным переходам. Внутри же интервалов $t \in [t_i, t_{i+1}]$ ($i = 1, 2, \dots$) параметры модели сохраняют постоянные значения. Это принципиально важный момент в особенностях работы конструктивно-нелинейной динамической системы.

Рассмотрим произвольный участок в процессе временного анализа с интервалами: $t \in [t_{i-1}, t_i]$ и $t \in [t_i, t_{i+1}]$. Пусть на интервале времени $[t_{i-1}, t_i]$ расчетная схема конструкции соответствует БМ (ОС выключена из работы). Тогда на следующем интервале $[t_i, t_{i+1}]$ система совершает колебания по МДУС (ОС включена в совместную работу системы). Приведем уравнения полной реакции системы на этих интервалах для случая постоянного скоростного напора в пределах всех пролетов расчетной модели.

Уравнения реакции БМ, согласно (3), на интервале времени $t \in [t_{i-1}, t_i]$ принимают вид:

$$\begin{aligned} Y(t) &= 2\text{Re} \{Z(t)P_0\}, \quad \dot{Y}(t) = 2\text{Re} \{S_1 Z(t)P_0\}, \\ Z(t) &= \Phi_1(t - t_{i-1})U_1^{-1}M[-\bar{S}_1 Y_0 + \dot{Y}_0] + \\ &+ [U_1(S_1^2 + \mathcal{G}^2)]^{-1}F(t)P_0. \end{aligned} \quad (8)$$

В этих уравнениях матричная функция $F(t)$ определяется из выражения (6) при $j = 1$ и замене индекса i на $i-1$.

Векторы начальных условий Y_0, \dot{Y}_0 в уравнениях реакции представляют собой соответственно перемещения и скорости узлов: $Y_0 = Y(t_{i-1}), \dot{Y}_0 = \dot{Y}(t_{i-1})$, вычисленные в конце предыдущего интервала времени $[t_{i-2}, t_{i-1}]$, при деформировании системы по МДУС. Момент времени t_{i-1} характеризуется отключением ОС и переходом системы в режим колебаний БМ. При t_i происходит обратный переход к МДУС с одновременным включением ОС.

Уравнения реакции МДУС на интервале $t \in [t_i, t_{i+1}]$ имеют сходную запись с уравнениями (8):

$$\begin{aligned} Y(t) &= 2\text{Re} \{Z(t)P_0\}, \quad \dot{Y}(t) = 2\text{Re} \{S_2 Z(t)P_0\}, \\ Z(t) &= \Phi_2(t - t_i)U_2^{-1}M[-\bar{S}_2 Y_0 + \dot{Y}_0] + \\ &+ [U_2(S_2^2 + \mathcal{G}^2)]^{-1}F(t)P_0, \end{aligned} \quad (9)$$

где матричная функция $F(t)$ строится из выражения (6) при $j = 2$. Векторы Y_0, \dot{Y}_0 вычислены в конце интервала времени $[t_{i-1}, t_i]$ по уравнениям реакции (8).

Для построения расчетной схемы алгоритма к уравнениям динамической реакции (8), (9), (6) необходимо присоединить условия включения-выключения ОС, описывающие переход расчетной модели из одного состояния в другое. Данные условия имеют вид неравенств и позволяют вычислять критические временные точки в ходе шагового процесса.

Пусть Δt - шаг интегрирования в процессе вычисления динамической реакции системы. Тогда включение ОС в работу (в момент перехода от БМ к МДУС через временную точку t_i) представляется кинематическими условиями:

$$y_k(t) < 0, \quad y_k(t + \Delta t) \geq 0. \quad (10)$$

Условие выключения ОС из работы при обратном переходе моделей через критическую точку t_{i+1} имеет вид статических неравенств:

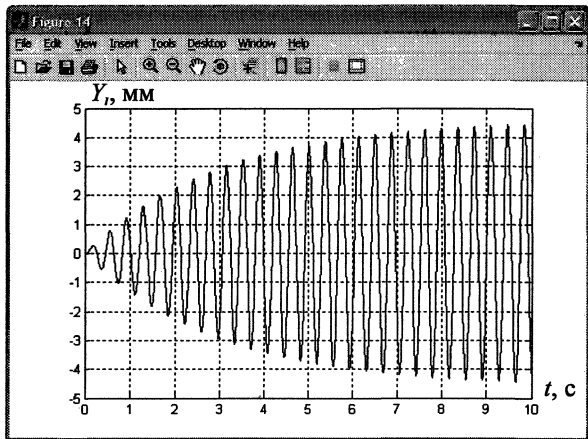
$$N(t) \geq 0, \quad N(t + \Delta t) < 0. \quad (11)$$

В приведенных условиях: $y_k(t)$ - перемещение точки k крепления ОС к трубе надземного газопровода, $N(t)$ - усилие в упруго-податливой ОС (тросе). При работе МДУС трос испытывает натяжение и поэтому усилие в ОС всегда имеет положительный знак (растяжение). Условием перехода от МДУС к БМ является смена знака усилия в дополнительной связи на противоположный: поскольку сжатие в гибком тросе невозможно, это соответствует отключению ОС.

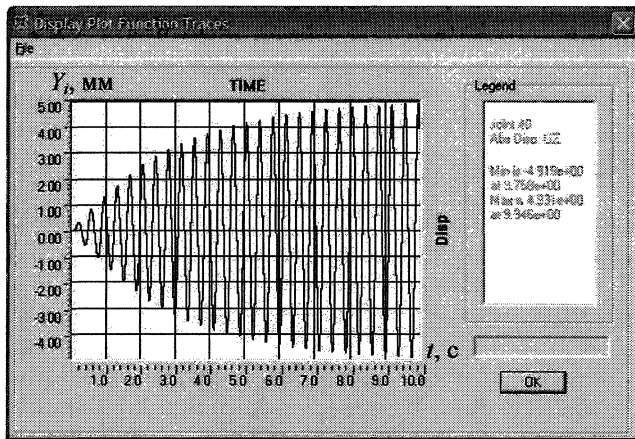
Система уравнений (8), (9), (6) и комплекс условий, включающих кинематические (10) и статические (11) неравенства, представляют собой математические модели нелинейного расчета системы с ОС в рамках теории временного анализа. В процессе решения задачи весь временной участок интегрирования разбивается на такие интервалы $[t_i, t_{i+1}]$ ($i = 1, 2, \dots$), внутри которых реакция в ОС либо положительна, либо равна нулю. Во временных точках t_i, t_{i+1} , определяемых в ходе шагового процесса, расчетная модель переходит из одного состояния в другое. Этот переход учитывается сменой начальных условий - начальных перемещений и начальных скоростей узлов модели, - вычисляемых в конце предыдущего интервала времени. Это позволяет проводить стыковку уравнений реакции моделей в каждом цикле и, тем самым, обеспечивать непрерывность движения динамической системы на заданном интервале времени. Таким образом, временной анализ конструктивно-нелинейной системы сводится к последовательности многократно повторяющихся линейных решений для циклически меняющихся упругих систем.

Численная реализация задачи. В качестве приложения рассмотрим пример анализа колебаний надземного газопровода высокого давления Кузнецкое-Байрамгулово (труба $\varnothing 219$ мм, $l = 15$ м). Для параметров модели газопровода: $m = 11$, $q = 6$ число степеней свободы системы составило $n = m(q-1) = 55$.

На рис. 2, а приведена осциллограмма перемещений центрального сечения среднего пролета БМ газопровода: $y_k(t)$ (при $k = 28$, см. рис. 1,6). Решение этой задачи получено при условии рассеяния энергии, учитываемого комбинированной моделью $C = \alpha M + \beta K$, где коэффициенты $\alpha = 0,3388$ и $\beta = 0,001181$ определялись в соответствии с рекомендациями ПК SAP2000 и указаниями [7]. Для сравнения результатов приведена анало-



а)



б)

Рис. 2. Осциллограммы перемещений центральных сечений пролетов БМ, полученные методом временного анализа (а) и МКЭ в ПК «SAP 2000» (б)

гичная осциллограмма, полученная для тех же условий демпфирования на основе МКЭ в ПК SAP 2000 (рис. 2, б), из которой следует, что относительная погрешность на интервале 10 секунд не превышает 0,5 %.

В последующем анализе учет внутреннего сопротивления колебаниям проведен с помощью модели непропорционального демпфирования [6]:

$$C = KT, \quad (12)$$

где $T = \text{diag}(\gamma/w_1, \dots, \gamma/w_n)$; w_k - частота собственных колебаний консервативной системы; $\gamma = \delta/\pi$ (δ - логарифмический декремент колебаний).

Для несимметрической матрицы демпфирования (12) существует возможность преобразования уравнения (1), с целью симметризации его матричных коэффициентов. Для этого умножим обе части (1) слева на матрицу MK_j^{-1} :

$$\tilde{M}_j \dot{Y}(t) + \tilde{C}_j \dot{Y}(t) + \tilde{K}Y(t) = \tilde{P}(t), \quad (13)$$

$$\tilde{M}_j = MK_j^{-1}M, \quad \tilde{C}_j = MT_j,$$

$$\tilde{K} = M, \quad \tilde{P}(t) = MK_j^{-1}P(t).$$

Практическая реализация математических моделей на основе уравнения (13) протекает по предложенной выше расчетной схеме с тем отличием, что в уравнениях реакции системы (8), (9) матрица $F(t)$ будет иметь вид

$$F(t) = S_j^T [\Phi_j(t-t_i)^T MK_j^{-1} \sin(\vartheta t_i) - MK_j^{-1} \sin(\vartheta t)] + [\Phi_j(t-t_i)^T MK_j^{-1} \cos(\vartheta t_i) - MK_j^{-1} \cos(\vartheta t)] \vartheta \quad (j = 1, 2). \quad (14)$$

Для принятых рабочих параметров модели резонансные колебания РДМ газопровода по 1-й собственной форме возникают при скорости ветрового потока $v = 2,952$ м/с. Численная реализация задачи проводилась в математической системе MatLab. Шаг временного анализа в стационарных режимах составлял от $\Delta t = 0,01$ с до $\Delta t = 0,02$ с. В переходных режимах шаг интегрирования на интервалах поиска критических точек варьировался до 10^{-7} с.

Приведенные графики резонансных амплитуд

в БМ и МОС доказывают эффективность работы ОГ в качестве ограничителя резонансных колебаний (рис. 3). В наиболее удаленном от устройства ОС 1-м пролете максимальные виброперемещения центрального узла, $y_3(t)$ не превышают 1 см (при $t = 9$ с) и больше уже не увеличиваются с течением времени, в отличие от той же величины в БМ. Наибольший эффект от гашения колебаний возникает в среднем пролете, где установлено устройство ОС. В узле крепления устройства максимальная амплитуда виброперемещений составляет $y_{28}(t) = 0,374$ см (в момент времени $t = 12,7$ с), что почти в 3 раза меньше максимальных значений $y_3(t)$ в той же модели 1-го пролета. Главное же преимущество МОС перед БМ состоит в том, что резонансные амплитуды на всей временной оси больше не возрастают. При работе МОС происходит периодическое изменение жесткости системы и вместе с ней - ее частотных спектров. Это позволяет в каждом цикле отстраивать систему от резонанса, а в конечном итоге управлять резонансными амплитудами, ограничивая их значения до безопасного уровня.

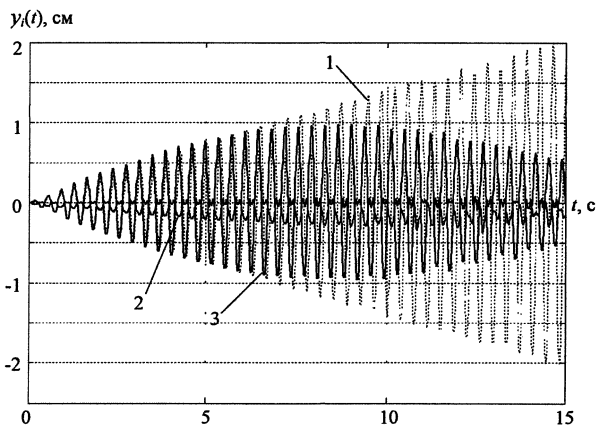


Рис. 3. Осциллограммы перемещений центральных сечений 1-го (крайнего) и 6-го (среднего) пролетов РДМ: 1 - $y_3(t)$ в 1-м, $y_{28}(t)$ в 6-м пролетах БМ; 2 - $y_{28}(t)$ в 6-м пролете МОС; 3 - $y_3(t)$ в 1-м пролете МОС

Поведение системы в переходных режимах показано на рис. 4. Осциллограммы перемещений узла крепления стального троса (устройства гашения колебаний) построены при различных его жесткостях. При циклической смене расчетных моделей в момент натяжения стального троса происходит вынужденный и резкий переход кинетической энергии в потенциальную. Причем этот переход происходит гораздо быстрее, чем в БМ, и определяется десятками (и даже сотыми) долями от периода основного тона. С увеличением жесткости ОС, обмен энергиями становится более интенсивным и коротким по времени. Поэтому зона локализации ОС характеризуется уплотненным режимом колебаний с преобладанием в реакции системы высших гармоник. Это, в частности, хорошо видно на примере кривой 3 виброперемещений $y_{28}(t)$, построенной для случая погонной жесткости $EA/l_m = 10^8$ кН/м, где l_m - длина троса (рис. 4).

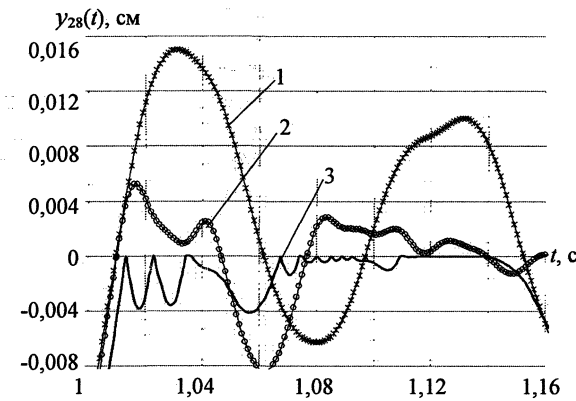


Рис. 4. График виброперемещений $y_{28}(t)$ центрального сечения МОС в узле крепления стального троса при различной жесткости EA/l_m : 1 – 10^3 кН/м; 2 – $5 \cdot 10^3$ кН/м; 3 – 10^8 кН/м

Эффективность работы системы во многом зависит от правильного подбора жесткости ОС. Слишком малая жесткость связи оказывает слабый эффект на гашение резонансных амплитуд (кривая 1, рис. 4). Слишком большая жесткость вызывает резкое возрастание ударной нагрузки на стальной трос и поверхность трубы в каждом цикле колебаний, что понижает надежность и долговечность конструкции (кривая 3). При оптимальном выборе жесткости ОС ($EA/l_m = 5 \cdot 10^3$ кН/м, стальной канат $\varnothing 11,5$ мм; кривая 2) переход от БМ к МДУС происходит «мягче» по сравнению с вариантом высокой жесткости ОС (кривая 3), в результате чего снижаются продольные усилия в тросе. В то же время, при таком выборе жесткости, перемещения точки крепления связи относительно невелики по сравнению с вариантом модели малой жесткости ОС (кривая 1), что заметно сказывается на повышении эффекта гашения опасных колебаний.

Более полную картину нелинейной работы системы иллюстрируют осциллограммы парамет-

ров динамической реакции на рис. 5. В режиме колебаний МДУС перемещения $y_{28}(t)$ всюду > 0 (кривая 1, рис. 5), поэтому стальной трос на данных временных интервалах испытывает растяжение (вертикальные пики на кривой 2). Так как в момент натяжения троса кинетическая энергия движения внезапно трансформируется в потенциальную (упругую) энергию, то одновременно с появлением растягивающих усилий в тросе происходит резкая активизация восстанавливающих сил - $R_{28}(t)$ (вертикальные пики на кривой 3).

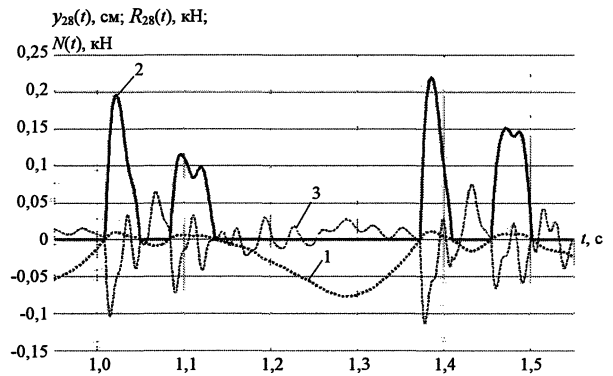


Рис. 5. Осциллограммы параметров динамической реакции в центральном узле среднего пролета МОС при жесткости $EA/l_m = 2 \cdot 10^3$ кН/м: 1 – виброперемещение $y_{28}(t)$; 2 – $N(t)$ растягивающие усилия в стальном тросе; 3 – восстанавливающие силы $R_{28}(t)$

Представленные результаты свидетельствуют о широких возможностях временного анализа в динамических системах с конструктивной нелинейностью. Разработанные математические модели нелинейного расчета делают предложенный подход в высокой степени поддающимся алгоритмизации и доступным к реализации прикладных задач динамики сооружений, включая обширный класс динамических задач с нестационарными процессами.

Литература

1. Рабинович, КМ. Вопросы теории статического расчета сооружений с односторонними связями / КМ. Рабинович. - М.: Стройиздат, 1975. - 145 с.
2. Перельмутер, А.В. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа / А.В. Перельмутер, В.К. Сливкер. - Киев: Кзд-во «Сталь», 2002. - 600 с.
3. Бакунин, В.Н. Численное моделирование механических систем с односторонними ограничениями характеристик динамического взаимодействия их частей / В.Н. Бакунин, Г.Н. Колесников, М.К. Раковская - <http://www.nkfi.ru/conference/2006/9.doc>
4. Пат. на полезную модель 66000 Российская федерация, МПК⁷ F16L55/033, F16L3/00. Устройство для гашения резонансных колебаний трубопровода / А.К. Потапов, Н.В. Дегтярева, Е.В. Бе-

режкова, А.Е. Павленко. - № 2007109081/22; за-
явл. 12.03.2007; опубл. 27.08.2007, Бюл. № 24. - За

5. Пановко, Я.Г. Устойчивость и колебания
упругих систем / Я.Г. Пановко, И.И. Губанова-
М.: Наука, 1967. - 420 с.

6. Потапов, АН. Динамический анализ дис-
кретных диссипативных систем при нестационар-

ных воздействиях / АН Потапов.- Челябинск:
Изд-во ЮУрГУ, 2003. - 167 с.

7. Указания по расчету на прочность и виб-
рацию технологических стальных трубопроводов.
РТМ 38.001-94. -М-1995.

Поступила в редакцию 26 февраля 2009 г.

Потапов Александр Николаевич, доктор технических наук, профессор, заве-
дующий кафедрой «Строительная механика» ЮУрГУ.

Область научных интересов: временной анализ дискретных диссипативных систем
при нестационарных процессах.

Контактный телефон: 8 (351) 267-90-00, e-mail: alnipo@mail.ru

Alexander N. Potapov, doctor of technical science, professor, head of the Structural
Mechanics department of South Ural State University.

Scientific interests: time analysis of the discrete dissipative systems under the nonsta-
tionary processes.

Contact phone: 8 (351) 267-90-00, e-mail: alnipo@mail.ru

Дегтярева Наталья Владимировна, аспирант кафедры «Строительная механика»
ЮУрГУ.

Область научных интересов: аэродинамическая неустойчивость надземных газо-
проводов.

Контактный телефон: 8 (351) 267-90-00, e-mail: degtnata@yahoo.com

Nataliya V. Degtyareva, post-graduate student of the Structural Mechanics department
of South Ural State University.

Scientific interests: the aerodynamic instability of elevated gas pipelines.

Contact phone: 8 (351) 267-90-00, e-mail: degtnata@yahoo.com