На правах рукописи

ПАНЮКОВ Анатолий Васильевич

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПОСТРОЕНИЯ И ИДЕНТИФИКАЦИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО РАЗМЕЩЕНИЯ

ИССЛЕДОВАНИЕ, АЛГОРИТМЫ, ПРИМЕНЕНИЯ

05.13.16 – применение вычислительной техники, математического моделирования и математических методов в научных исследованиях

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва – 1999

Работа выполнена в Южно-Уральском государственном университете.

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук, профессор **Афанасьев А. П.**;
доктор физико-математических наук, профессор **Миронов А. А.**;
доктор физико-математических наук, профессор **Цурков В. И.**

Ведущее предприятие - Уральский государственный университет.

Защита состоится "28" октября 1999 г. в 15 час. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д002.32.06 при Вычислительном центре РАН по адресу:
117967, Москва, ГСП-1, ул. Вавилова, 40, Вычислительный центр РАН.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Вычислительного центра РАН.

Автореферат разослан "21" сентября 1999 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Швартин С. М.

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Первые попытки анализа задач размещения с целью нахождения приемлемого решения относятся к XVII столетию. В настоящее время эти задачи стали предметом тщательного математического и численного анализа при исследованиях в самых различных научных областях, в числе которых – архитектура, география, геология, геофизика, исследование операций, проектирование, управление, экономика и др. Следует отметить, что в последнее время акценты исследований по задачам размещения существенно сместились на разработку программных средств, направленных на решение прикладных задач.

Наиболее изученной является простейшая задача размещения и ее вариации. Здесь следует отметить работы В.Л.Береснева, Э.Х.Гимади, В.Г.Дементьева, В.П.Гришухина, В.А.Емеличева, В.А.Трубина, В.Р.Хачатурова. Другой известной математической моделью задач размещения является квадратичная задача о назначении. Многие существенно упрощённые частные случаи квадратичной задачи о назначении остаются $\mathcal{NP}$–трудными в сильном смысле. Некоторые полиномиально разрешимые частные случаи квадратичной задачи о назначении найдены М.А.Иорданским и Г.Г.Забудским. Идейно близкой к квадратичной задаче о назначении является задача Вебера. Для задачи Вебера полностью исследованы лишь частные случаи, когда пространством для размещения является $\mathbf{R}^2$ с прямоугольной метрикой (В.А.Трубин, Д.К.Замбицкий и Д.Д.Лозовану, R.L.Francis, J.A.White) и евклидовой метрикой (В.А.Виттих, Б.В.Калинин, В.А.Цыбатов, H.W.Khun, R.E.Kuenne). В тоже время большое число практических задач требуют эффективных алгоритмов решения задачи Вебера общего вида.

Математическими моделями проблем размещения линейных объектов являются задачи маршрутизации в графах и задачи синтеза транспортной сети. Наиболее сложными задачами маршрутизации являются задачи типа комивояжера. Подобные задачи рассмотрены в работах И.Х.Сигала, И.И Меламеда, С.И.Сергеева и др. авторов. Наиболее сложными задачами синтеза транспортной сети являются задачи типа Штейнера. Особенностями большого числа важных для теории и практики задач Штейнера являются: 1) мощность множества V всех вершин существенно больше мощности множества Q терминальных вершин;

2) граф (V, E) в условиях задачи представляет математическую модель территории и поэтому, как правило, разрежен, достаточно регулярен и близок к планарному. Для решения подобных задач могут быть использованы: асимптотически оптимальный алгоритм А.И.Ерзина; приближенные алгоритмы А.В.Злотова и В.Р.Хачатурова; эвристические алгоритмы Д.Т.Лотарева. Все отмеченные алгоритмы не являются точными. Более того, они не гарантируют, что построенное решение является локальным экстремумом, т.е. лучшим среди решений определенного множества. Вопрос построения эффективных локальных алгоритмов для задачи Штейнера и ее обобщений оставался открытым.

Математической моделью многих проблем размещения плоских объектов является задача размещения прямоугольных объектов с минимальной длиной связывающей сети. Большинство эвристических и стохастических алгоритмов размещения прямоугольных объектов использует метод последовательно-одиночного размещения (И.О.Ахмедов, Л.Н.Плужников, И.Х.Сигал, Ю.Г.Стоян). Основным недостатком метода последовательно-одиночного размещения является недостаточное качество построенных с его помощью решений, в частности из-за неудачного выбора последовательности размещения объектов и из-за жесткой фиксации ранее размещенных объектов. Первая из указанных причин устраняется использованием метода последовательно-одиночного размещения в совокупности с методами оптимизации на перестановках, определяющих последовательность размещения объектов (Ю.Г.Стоян, 1979). Тем не менее, остается невозможность гарантированного построения локального экстремума задачи. Точные алгоритмы решения задачи размещения прямоугольных объектов используют формализацию данной задачи в виде задачи целочисленного линейного программирования (С.В.Жак, А.Б.Зинченко). Недостатком указанного подхода является большая размерность вектора двоичных переменных, причем отдельному размещению из n объектов могут соответствовать $O(4^{n^2})$ различных векторов двоичных переменных, что делает эффективность данных алгоритмов особенно низкой для задач, имеющих достаточно много допустимых решений. В этом случае более целесообразной представляется попытка улучшения качества текущего решения более эффективными алгоритмами локальной оптимизации. Однако вопрос построения эффективных локальных алгоритмов для данной задачи оставался открытым.

Для многих задач размещения, встречающихся в автоматизированных системах управления и проектирования, характерно наличие большого числа индивидуально малозначимых объектов. Для качественного анализа оптимального решения в этом случае представляется целесообразным переход к задаче размещения континуума объектов, протяженность которых моделируется заданием меры на σ-алгебре подмножеств размещаемых объектов. Такой подход применялся Л.В.Канторовичем при построении континуальных аналогов транспортной задачи. Однако подобные методы качественного анализа задач размещения протяженных объектов отсутствуют.

Задача идентификации размещения, заключающаяся в локализации источника физического поля по результатам наблюдения в некоторых точках, относится к классу обратных задач. Основная сложность, возникающая при разработке методов решения обратных задач состоит в нахождении корректных формулировок условий задачи и построении устойчивых (т.е. мало чувствительных к погрешностям моделирования) алгоритмов. Общие методы решения обратных задач рассмотрены в монографиях А.Н.Тихонова и В.Я.Арсенина; А.М.Денисова; В.А.Морозова; В.В.Васина, В.К.Иванова и В.П.Тананы; М.М.Лаврентьева и в других работах. Однако прямое использование описанных приемов приводит к сложным итеративным процедурам, имеющим зачастую недостаточную скорость сходимости. Для получения более эффективных устойчивых алгоритмов необходимо учитывать специфику задачи. В работе подробно рассматривается задача определения координат точки размещения произвольно ориентированного электрического диполя по результатам однопунктового наблюдения индуцируемого им электромагнитного поля. Практическая значимость данной модели состоит в том, что она адекватно описывает задачу местоопределения гроз для расстояний от 30kM до 150kM. Данный факт имеет теоретическое обоснование *(M.A.Uman, 1969; И.И.Кононов, 1970 г.)* и подтвержден многочисленными практическими экспериментами, проведенными ГГО им. А. И. Воейкова, с использованием выпускавшегося отечественной промышленностью грозопеленгатора-дальномера "Очаг 2П". Алгоритмы местоопределения, использованные в изделии "Очаг 2П", предполагают вертикальность эквивалентного диполя грозового разряда. Проведенные эксперименты показали возможность получения значительных ошибок, обусловленных принятием гипотезы о

вертикальности эквивалентного диполя источника излучения. Многочисленные попытки получения устойчивых алгоритмов местоопределения произвольно ориентированного электрического диполя оказывались неудачными. В диссертационной работе проведен математический анализ задачи, подтвердивший существенное влияние ориентации эквивалентного диполя на результаты измерения с помощью изделия "Очаг 2П", и найдены устойчивые алгоритмы решения задачи локализации дипольного источника излучения.

Отмеченные выше вопросы и необходимость их практического решения делают тему диссертации актуальной.

Цель и задачи исследования. Целью работы является разработка математических моделей, алгоритмов, программного обеспечения и их применения для проблем местоопределения гроз, проектирования объектов строительства и транспортных коммуникаций. Для получения эффективных решений перечисленных проблем в диссертации поставлены задачи: 1) провести исследование задачи Вебера для конечного множества; задачи размещения древовидной сети; задачи синтеза транспортной сети на цифровой модели местности; задачи размещения прямоугольных объектов с минимальной длиной связывающей их сети; методов качественного анализа оптимальных размещений; задачи местоопределения электрического диполя по индуцируемому им электромагнитному полю; 2) на основе проведенных исследований разработать программное обеспечение для ЭВМ.

Метод исследования. Для исследования применяются методы теории графов, линейного и дискретного программирования, функционального анализа, статистической радиотехники, а также математическое моделирование и имитационное моделирование на ЭВМ.

Научная новизна результатов состоит в следующем:

1. Изучен многогранник решений задачи Вебера на конечном множестве. Разработан псевдополиномиальный алгоритм для задачи Вебера общего вида и полиномиальный алгоритм для случая размещения ациклической сети. Создана библиотека программных модулей для решения задачи Вебера.

2. Исследован топологический подход к синтезу транспортных сетей. Найдены способы повышения эффективности решения задачи Штейнера на сверхбольших разреженных графах, использующие

понятие допустимости топологии и просто вычисляемые нижние оценки. Построен алгоритм решения задачи Штейнера на графе, основанный на синтезе топологии сети.

3. Доказаны свойства оптимальных решений задачи размещения разногабаритных прямоугольных объектов на плоскости с прямоугольной метрикой. Найдены псевдополиномиальные алгоритмы построения локально оптимальных размещений. Построен алгоритм нахождения точного решения по схеме метода ветвей и границ, имеющий более высокую эффективность, чем известные алгоритмы. Создан комплекс программ для решения данных задач.

4. Найдены способы упорядочения информации о недефектных дугах в базисных решениях задачи об оптимальном потоке, что позволило повысить эффективность решения последовательности "близких" транспортных задач и открыло способы построения параллельных алгоритмов ее решения.

5. Введена неатомическая модель задачи размещения протяженных объектов с минимальной длиной связывающей их сети. Дан способ аппроксимации неатомической задачи общего вида неатомической задачей с конечным числом классов эквивалентных объектов, решение которой сведено к задаче минимизации квадратичной формы с компактным самосопряженным оператором Грама на компактном в слабой топологии ограниченном выпуклом подмножестве гильбертова пространства. Найдены аналитические решения ряда модельных неатомических задач.

6. Найдены и исследованы робастные методы местоопределения произвольно ориентированного электрического диполя по его электромагнитному полю в заданной точке. Создан комплекс программ для системы местоопределения грозовых очагов в ближней зоне.

7. Найден общий подход к построению робастных алгоритмов решения задачи идентификации параметров системы линейных функциональных уравнений по ее правой части.

Связь работы с государственными программами. Часть исследований выполненно при проведении работ на кафедре прикладной математики Челябинского политехнического института им. Ленинского комсомола, связанных с разработкой математических моделей обустройства нефтяных месторождений Западной Сибири и соответствующего программного обеспечения для САПР "Нефть" института Гипротюменнефтегаз. Данные работы выполнялись в соответствии с планом научно-исследовательских работ по программе ГКНТ СССР ОЦ.026 (раздел 03.02.06), хоздоговорным и госбюджетным темам No ГР 01.820.075.098 (инв. NN отчетов во ВНТИЦ 02820061397, 02830064614, 02840081991), No ГР 01.960.009489 (инв. No отчета во ВНТИЦ 02970000159), No ГР 01.940.004404 (инв. No отчета во ВНТИЦ 0250001193).

В период с 1992-95 гг. под руководством автора проводились исследования по теме диссертации, финансировавшиеся грантом 93-1-109-29 конкурсного центра по исследованиям в областях математики и физики Госкомвуза РФ (соруководитель) и грантом конкурсного центра по исследованиям в области радиоэлектроники Госкомвуза РФ. В настоящее время работы по теме диссертации финансируются грантом 45Гр-98 конкурсного центра по грантам в области энергетики и электротехники при МЭИ (No ГР 01.980006959) и госбюджетной темой No ГР 01.980006118.

П актическая ен:ость и е: из. ия ез льтат. боты. Основные результаты диссертации – математические модели и методы решения ряда задач размещения, а также созданное на их основе программное обеспечение, прошедшее приемо-сдаточные испытания и государственную регистрацию.

Результаты работы внедрены

- ЗАО "Гипротюменнефтегаз" в технологическую линию проектирования нефтяных и газовых месторождений Западной Сибири;
- ЗАО "НИИИТРК" в грозопеленгатор-дальномер "Очаг";
- в учебный процесс ЮУрГУ.

Апробация работы. Основные результаты и положения работы докладывались и обсуждались на следующих научных мероприятиях:

- II (Улан-Удэ, 1982) и III (Ташкент, 1984) Всесоюзные совещания

"Методы и программы решения оптимизационных задач на графах и сетях" ;

- VIII (Нарва-Йыэссуу, 1984) IX (Минск, 1986), X (Нарва-Йыэссуу, 1988 г.) и XII (Нарва-Йыэссуу, 1992) всесоюзные симпозиумы "Системы программного обеспечения решения задач оптимального планирования" ;

- VII (Свердловск, 1991), VIII (Екатеринбург, 1993), IX (Екатеринбург, 1995), X (Екатеринбург, 1997) и XI (Екатеринбург, 1999) конференции Ассоциации математического программирования;

- IX (Тернополь, 1984), XI (Челябинск, 1986), XII (Тамбов, 1987) и VXI (Нижний Новгород, 1991) Всесоюзные школы по теории операторов в функциональных пространствах;

- III (Звенигород, 1985) и V (Звенигород, 1990) Всесоюзные семинары "Методы синтеза и планирования развития структур крупномасштабных систем"

- Всесоюзные семинары "Применение автоматизированных систем в проектировании объектов строительства" (ЦНИПИАСС Госстроя СССР, Новосибирск, 1981); "Программное обеспечения для гибких автоматизированных производств" (Центрпрограммсистем, Калинин, 1985); II школа-семинар по вопросам автоматизированного проектирования объектов строительства (РИСИ, Туапсе, 1987 г.); II всесоюзный семинар "Роботы и гибкие производственные системы" (ИПУ АН СССР, Челябинск, 1988); IX Всесоюзное совещание по проблемам управления (ИПУ АН СССР, Ереван, 1983); IV всесоюзный симпозиум по атмосферному электричеству (Нальчик, 1990);

- II республиканская конференция "Проблемы вычислительной математики и автоматизации научных исследований" (Ин-т математики Казахской ССР, Алма-Ата, 1988); Республиканское совещание "Численные методы и средства проектирования и испытания элементов твердотельной электроники" (ТГТУ, Таллинн, 1989);

- Конференция "Обратные и некорректно поставленные задачи" (МГУ, Москва, 1998);

- IV Международный конгресс по вычислительной и прикладной математике (Льювен, Бельгия, 1990);

- международные конференции: – IX ICAE (Санкт-Петербург, 1992); "Актуальные проблемы фундаментальных наук" (Москва, 1994): "Комбинаторная оптимизация – 94" (Амстердам, Нидерланды, 1994); "Математические алгоритмы" (Нижний Новгород, 1995); "Параметрическая идентификация и обратные задачи гидрологии, геологии и экологии" (Карлсруэ, Германия); "Обратные и некорректно поставленные задачи" (Москва, 1996); XXIII ICLP (Флоренция, Италия, 1996); XXIV ICLP (Бирмингам, Великобритания, 1998); SCOR-98 (Новосибирск, 1998); "Nonsmooth and discontinuous problems of control and optimization" (Челябинск, 1998);

- XI Международная Байкальской школа-семинар (Иркутск, 1998);

- на научных семинарах Института кибернетики АН УССР, Института проблем машиностроения АН УССР, Вычислительного центра РАН, Южно-Уральского государственного университтета и Челябинского государственного университета.

Публикации. По теме диссертации опубликовано более 100 работ. В их числе – 24 авторских свидетельств на изобретения и зарегистрированных программ для ЭВМ; 17 статей в рецензируемых журналах; 4 учебных пособия.

Структура работы. Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения, списка литературы (191 наименование) и приложения, изложенных на 250 страницах, 32 рисунков.

Основное содержание работы

Во введении обоснована актуальность исследуемой проблемы, сформулирована цель работы, кратко охарактеризована научная новизна и практическая значимость полученных результатов, их апробация, отмечена связь проблемы с планами научных исследований, приведены сведения о расположении материала по разделам работы.

Первая глава работы посвящена задаче построения оптимального размещения конечного множества взаимосвязанных точечных объек-

тов (*задаче Вебера*) $\Theta(G, V, b, c)$, которая состоит в нахождении

$$\varphi^* = \arg\min_{\varphi: J \to V} \sum_{j \in J} c(j, \varphi(j)) + \sum_{[i,j] \in E} b([i,j], \varphi(i), \varphi(j))$$

для заданного графа $G = (J, E)$, множества V, симметричного отображения $b: E \times V^2 \to \mathbf{Z}$, и отображения $c: J \times V \to \mathbf{Z}$.

Данная задача является ослабленной версией квадратичной задачи о назначении, которая не требует инъективности отображения φ. Для задачи Вебера полностью исследован лишь частный случай, когда пространство для размещения имеет прямоугольную метрику *(R.L.Francis, J.A.White, 1974; В.А.Трубин, 1978; Д.К.Замбицкий, Д.Д.Лозовану, 1983)*.

В данной работе установлено, что в общем случае задача Вебера на графе является $\mathcal{NP}$-полной, однако, возможной оказывается ее постановка в виде задачи целочисленного линейного программирования

$$\sum_{j \in J,\ m \in V} y_m^j c(j, m) + \sum_{[i,j] \in E,\ m,n \in V} v_{m,n}^{i,j} b([i,j], m, n) \to \min_{(y,v) \in M_z},$$

допустимое множество M_z которой определяется системой ограничений

$$(\forall i \in J) \left(\textstyle\sum_{m \in V} y_m^i = 1,\right); \tag{1}$$

$$(\forall [i,j] \in E,\ \forall m \in V) \left(\textstyle\sum_{n \in V} v_{m,n}^{i,j} = y_m^i, \quad \sum_{n \in V} v_{m,n}^{j,i} = y_m^i,\right); \tag{2}$$

$$y \geq 0, \qquad v \geq 0, \tag{3}$$

$$(\forall i \in J,\ \forall m \in V) \left(y_m^i \in \{0, 1\}\right); \tag{4}$$

$$(\forall [i,j] \in E,\ \forall m, n \in V) \left(v_{m,n}^{i,j} \in \{0, 1\}\right). \tag{5}$$

Данная задача, как показывает следующая теорема, имеет квазицелочисленный релаксационный многогранник решений.

Теорема 1 *Пусть M_z - множество, удовлетворяющее системе ограничений (1)-(5), M - многогранник, удовлетворяющий системе ограничений (1)-(3). Тогда всякое ребро многогранника* $\mathrm{conv} M_z$ *является ребром многогранника M* ■

Таким образом, решение рассматриваемой задачи возможно с помощью целочисленной версии симплекс-метода.

Важным для практики является частный случай задачи Вебера, когда граф связей $G = (J, E)$ – дерево. Рассмотрим данный случай более подробно. Пусть $N = \mathrm{card} J$. Выделение вершины $j_N \in J$ в качестве корня индуцирует на J отношение частичного порядка

$$R = \{(i, j) : \ i, j \in J, \ j \text{ принадлежит цепи в } G \text{ между } i \text{ и } j_N\}.$$

В дальнейшем будем считать, что индексация элементов множества $J = \{j_k\}_{k=1}^N$ удовлетворяет условию $(j_l, j_m) \in R \ \rightarrow \ l < m$. Предка вершины $j_l \in J$ обозначим через $F(j_l) : \ F(j_l) = j_n : \ [j_l, j_n] \in E, l < n$. Через $G(K)$, $K \subset J$ обозначим поддерево дерева G с множеством вершин K. Через $\phi(\cdot)|_X$ – сужение отображения ϕ на множество X. Алгоритм решения задачи Вебера в данном случае состоит в построении последовательности $\{\Theta_n = \Theta(G_n, V, b, c_n)\}_{n=1}^N$ задач, в которой $G_1 = G$, $c_1 = c$, а задача Θ_{n+1}, $n = 1, 2, \ldots, N-1$ строится по задаче Θ_n с помощью следующего *шага редукции* $\forall v \in V$

$$G_{n+1} = (J_{n+1}, E_{n+1}) = G_n(J_{n+1}), \qquad J_{n+1} J_n \setminus \{j_n\},$$
$$(\forall j \in J_{n+1} \setminus \{F(j_n)\}) \, (c_{n+1}(j, v) = c_n(j, v)),$$

$$c_{n+1}(F(j_n), v) = c_n(F(j_n), v) + \min_{k \in V} (c_n(j_n, k) + b([j_n, F(j_n)], k. v)). \quad (6)$$

Основные свойства данной схемы редукции устанавливает

Теорема 2 *Если последовательность задач $\{\Theta_n\}_{n=1}^N$ построена по формулам (6), то существуют такие решения $\{\phi_{\Theta_n}\}_{n=1}^N$ этих задач, что*

$$\phi_{\Theta_n} = \phi_\Theta|_{J_n},$$
$$f_{\Theta_n}(\phi_{\Theta_n}) = f_{\Theta_{n-1}}(\phi_{\Theta_{n-1}}),$$
$$\phi_\Theta(j_N) = \arg\min_{k \in V} c_N(j_N, k),$$
$$\phi_\Theta(j_n) = \arg\min_{k \in V} (c_n(j_n, k) + b([j_n, F(j_n)], k, v)) \ \blacksquare$$

Алгоритм решения рассматриваемого случая задачи Вебера состоит из двух фаз: фазы последовательной редукции и фазы построения оптимального размещения вершин дерева G в множестве V. Фаза последовательной редукции состоит построении последовательности задач

$\{\Theta_n\}_{n=1}^N$. Фаза построения оптимального размещения состоит в последовательном определении $\phi_\Theta(j_N), \phi_\Theta(j_{N-1}), \ldots, \phi_\Theta(j_1)$ в соответствии с теоремой 2. Таким образом, рассматриваемый случай задачи Вебера является полиномиально разрешимым. Алгоритм ее решения имеет вычислительную сложность $\mathrm{card}J \cdot \mathrm{card}^2 V$.

В заключении первой главы рассмотрены вопросы эффективной программной реализации при различных алгоритмических способах задания функций $b: E \times V^2 \to \mathbf{R}$, и $c: J \times V \to \mathbf{R}$. Приведены сведения о библиотеке программных модулей VPROB для решения задачи Вебера при различных способах задания исходных данных.

Во **второй главе** работы результаты первой главы используются для построения алгоритмов решения задачи Штейнера на графе и близких к ней. *Задача Штейнера на графе* состоит в нахождении для данного неориентированного графа (V, F) с длинами ребер $\{d_{ij} > 0 | (i,j) \in F\}$ и с *выделенным подмножеством* $Q \subset V$ *связного подграфа* $S = (V_S, F_S)$ минимальной длины, для которого $Q \subset V_S$. Известно, что оптимальное решение S задачи Штейнера (и ряда ее обобщений) – дерево, называемое в литературе *деревом Штейнера*. Граф $T = (Q \cup U_T, E_T)$, со следующими свойствами: 1) любая вершина $u \in U_T$ (*точка Штейнера*) инцидентна точно трем ребрам; 2) любая вершина $q \in Q$ инцидентна точно одному ребру; 3) граф S получается в результате оптимального размещения дерева T в графе (V, F) – называют *топологией дерева Штейнера* S.

В случаях когда граф (V, F) является разреженным, а величина отношения $\mathrm{card}(V)/\mathrm{card}(Q)$ достаточно велика наиболее эффективными являются методы, основанные на синтезе топологии сети. Данные методы используют двухуровневую схему решения: на нижнем уровне определяется размещение точек Штейнера для сети с топологией, передаваемой с верхнего уровня; на верхнем уровне осуществляется синтез топологии сети.

Задача $\Xi((V, F), d, T)$ построения сети Штейнера с топологией T (*T-оптимальной сети*) представляет эффективно решаемый вариант задачи Вебера, рассмотренный во второй главе данной работы. В исследуемой здесь схеме повышена эффективность использования рассмотренных ранее алгоритмов решения задачи Вебера и получена возможность формирования нижней оценки частичного дерева Штейнера за счет модификации процедуры редукции (6). Модифицированная про-

цедура редукции исходной задачи $\Xi((V,F),d,T) = \Xi_0$ к задаче $\Xi_N = \Xi((V_N,F_N),d_N,T_N)$, $N = \mathrm{card}(U_T)$ о кратчайшем пути состоит из шагов редукции

$$\Xi_n = \Xi((V_n,F_n),d_n,T_n) \to \Xi_{n+1} = \Xi((V_{n+1},F_{n+1}),d_{n+1},T_{n+1}),$$
$$n = 0,1,\dots N-1$$

вида

$$\begin{gathered}
L_{n+1} = L_{n+1}(i(s_{n+1}),j(s_{n+1}))\\
V_{n+1} = V_n \cup \{s_{n+1}\};\quad F_{n+1} = F_n \cup \{(s_{n+1},j):\ j \in L_{n+1}\};\\
Q_{n+1} = (Q_n \setminus \{i(s_{n+1}),j(s_{n+1})\}) \cup \{s_{n+1}\};\quad U_{T_{n+1}} = U_{T_n} \setminus \{s_{n+1}\};\\
E_{T_{n+1}} = E_{T_n} \setminus \{(i(s_{n+1}),s_{n+1}),(j(s_{n+1}),s_{n+1})\}\\
(\forall (i,j) \in F_n)\ d_{n+1}(i,j) = d_n(i,j);\\
(\forall j \in L_{n+1})\ d_{n+1}(s_{n+1},j) = \rho_n(i(s_{n+1}),j) + \rho_n(j(s_{n+1}),j) - A_{n+1}.
\end{gathered} \tag{7}$$

Здесь $i(s_{n+1}), j(s_{n+1})$ – сворачиваемые на n-м шаге редукции вершины; $\rho_n(v,w)$ – длина кратчайшего пути между вершинами $v,w \in V_n$;

$$L_{n+1}(i,j) = \{v:\ \rho_n(i,v) \le R_n(i)\} \cap \{v:\ \rho_n(j,v) \le R_n(j)\},$$

$R_n(v) = \min_{w \in Q_n} \rho_n(v,w)$ расстояние от вершины v до ближайшей вершины $w \in Q_n$;

$$A_{n+1} \in [0, \rho_n(i(s_{n+1}),j(s_{n+1})]. \tag{8}$$

Топологию T связывающей сети назовем *допустимой*, если при любой возможной процедуре редукции $P(T):\ \Xi_0 \Rightarrow \Xi_{N-1}$ на каждом ее шаге $n = 1,2,\dots N-1$ имеет место неравенство $L_n \ne \emptyset$.

Оптимальное решение задачи Штейнера имеет допустимую топологию. Чтобы использовать понятие допустимости для ограничения перебора при поиске оптимальной топологии, на каждом шаге $n = 0,1,2,\dots N-1$ процедуры редукции введены графы (P_n,H_n), называемые в дальнейшем *графами допустимых сверток*, в которых

$$(\forall l,k \in P_n)\ (([l,k] \in H_n) \Rightarrow (L_n(l,k) \ne \emptyset)).$$

Приведенная схема декомпозиции и графы допустимых сверток используются для нахождения как точного, так и ϵ-приближенного решения с использованием метода ветвей и границ. Корню B_0^0 дерева решений ставится в соответствие граф (P_0^0,H_0^0) допустимых сверток, в котором

$$(\forall l,k \in P_0^0)\ (([l,k] \in H_0^0) \Leftrightarrow (L_0^0(l,k) \ne \emptyset)).$$

Пусть (P_n^m, H_n^m) – граф допустимых сверток вершины B_n^m дерева решений. Для ветвления выбирается ребро $[p,q] \in H_n^m$. Потомками данной вершины являются вершины B_{n+1}^{2m} и B_{n+1}^{2m+1} с графами допустимых сверток $(P_{n+1}^{2m}, H_{n+1}^{2m})$ и $(P_{n+1}^{2m+1}, H_{n+1}^{2m+1})$, в которых

$$P_{n+1}^{2m} = (P_n^m \setminus \{p,q\}) \cup \{s(p,q)\};$$
$$H_{n+1}^{2m} = (H_n^m \setminus \{[r,t]:\ r \in \{p,q\}\}) \cup \{[s(p,q),t]:\ t \in L_{n+1}^{2m}(p,q)\};$$
$$P_{n+1}^{2m+1} = P_n^m; \quad H_{n+1}^{2m+1} = H_n^m \setminus \{[p,q]\};$$

где $s(p,q)$ – точка Штейнера, смежная вершинам p и q, $L_{n+1}^{2m}(p,q)$ – множество точек размещения для $s(p,q)$.

Нижнюю оценку длины дерева Штейнера будем вычислять по двум слагаемым: $\widehat{L}(V_n^m)$ – оценка длины той части сети, с которой проводились операции редукции; $\widetilde{L}(V_n^m)$ – оценка длины оставшейся части сети, составляющая половину длины дерева Прима в полном графе $(P_n^m, E(P_n^m))$ с длинами ребер $[p,q]$ равными длине кратчайшего пути $\rho_n^m(p,q)$ в графе (V_n^m, F_n^m). Очевидно, что

$$\widetilde{L}(V_{n+1}^{2m+1}) = \widetilde{L}(V_n^m), \quad \widehat{L}(V_{n+1}^{2m+1}) = \widehat{L}(V_n^m), \quad \widehat{L}(V_{n+1}^{2m}) = \widehat{L}(V_n^m) + A_n^m.$$

Выбор конкретных значений параметров A_n^m из интервала (8) и правил ветвления осуществляются исходя из особенностей решения конкретного класса задач. Наилучшие нижние оценки получаются при максимально возможных значениях параметра A_n^m.

<u>**Третья глава**</u> работы посвящена задаче построения оптимального размещения конечного множества взаимосвязанных прямоугольных объектов. Формальная постановка задачи заключается в нахождении для заданного множества J объектов и симметричных неотрицательных функций $c, r, d : J^2 \to \mathbf{Z}^{+2}$, такого отображения (способа размещения) $\psi = (\psi_1, \psi_2) :\ J \to \mathbf{Z}^2$, при котором достигает минимума функционал

$$F(\psi) = \sum_{i=1}^{2} \sum_{l,k \in J} c_i(l,k)\,|\psi_i(l) - \psi_i(k)| \to \min_{\psi \in \Psi}, \tag{9}$$

где допустимые размещения определяются следующей системой ограничений

$$(\forall l,k \in J)\left(\max_{i \in \{1,2\}} \{|\psi_i(l) - \psi_i(k)| - r_i(l,k)\} \geq 0\right), \tag{10}$$

$$(\forall l,k \in J,\ \forall i \in \{1,2\})\,(|\psi_i(l) - \psi_i(k)| \leq d_i(l,k)). \tag{11}$$

Для решения практических задач в основном используют эвристические алгоритмы, построенные либо на использовании силовых аналогий *(Quinn N.R., 1979)*, либо на методе последовательно одиночного размещения *(Ю. Г. Стоян, 1977)*. Точные алгоритмы *(А. Б. Зинченко, 1979)* решают за приемлемое время задачи, когда $|J| < 10$.

В работе найден способ построения серии локальных алгоритмов решения задачи (9)-(11), позволяющих как улучшать качество решений, найденных другими алгоритмами, так и генерировать варианты размещения. В основе предлагаемых в работе алгоритмов решения данной задачи лежит ее декомпозиция на дискретную и непрерывную подзадачи. Пусть (R_1, R_2) – пара бинарных антирефлексивных антисимметричных отношений на J, имеющих взаимно-дополняющие симметричные замыкания, положим

$$\Psi(R_i) = \{\psi_i : J \to \mathbf{R} \mid (\forall (l,k) \in R_i)\,(\psi_i(l) - \psi_i(k) \geq r_i(l,k))\}, \tag{12}$$

$$\mathcal{F}(R_1, R_2) = \min_{\psi_1 \in \Psi(R_1),\ \psi_2 \in \Psi(R_2)} F(\psi_1, \psi_2). \tag{13}$$

Рассмотрим задачу

$$\mathcal{F}(R_1, R_2) \to \min_{(R_1,R_2):\ \Psi(R_1)\times\Psi(R_2)\subset\Psi}. \tag{14}$$

Если $(\widehat{R}_1, \widehat{R}_2)$ решение задачи (14) то решение задачи (9) равно

$$\widehat{\psi} = \arg \min_{(\psi_1,\psi_2)\in\Psi(\widehat{R}_1)\times\Psi(\widehat{R}_2)} F(\psi_1, \psi_2). \tag{15}$$

Соотношения (12)-(15) дают двухуровневую схему решения задачи (9)-(11). На нижнем уровне (задача (15)) определяется размещение оптимальное относительно упорядочения элементов, передаваемого с верхнего уровня. На верхнем уровне (задача (14)) определяется оптимальное упорядочение.

Решение задачи (15) нижнего уровня сводится к решению двух задач $\Theta(R_i, R_{3-i})$, $i \in \{1, 2\}$ построения потока минимальной стоимости в конечной сети:

$$\sum_{(l,k)\in R_i} (r_i(l,k)u_i(l,k) - d_i(k,l)u_i(k,l)) - \\ - \sum_{(l,k)\in R_{3-i}} d_i(l,k)\,(u_i(l,k) - u_i(k,l)) \to \max_{u_i\in\mathcal{D}(R_i,R_{3-i})},$$

где $\mathcal{D}(R_i, R_{3-i})$ определяется системой ограничений

$$(\forall l \in J)\left(\sum_{k:\ k\neq l}(u_i(k,l)-u_i(l,k))+\sum_{k:\ (k,l)\in R_{3-i}} w_i(k,l)-\right.$$

$$\left.-\sum_{k:\ (l,k)\in R_{3-i}} w_i(l,k)=\sum_{k:\ (k,l)\in R_i\cup R_{3-i}} c_i(k,l)-\sum_{k:\ (l,k)\in R_i\cup R_{3-i}} c_i(l,k)\right),$$

$$(\forall (k,l)\in R_{3-i})\,(2c_i(l,k)\geq w_i(k,l), w_i(l,k)\geq 0)\,,\quad (\forall k,l\in J)\,(u_i(k,l)\geq 0)\,.$$

Пусть $u(R_i, R_{3-i})$, $w(R_i, R_{3-i})$, $i\in\{1,2\}$ - оптимальные базисные решения задач $\Theta(R_i, R_{3-i})$, $i\in\{1,2\}$; $x(R_i, R_{3-i})$ - вектор двойственных переменных, соответствующих ограничениям равенствам. Связь между решениями $(\widehat{\psi}_1, \widehat{\psi}_2)$ задачи (15) нижнего уровня и задач $\Theta(R_i, R_{3-i})$, $i\in\{1,2\}$ верхнего уровня устанавливает

Теорема 3

$$(\forall l\in J)\left(\widehat{\psi}_1(l)=x_l(R_1,R_2),\ \widehat{\psi}_2(l)=x_l(R_2,R_1)\right)\ \blacksquare$$

Задача (14) верхнего уровня является $\mathcal{NP}$-трудной. Приведенная схема декомпозиции позволяет построить для ее решения различные алгоритмы локальной оптимизации. Обозначим через $\mathcal{B}(R_i, R_{3-i})$ множество базисных переменных решения $u(R_i, R_{3-i})$. Необходимые и достаточные условия локального экстремума в пространстве $\mathbf{R}^{2\mathrm{card}J}\ni\psi(J)$ устанавливают следующие теоремы

Теорема 4 *Если задачи $\Theta(R_i, R_{3-i})$, $i\in\{1,2\}$ имеют единственное решение и $(\widehat{\psi}_1, \widehat{\psi}_2)$ - локальный экстремум функционала F в пространстве $\mathbf{R}^{2\mathrm{card}J}$, то*

$$\begin{gathered}(\forall (l,k)\in R_i,\quad i\in\{1,2\})\\ (u_i(l,k)\in\mathcal{B}(R_i,R_{3-i})\Rightarrow |x_l(R_{3-i},R_i)-x_k(R_{3-i},R_i)|<r_{3-i}(l,k))\ \blacksquare\end{gathered}\tag{16}$$

Теорема 5 *Если для $u(R_i, R_{3-i})$, $x(R_i, R_{3-i})$, $i\in\{1,2\}$ выполнены условия (16), то $(\widehat{\psi}_1, \widehat{\psi}_2)$ - локальный экстремум функционала F в пространстве $\mathbf{R}^{2\mathrm{card}J}$* $\blacksquare$

Есть примеры локально оптимальных размещений и соответствующей им пары отношений, для которых не выполнено условие (16). Тем не менее имеет место

Теорема 6 *Пусть $\widehat{\psi}$ – локальный экстремум функционала F в пространстве $\mathbf{R}^{2\mathrm{card}J}$. Существует пара отношений (R_1, R_2), такая что $\widehat{\psi}_1 \in \Psi(R_1)$, $\widehat{\psi}_2 \in \Psi(R_2)$, а для решений задач $\Theta(R_i, R_{3-i})$, $i \in \{1,2\}$ выполнены условия (16)* ■

Для решения задачи построения локального экстремума в пространстве $\mathbf{R}^{2\mathrm{card}J} \ni \psi(J)$ разработан псевдополиномиальный алгоритм с вычислительной сложностью не более $O((m_0 - m_*)T)$, где m_0, m_* – значения функционала F соответственно на начальном и на оптимальном размещениях, T – вычислительная сложность используемого алгоритма построения оптимального потока.

Построить другие алгоритмы локальной оптимизации можно, например, задав метрику на множестве $\mathcal{R}$ всех пар бинарных антирефлексивных антисимметричных отношений на J, имеющих взаимнодополняющие симметричные замыкания,

$$\rho\left(\left(R_1^1, R_2^1\right),\ \left(R_1^2, R_2^2\right)\right) = \frac{1}{2}\left(\mathrm{card}\left(R_1^1 \Delta R_2^1\right) + \mathrm{card}\left(R_1^2 \Delta R_2^2\right)\right).$$

В работе предложен алгоритм локальной оптимизации в пространстве $\langle \mathcal{R}, \rho \rangle$, имеющий вычислительную сложность $O((m_0 - m_*)T\mathrm{card}J)$.

Для использования алгоритмов локальной оптимизации необходим вариант первоначального размещения. Такой вариант может быть получен как в интерактивном режиме, так и автоматически. В работе предложен алгоритм генерации первоначального размещения, использующий случайный наброс и эвристики.

Приведенная схема декомпозиции используется для нахождения как точного, так и ϵ-приближенного решения с использованием метода ветвей и границ. Дерево решений и оценки решений строятся на основе *релаксационного подхода. Первоначально задача минимизации функционала* F решается для множества Φ_0^0, определяемого системой ограничений (11). Если найденное решение удовлетворяет условиям (10), оно является решением задачи (9)-(11). В противном случае выбирается пара объектов $l, k \in J$, для которых не выполнено ограничение (10), и

производится элиминация

$$\left\{\psi \in \Phi : \max_{i\in\{1,2\}} \{|\psi_i(l) - \psi_i(k)| - r_i(l,k)\} < 0\right\},$$

из множества Φ_0^0 с последующим разбиением полученного множества на четыре выпуклых подмножества. Далее описанный процесс повторяется для каждого из полученных подмножеств. Разработан алгоритм, использующий стратегию обхода дерева решений в глубину и требующий $78\mathrm{card}^3 J + 40\mathrm{card} J$ слов оперативной памяти.

В заключении третьей главы даны сведения о разработанном комплексе программного обеспечения для решения задач размещения прямоугольных объектов. Данный комплекс программ содержит: (1) модуль DLOC построения локально оптимальных размещений по заданному допустимому размещению; (2) модуль RLOC генерации конкурентоспособных вариантов размещения для задач без ограничений на максимально допустимые расстояния, основанный на случайном поиске, механических аналогиях и локальной оптимизации; (3) модуль BBLOC построения ϵ-оптимального решения методом ветвей и границ.

<u>В четвертой главе</u> работы рассмотрены способы повышения эффективности алгоритмов для задачи построения оптимального потока. Практика показывает, что наиболее эффективным является использование прямых алгоритмов ее решения. Временная сложность этих алгоритмов определяется порядком проверки условия оптимальности небазисных дуг. Использование стандартных правил проверки приводит к просмотру почти всех небазисных дуг на заключительных итерациях алгоритма, что приводит к неоправданным затратам временных ресурсов. В работе рассмотрен способ уменьшения вычислительной сложности алгоритма за счет исключения просмотра дуг, заведомо удовлетворяющих условию оптимальности.

В работе предложены возможные способы уменьшения вычислительной сложности заключительных итераций прямого симплекс-алгоритма, основанные на упорядочении изучения базисного дерева. Будем считать базисное дерево T корневым с корнем в вершине i_0. Через $T(i)$ будем обозначать корневое поддерево базисного дерева, имеющего корень в вершине i, т.е. стягивающего вершины, от которых путь к корню проходит через i. Всякий обратный порядок обхода базисного дерева, например, определяемый функцией b на множестве вершин, индуцирует

отношение $\prec$ линейного порядка на множестве всех поддеревьев базисного дерева: $T(i) \prec T(j)$, если $i = b^{s_i}(i_0)$, $j = b^{s_j}(i_0)$, $s_i < s_j$, где b^s – суперпозиция s функций b. Очевидно, что из $T(x) \subset T(y)$ следует $T(x) \prec T(y)$. Поддерево $T(i)$ будем называть *изученным*, если установлено выполнение условий оптимальности для всех дуг, инцидентных вершинам данного поддерева. Предлагаемый способ состоит в изучении поддеревьев в порядке, определяемом отношением $\prec$. Если при изучении очередного поддерева встретятся дефектные дуги, то одна из них выбирается для ввода в базис. Выводимая из базиса дуга, определяемая обычным образом, разбивает базисное дерево на две компоненты связности T^1 и T^2. При этом условия выполнения критерия оптимальности изменяются только для дуг, инцидентных вершинам из разных компонент связности. Рассмотрен способ перестройки базисного дерева, при котором свойство быть изученным наследуется всеми изученными поддеревьями.

В <u>пятой главе</u> работы изучены неатомические задачи размещения протяженных объектов. Для многих задач характерно наличие большого числа индивидуально малозначимых объектов. Для качественного анализа оптимального решения в этом случае представляется целесообразным переход к задаче размещения континуума протяженных объектов.

Пусть множество размещаемых объектов J имеет мощность континуума. Протяженность объектов моделируется заданием меры μ на σ-алгебре $\mathcal{A}$ его подмножеств, а удельная стоимость коммуникаций – интегрируемой неотрицательной ограниченной симметричной функцией, $K : J^2 \to \mathbf{R}$. Область V, предназначенную для размещения элементов из J, будем считать ограниченным замкнутым подмножеством $\mathbf{R}^n$, на котором обычным образом вводится σ-алгебра подмножеств и мера Лебега ν. Длина коммуникаций между размещаемыми объектами определяется в соответствии с заданной по условиям задачи метрике ρ, которая предполагается непрерывной по совокупности переменных.

Под размещением J на V будем понимать такое инъективное отображение $\psi : J \to D$, что образ любого подмножества $A \in \mathcal{A}$ измерим и $\mu(A) = \nu(\psi(A))$. Пусть Φ – совокупность всех размещающих отображений. Далее предполагается, что $\Phi \neq \emptyset$ Под решением неатомической

задачи размещения будем понимать нахождение как величины

$$F = \inf_{\psi \in \Psi} \iint_{J \times J} \rho(\psi(\omega), \psi(\eta)) K(\omega, \eta) \mu(d\omega) \mu(d\eta),$$

так и отображения ψ_*, для которого достигается точная нижняя грань, либо способа построения минимизирующей последовательности $\{\psi_n \in \Psi\}_{n=1}^{\infty}$, если точная нижняя грань не достигается.

Очевидно, что при принятых предположениях рассматриваемая задача всегда имеет решение. Как следует из рассмотренных в работе примеров, точная нижняя грань может не достигаться. Однако, способ построения минимизирующей последовательности в соответствующей неатомической также задаче дает качественное представление об оптимальном решении моделируемой конечной задачи. Поэтому целью решения неатомической задачи является нахождение оптимального размещения в случае его существования или минимизирующей последовательности в противном случае. Задача определения условий существования оптимальных размещений в данной работе не ставилась.

Поставленная задача может быть упрощена за счет того, что некоторые элементы множества J являются в определенном смысле неразличимыми по отношению к целевому функционалу. Элементы $\omega, \eta \in J$ будем считать K-эквивалентными, если для любого $\gamma \in J$ имеет место равенство $K(\omega, \gamma) = K(\eta, \gamma)$. В работе показано, что любая неатомическая задача может быть аппроксимирована с заданной степенью точности неатомической задачей с конечным числом классов K-эквивалентности: найден способ сведения неатомической задачи размещения к задаче минимизации квадратичной формы с компактным самосопряженным оператором Грама на компактном в слабой топологии ограниченном выпуклом подмножестве гильбертова пространства; дано аналитическое решение неатомических задач размещения одного множества взаимосвязанных равнозначных объектов и двух таких множеств.

Рассмотрим задачу размещения континуума Ω : $\mu(\Omega) = 1$ равнозначных объектов, т.е. случай, когда $K(\omega, \eta) = 1$, в квадрате $D = \{(x, y) : -d \le x, y \le d\}$ с манхеттеновым расстоянием $\rho((x, y), (u, v)) = |x - u| + |y - v|$. Данная задача сводится к следующей

$$F(z) \to \min_z, \tag{17}$$

$$z(0) = 0, \quad z(a) = \tfrac{1}{4}, \quad (\forall x : \ 0 \le x \le d)(z'(x) \le d), \tag{18}$$

где $z = \int_0^x f(x)\,dx$, $y = f(x)$ – уравнение границы области размещения. Для решения задачи (17)-(18) были использованы известные численные методы вариационного исчисления.

Рассмотрим неатомические задачи размещения, когда $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$, $\Omega_1 \cap \Omega_2 = \emptyset$, $\mu(\Omega_1) = \mu(\Omega_2)$, $\mu(\Omega) = \mu(D)$,

$$K(\omega, \eta) = \begin{cases} 0, & \text{если } \omega, \eta \in \Omega_1 \text{ или } \omega, \eta \in \Omega_2 \\ 1, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

для различных метрических пространств $\mathcal{D} =< D, \rho >$.

Случай $\mathcal{D} = \{D = [0, 2\pi],\ \rho(x, y) = \min\{|x - y|, 2\pi - |x - y|\}\}$ представляет задачу размещения на единичной окружности двух одинаковых подмножеств, когда в качестве расстояния принята длина кратчайшей из стягивающих дуг. Оптимальным в данном случае будет такое размещение φ, что характеристические функции $p_{\Omega_1}(\cdot)$ и $p_{\Omega_2}(\cdot)$ множеств (Ω_1) и $\varphi(\Omega_2)$ являются π–периодическими.

Случай $\mathcal{D} = \{D = [0, 1] \times [0, 1], \rho((x, y), (u, v)) = |x - u| + |y - v|\}$ соответствует размещению двух одинаковых множеств на единичном квадрате. В качестве метрики используется манхеттеново расстояние. Здесь экстремалями будут характеристические функции $p_{\Omega_1}(\cdot)$ и $p_{\Omega_2}(\cdot)$ множеств $\varphi(\Omega_1)$ и $\varphi(\Omega_2)$, удовлетворяющие условию

$$p(x, y)_{\Omega_1} = \sum_{n,k=0}^{\infty} c_{nk} \cos \pi n x \cdot \cos \pi k y.$$

Существование характеристических функций, удовлетворяющих условиям задачи и имеющих разложение данного вида очевидно.

<u>Шестая глава</u> работы посвящена задаче идентификации размещения точечного источника физического поля. Подход к постановке и решению задачи иллюстрируется на примере местоопределения произвольно ориентированного электрического диполя $\mathbf{P} = p(t)\mathbf{n}_0\delta(\mathbf{r})$ (момент $p(t)$, ориентация $\mathbf{n}_0$, точка размещения $\mathbf{r}$) в полупространстве, ограниченном бесконечно проводящей плоскостью, по его электромагнитному полю (E,H) в точке O, принадлежащей указанной плоскости.

Практическая значимость данной модели состоит в том, что она адекватно описывает задачу местоопределения гроз для расстояний от 30kM до 150kM. Данный факт имеет теоретическое обоснование *(М. А. Итап, 1969; И. И. Кононов, 1970 г.)* и подтвержден многочисленными

практическими экспериментами, проведенными ГГО им. А. И. Воейкова, с использованием выпускавшегося отечественной промышленностью грозопеленгатора-дальномера "Очаг 2П". Алгоритмы местоопределения, использованные в изделии "Очаг 2П", предполагают вертикальность эквивалентного диполя грозового разряда. Эти эксперименты показали возможность получения значительных ошибок, обусловленных принятием гипотезы о вертикальности эквивалентного диполя источника излучения. Многочисленные попытки получения устойчивых алгоритмов местоопределения произвольно ориентированного электрического диполя оказывались неудачными. В диссертационной работе проведен математический анализ задачи, подтвердивший существенное влияние ориентации эквивалентного диполя на результаты измерения с помощью изделия "Очаг 2П", и найдены устойчивые алгоритмы решения задачи локализации дипольного источника излучения.

Данная проблема сводится к задаче идентификации параметров u, v, ϕ и α системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\left\{\begin{array}{rcl} [p(t)\alpha + p'(t)]\,\alpha(3u - 2v) + p''(t)u & = & e(t), \\ \sin\phi\,(p'(t)\alpha + p''(t)) & = & h_x(t), \\ -\cos\phi\,(p'(t)\alpha + p''(t)) & = & h_y(t), \end{array}\right. \tag{19}$$

по заданным функциям $e(t)$, $h_x(t)$, и $h_y(t)$, представляющим наблюдаемые, соответственно вертикальную составляющую электрического поля и ортогональные проекции горизонтальной составляющей магнитного поля. По данным параметрам строятся оценки сферических координат точки размещения диполя: расстояние $\rho = c/\alpha$, где c – скорость света; долгота $\psi \in [\phi - \arccos u, \phi + \arccos u]$; широта $\theta \in [\arcsin u, \pi/2]$. Если принять гипотезу о равномерном априорном распределении вероятностей для ориентации горизонтальной составляющей электрического диполя, то вероятности различных интервальных оценок угловых координат будут равны

$$\mathbf{P}\left\{|\phi - \psi| \le \Delta\right\} = \frac{\operatorname{arctg}\left((\operatorname{tg}\Delta)/s\right)}{\operatorname{arctg}\left((\operatorname{tg}\arccos u)/s\right)}, \quad 0 \le \Delta \le \arccos u,$$

$$\mathbf{P}\left\{\theta \le \Theta\right\} = \frac{\operatorname{arctg}\left(\sqrt{\sin^2\Theta - u^2}/(su)\right)}{\operatorname{arctg}\left((\operatorname{tg}\arccos u)/s\right)}, \quad \arcsin u \le \Theta \le \frac{\pi}{2},$$

где $s = |(1 - uv)/(uv)|$.

Показано, что по результатам наблюдения электромагнитного поля в двух и более разнесенных точках, можно снять неопределенность в оценке угловых координат, характерную для однопунктового метода местоопределения электрического диполя.

Параметр ϕ легко определяется с помощью обычной техники метода наименьших квадратов. При известном параметре ϕ последние два уравнения системы (19) равносильны одному уравнению $p'(t)\alpha + p''(t) = h(t)$, где $h(t) = \sin\phi h_x(t) - \cos\phi h_y(t)$, поэтому задача идентификации параметров u, v и α решалась с использованием зависимостей $e(t)$ и $h(t)$. Были исследованы прямой и оптимизационные методы идентификации. Прямой метод получен при предположении, что наблюдаемые сигналы удовлетворяют определяющим их равенствам. Альтернативным способом (более приемлемым с интуитивной точки зрения) является определение оценок в соответствии с принципом наименьших квадратов.

Прямой метод состоит в непосредственном вычислении оценок по формулам

$$\begin{cases} \alpha &= \sqrt{\left(\widetilde{h}_1\widetilde{e}_2 - \widetilde{h}_2\widetilde{e}_1\right) / \left(\widetilde{h}_2\widetilde{e}_0 - \widetilde{h}_1\widetilde{e}_1\right)}, \\ u &= \left(\widetilde{e}_0\widetilde{e}_2 - \widetilde{e}_1^2\right) / \left(\widetilde{h}_2\widetilde{e}_0 - \widetilde{h}_1\widetilde{e}_1\right), \\ v &= \left(3\widetilde{h}_0 u\alpha - \widetilde{e}_0\alpha - \widetilde{g}\right) / \left(2\widetilde{h}_0\alpha\right), \end{cases} \tag{20}$$

$$\widetilde{e}_k = \int_0^{+\infty} \dot{e}^{(k)}(t)h^{(k)}(t)dt, \quad \widetilde{h}_k = \int_0^{+\infty} \left(h^{(k)}(t)\right)^2 dt, \quad \widetilde{g} = \int_0^{+\infty} e'(t)h(t)dt,$$
$$k = 0, 1, 2.$$

При наличии в измеренных сигналах белого шума с интенсивностью N относительная погрешность определения дальности $\delta_\rho = (\rho - \widehat{\rho})/\rho = 1 - \alpha/\widehat{\alpha}$ по данному методу имеет математическое ожидание

$$\mathsf{E}\{\delta_\rho\} \simeq \frac{\alpha^2 N(C_1A_4 - C_2A_3)}{4\pi(A_2A_4 - A_3{}^2)} + O(\alpha^4),$$

и дисперсию

$$\mathsf{D}\{\delta_\rho\} \simeq \frac{Nu^2(B_4A_4{}^2 + 9B_6A_3{}^2 - 6B_5A_3A_4)}{8\pi u^2(A_2A_4 - A_3{}^2)^2}$$

$$+\frac{N(B_4A_4{}^2+2B_5A_3A_4+B_6A_3{}^2}{8\pi u^2(A_2A_4-A_3{}^2)^2}+O(\alpha^2),$$

где

$$A_m=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\omega^{2m}\left|F(j\omega)\right|^2\left|Q(j\omega)\right|^2d\omega,\ B_m=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\omega^{2m}\left|F(j\omega)\right|^4\left|Q(j\omega)\right|^2d\omega,$$

$$C_m=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\omega^{2m}\left|F(j\omega)\right|^2d\omega,$$

$F(j\omega)$ – передаточная функция сглаживающего фильтра для предобработки наблюдаемых сигналов. $Q(j\omega)$ – преобразование Фурье дипольного момента $p(t)$.

Оптимизационные методы идентификации допускают несовместность системы уравнений (19), при этом оценки неизвестных параметров строятся на основе принципа наименьших квадратов. Далее мы будем различать параметрические и непараметрические методы идентификации в зависимости от того, включается ли неизвестная функция источника $p(t)$ в процесс оптимизации.

Оптимизационный параметрический метод не использует функцию источника $p(t)$ в процессе минимизации квадратичной невязки. Исключая функцию $p(t)$ из системы уравнений (19) будем иметь

$$e'(t)+\alpha e(t)=uh'(t)+\alpha wh(t)+\alpha^2w\int\limits_0^t h(\tau)d\tau. \qquad (21)$$

Используя принцип наименьших квадратов сводим задачу идентификации параметров u, v, α к задаче минимизации квадратичной формы

$$J(\overline{x})=\int\limits_0^\infty\left[x_1e'(t)+x_2e(t)+x_3h'(t)+x_4h(t)+x_5\int\limits_0^t h(\tau)d\tau\right]^2dt$$

Из (21) следует, что $\lambda=0$ является простым собственным значением матрицы квадратичной формы $J(\overline{x})$, и $\bar{x}=(1,\alpha,-u,-\alpha w,-\alpha^2w)^T$ является соответствующим собственным вектором. Анализ матрицы матрицы квадратичной формы $J(\overline{x})$ показывает, что минимальное ненулевое собственное значение λ_1 близко к нулю. Поэтому задача определения

собственного вектора, соответствующего минимальному собственному числу, является плохо обусловленной. С другой стороны, остальные собственные значения $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ хорошо отделимы, поэтому вычисление соответствующих им собственных векторов $\overline{x}_2, \overline{x}_3, \overline{x}_4$ представляет *хорошо* обусловленную задачу. Параметры u, w, α могут быть найдены из условия ортогональности вектора $\tilde{x}$ векторам $\overline{x}_2, \overline{x}_3, \overline{x}_4$:

$$\overline{x}_i \cdot \tilde{x}^T = 0, \qquad i = 2, 3, 4.$$

Данное условие может быть представлено в виде

$$\begin{cases} \alpha^2\Delta_{14} + \alpha(\Delta_{24} + \Delta_{15}) + \Delta_{25} &= 0; \\ \alpha\Delta_{13} - u\Delta_{12} + \Delta_{23} &= 0; \\ \alpha w\Delta_{24} - w\Delta_{25} + \Delta_{45} &= 0; \end{cases} \tag{22}$$

где Δ_{ik} – определители матриц, полученных удалением строк с номерами i, k из матрицы, столбцами которой являются собственные векторы x_2, x_3, x_4. Полученная система уравнений для неизвестных u, w, α имеет численно устойчивый адгоритм решения.

Оптимизационные непараметрические методы разработаны для идентификации параметров системы линейных функциональных уравнений

$$A_{\eta k}x = u_k, \qquad k = 1, 2, \ldots, n, \tag{23}$$

где $\{A_{\eta k} : \eta \in D \subset \mathbf{R}^m\}$, $k = 1, 2, \ldots, n$ – заданные параметрические семейства линейных операторов, действующих в гильбертовом пространстве $\mathbf{H}$, D – заданный компакт. Ставится задача определения такого параметра $\eta \in D$, который делает систему уравнений (23) совместной при заданных исходных данных $u_k \in \mathbf{H}$, $k = 1, 2, \ldots, n$ и неизвестной $x \in \mathbf{H}$. Далее все операторы $A_{\eta k}$, $\eta \in D$, $k = 1, 2, \ldots, n$ считаются функциями самосопряженного оператора T, действующего в $\mathbf{H}$. *Оптимизационный непараметрический метод* состоит в определении

$$\eta^* = \arg \min_{\eta \in D} \inf_{x \in \mathbf{H}} \sum_{k=1}^{n} \|A_{\eta k}x - u_k\|^2. \tag{24}$$

Способ сведения данной бесконечномерной оптимизационной задачи к конечномерной и доказательство ее корректности дают следующие теоремы, доказанные в работе.

Теорема 7 *Если $\varphi_{\eta k}(\cdot) : \mathbf{R} \to \mathbf{C}$ являются непрерывными функциями, $A_{\eta k} = \varphi_{\eta k}(T)$ - соответствующие операторозначные функции самосопряженного оператора T, действующего в $\mathbf{H}$, и*

$$X(\eta) = \left\{ \lambda \in \mathbf{R} : \sum_{k=1}^{n} |\varphi_{\eta k}(\lambda)|^2 = 0 \right\},$$

тогда

$$\arg\min_{\eta \in D} \inf_{x \in \mathbf{H}} \sum_{k=1}^{n} \|A_{\eta k} x - u_k\|^2 =$$

$$= \arg\max_{\eta \in D} \int\limits_{\mathbf{R} \setminus X(\eta)} \frac{\sum\limits_{k,l=1}^{n} \varphi_{\eta k}(\lambda)\, \varphi_{\eta l}(\lambda)\, (dE_\lambda u_l, u_k)}{\sum\limits_{k=1}^{n} |\varphi_{\eta k}(\lambda)|^2},$$

где $\{E_\lambda\}_{\lambda \in \mathbf{R}}$ есть T-спектральное семейство проекторов ■

Теорема 8 *Если $\varphi_{\eta k}(\cdot) : \mathbf{R} \to \mathbf{C}$ являются рациональными функции. $A_{\eta k} = \varphi_{\eta k}(-i\, d/dt)$ - соответствующие операторозначные функции дифференциального оператора, тогда*

$$\arg\min_{\eta \in D} \inf_{x \in \mathbf{H}} \sum_{k=1}^{n} \|A_{\eta k} x - u_k\|^2 = \arg\max_{\eta \in D} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\left| \sum\limits_{k,l=1}^{n} \varphi_{\eta k}(\lambda)\, U_k(\lambda) \right|^2}{\sum\limits_{k=1}^{n} |\varphi_{\eta k}(\lambda)|^2} d\lambda,$$

где $U_k(\cdot)$ преобразования Фурье-Планшереля для u_k, $k = 1, 2, ..., n$ ■

Теорема 9 *Пусть $\bar{x} \in \mathbf{H}$, $\bar{\eta} \in D$. Пусть также операторы $A_{\eta k}$, $k = 1, 2, \ldots n$ удовлетворяют условиям:*

1) $A_{\eta k} = \varphi_{\eta k}(T)$, где $\varphi_{\eta k}(\cdot) : \mathbf{R} \to \mathbf{C}$ являются η-непрерывным семейством мероморфных функций, T есть самосопряженный оператор, действующий в $\mathbf{H}$, и не имеющий точечного спектра:

$$2) \qquad (\forall \eta \in D,\ \forall \lambda \in \mathbf{R}) \left(\sum_{k=1}^{n} |\varphi_{\eta k}(\lambda)|^2 \geq \delta(\eta) > 0 \right);$$

$$3) \quad (\forall \hat{\eta}, \tilde{\eta} \in D : \hat{\eta} \neq \tilde{\eta}) \left(\exists l, m : \ \mathrm{card} \left\{ \lambda : \ \frac{\varphi_{\hat{\eta} l}(\lambda)}{\varphi_{\tilde{\eta} l}(\lambda)} = \frac{\varphi_{\hat{\eta} m}(\lambda)}{\varphi_{\tilde{\eta} m}(\lambda)} \right\} < \aleph_0 \right).$$

Тогда сходимость $\{(u_{\Delta 1}, u_{\Delta 2}, \dots u_{\Delta n})\} \xrightarrow{\Delta \to 0} (A_{\bar{\eta}1}\bar{x}, A_{\eta 2}\bar{x}, \dots A_{\bar{\eta}n}\bar{x})$ *влечет сходимость*

$$\left\{ \eta_\Delta = \arg\min_{\eta \in D} \inf_{x \in \mathrm{H}} \sum_{k=1}^{n} \|A_{\eta k} x - u_{\Delta k}\|^2 \right\} \xrightarrow{\Delta \to 0} \bar{\eta} \quad \blacksquare$$

В заключении шестой главы дан анализ использования рассматриваемой задачи в качестве математической модели проблемы местоопределения грозовых очагов в ближней (от 20км до 150км) зоне и показана возможность использования разработанных методов. Приведены сведения о разработанном комплексе программ для системы местоопределения грозовых очагов.

Приложение содержит акты приемо-сдаточных испытаний разработанного программного обеспечения в межотраслевом фонде алгоритмов и программ и отраслевом фонде Министерства приборостроения и средств автоматизации; акты внедрения изобретений; акты, подтверждающие использование результатов диссертационной работы в учебном процессе Южно-Уральского государственного университета.

Основные результаты работы

1. Конечная задача Вебера в общем случае является $\mathcal{NP}$-трудной. Релаксационный многогранник задачи Вебера является квазицелочисленным.

2. Конечная задача Вебера для дерева, в отличие от соответствующей квадратичной задачи о назначении, разрешима за полиномиальное время. Разработанная в диссертации библиотека программных модулей для решения задачи Вебера позволяет эффективно решать задачу синтеза транспортной сети. Библиотека прошла межведомственные приемо-сдаточные испытания и принята в фонд алгоритмов и программ Министерства приборостроения и средств автоматизации СССР.

3. Доказаные свойства оптимальных решений задачи размещения разногабаритных прямоугольных объектов на плоскости с прямоугольной метрикой позволили построить псевдополиномиальные

алгоритмы построения локально оптимальных размещений. Алгоритмы использованы в комплексе программ, прошедшем межведомственные приемо-сдаточные испытания и принятом в фонд алгоритмов и программ Министерства приборостроения и средств автоматизации СССР.

4. Найденые способы упорядочения информации о недефектных дугах в базисных решениях задачи об оптимальном потоке существенно повышают эффективность решения последовательности возмущенных транспортных задач и открывают способы построения параллельных алгоритмов решения данной задачи.

5. Неатомическая модель задачи размещения протяженных объектов с минимальной длиной связывающей их сети, введенная в работе, дает качественные характеристики оптимального решения исходной задачи.

6. Найденые подходы к построению робастных алгоритмов решения задачи идентификации параметров системы линейных функциональных уравнений по ее правой части дают устойчивые алгоритмы местоопределения произвольно ориентированного электрического диполя по его электромагнитному полю в заданной точке. Созданный комплекс программ для системы местоопределения грозовых очагов в ближней зоне зарегистрирован в РосАПО может быть рекомендован к внедрению.

Основные публикации по теме диссертации

1. *Панюков А. В., Крохин Н. И., Семагин Б. В., Файзулин Н. А.* Однопунктная система местоопределения гроз в ближней зоне. А. с. СССР No 720384. Б. и. – 1980. – No 9.

2. *Панюков А. В.* Об одном подходе к решению задач размещения плоских объектов при автоматизированном проектировании радиоэлектронных устройств // Тащев А. К. (отв. ред.). Межвузовский сб.: Применение систем автоматизированного проектирования в приборостроении и машиностроении. Челябинск: ЧПИ. – 1980. – С. 55-60.

3. *Панюков А. В.* Алгоритм локальной оптимизации для задачи размещения прямоугольных объектов с минимальной длиной связывающей их сети. // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. – 1981 г. – No 6. – С. 180-184.

4. *Панюков А. В., Файзулин Н. А.* Теория и техника электромагнитного метода местоопределения ближних гроз. – МРС, ТТЭ, серия ЭР. - 1981. – No47. (Деп. в НИИЭИР No3 - 6666. – 2.5 п.л.).

5. *Панюков А. В.* К вопросу об автоматизированном проектировании генеральных планов объектов промышленного строительства. // Применение автоматизированных систем в проектировании объектов строительства. Всес. Семинар. Тез. докл. – М.: ЦНИПИАСС Госстоя СССР. – 1981. – С. 110-111.

6. *Панюков А. В. Пельцвергер Б. В.* Проблема построения математической модели местности при автоматизированном проектировании оптимального плана трассы автомобильной дороги // Управляющие и информационные элементы. Сб. научн. трудов No 279. – Челябинск: ЧПИ. – 1982. – С. 12-17.

7. *Панюков А. В.* Метод решения возмущенной транспортной задачи на сети // Методы и программы решения оптимизационных задач на графах и сетях. Часть 2. Теория, Алгоритмы. Тез. докл. II Всес. Сов.- Новосибирск: ВЦ СО АН СССР. – 1982. - С.113.

8. *Панюков А. В., Пельцвергер Б. В., Смоляной В. Н.* Решение задачи Штейнера на графе при заданной топологии сети // Методы и программы решения оптимизационных задач на графах и сетях. Часть 2. Теория, Алгоритмы. Тез. докл. II Всес. Сов.- Новосибирск: ВЦ СО АН СССР. – 1982. – С. 114-115.

9. *Панюков А. В., Пельцвергер Б. В.* Оптимальное решение разногабаритных прямоугольных объектов с минимальной длиной связывающей их сети методом парных отношений // Тез. Докл. Всес. н.-техн. конф.: Автоматизация проектирования ЭВМ и систем. Часть 2. Автоматизация функционально-логического, конструкторского проектирования. – Ереван:ЕПИ. – 1983. – С. 151-152.

10. *Панюков А. В., Пельцвергер Б. В., Шафир А. Ю.* Оптимальное проектирование и управление развитием нефтегазодобывающих систем // IX Всесоюзное совещание по проблемам управления. – М.: ИПУ АН СССР. – 1983. – С. 424-425.

11. *Панюков А. В.* Построение локально оптимальных решений задачи размещения прямоугольных объектов с минимальной длиной связывающей их сети. Программный модуль. Рег. No . Инф. бюллетень "Алгоритмы и программы". – М.: ВНТИЦ. – 1984. – No 1. – С. 53.

12. *Панюков А. В., Пельцвергер Б. В., Шафир А. Ю.* Алгоритмы решения задачи Штейнера с потоками на графе. – Челябинск: ЧПИ. – 1983. – 15 с. (Деп. в ВИНИТИ No1664-84 Деп., 0.7 п.л.).

13. Применение математических методов и ЭВМ при проектировании автомобильных дорог на неоднородной территории / *Э. А. Ахпателов, А. В. Панюков, Б. В. Пельцвергер и др. Под ред. Цыганкова В. А.* – Челябинск: ЧПИ. – 1984. Часть 2. – 50 с.

14. *Панюков А. В.* Решение задачи Штейнера с прямоугольной метрикой при заданной топоплогии сети // Методы и программы решения оптимизационных задач на графах и сетях. Часть 2, Теория. Алгоритм. Тез. Докл. III Всес. совещ. – Новосибирск: ВЦ СО АН СССР. – 1984. - С. 94.

15. *Панюков А. В., Пельцвергер Б. В., Шафир А. Ю.* Повышение эффективности алгоритмов решения задачи Штейнера на графе на основе анализа допустимости топологий // Методы и программы решения оптимизационных задач на графах и сетях. Часть 2, Теория. Алгоритмы. Тез. Докл. III Всес. совещ. – Новосибирск: ВЦ СО АН СССР. – 1984. – С. 95-96.

16. *Панюков А. В.* Повышение эффективности прямых алгоритмов построения потока минимальной стоимости в насыщенной сети // Системы программного обеспечения задач оптимального планирования. VIII Всес. симп. Тез. докл. Нарва-Йыесуу, апрель, 1984. – М.: ЦЭМИ. 1984. С. 153-154.

17. *Панюков А. В., Штраус В. А.* Оптимальное размещения континуума объектов // IX школа по теории операторов в функциональных пространствах. Тез. Докл.- Тернополь: Збруч. – 1984. - С. 107-108.

18. *Панюков А. В.* Комбинаторный алгоритм размещения разногабаритных прямоугольных объектов // Информационные и робототехнические системы. Тем. сб. научн. трудов. Челябинск: ЧПИ. – 1985. – С. 7-9.

19. *Панюков А. В., Штраус В. А.* Неатомические задачи размещения протяженных объектов // Автоматика и телемеханика. – 1985. – No 11. – С. 54-61.

20. *Панюков А. В., Пельцвергер Б. В., Шафир А. Ю.* Разработка математического и программного обеспечения автоматизированного проектирования транспортных сетей // Труды межвузовской научно-методической конференции: САПР и микропроцессоры в учебном процессе. – Челябинск: ЧПИ. – 1985. С.60-63.

21. *Панюков А. В.* Оптимизация размещения узлов управления сложных развивающихся систем // Методы синтеза и планирования развития структур крупномасштабных систем. III Всес. семинар. Тез. докл. и сообщ. – Москва: ИПУ. – 1985. – С.47.

22. *Панюков А. В., Пельцвергер Б. В., Шафир А. Ю.* Об одном методе оперативного управления межоперационным транспортом и размещением операции на устройствах обработки в условиях ГАП // *Программное обеспечения для гибких автоматизированных производств.* Тез. докл. Всесоюзного семинара. – Калинин: Центрпрограммсистем. – 1985. – С.39-42.

23. *Панюков А. В.* Декомпозиция задачи размещения прямоугольных объектов. // Декомпозиция и координация в сложных системах. Часть 1. Тез. докл. Всес. конф. – Челябинск: ЧПИ. – 1986. – С.99-100.

24. *Панюков А. В., Штраус В. А.* О решении неатомических задач размещения с конечным числом классов К-эквивалентности. // XI школа по теории операторов в функциональных пространствах. Часть III. Тез.докл.-Челябинск: ЧПИ. – 1986. - С. 90.

25. *Панюков А. В.* Один подход к решению задачи размещения // Управление и элементы в автоматических системах приборостроения. Тем. сб. научн. трудов. – Челябинск: ЧПИ. – 1986. – С.55-60.

26. *Панюков А. В.* Полиномиальный алгоритм для задачи Вебера с дискретным пространством решений // Системы программного обеспечения решения задач оптимального планирования. 9й всесоюзный симпозиум (Минск, 23 февраля - 3 марта 1986 г.). Краткие тез. докл. – М: ЦЭМИ АН СССР. – 1986. – С. 98-99.

27. Разработка и анализ алгоритмов дискретной оптимизации. Учебное пособие / *А. В. Панюков, Б. В. Пельцвергер, И. Х. Сигал, и др.* – Челябинск: ЧПИ. – 1987. – 74 с.

28. Разработка и анализ алгоритмов дискретной оптимизации. Учебное пособие. Часть 2 / *А. В. Панюков, Б. В. Пельцвергер, И. Х. Сигал, и др.* – Челябинск: ЧПИ. – 1988. – 48 с.

29. *Панюков А. В., Пельцвергер Б. В., Шафир А. Ю.* Последовательный анализ топологий в задаче Штейнера на графе // III всесоюзная школа "Дискретная оптимизация и компьютеры: Теория, методы, программное обеспечение и приложения в экономике, информатике, технике" (Таштагол, 2-9 декабря 1987 г.). Тез. докл. - М: ЦЭМИ АН СССР. – 1987. – С. 48-49.

30. *Панюков А. В.* Алгоритм размещения прямоугольных объектов // Декомпозиция и координация в сложных системах. Материалы Всес. конф.- Челябинск: ЧПИ. – 1987. – С.80-97.

31. *Панюков А. В., Штраус В. А.* Параметрическая обратная задача для системы линейных функциональных уравнений // XII школа по теории операторов в функциональных пространствах (Тамбов. 14 - 20 сентября 1987 г.). Тез. докл. Часть II. – Тамбов: ТГПИ. – С. 38.

32. *Панюков А. В., Петренко С. А.* Алгоритм формирования конкурентоспособных вариантов схемы компоновки генерального плана предприятия // 2я школа-семинар по вопросам автоматизированного проектирования объектов строительства (Туапсе. сентябрь, 1987 г.). Тез. докл. – Ростов-на-Дону: РИСИ. - 1987. – С. 71-72.

33. *Панюков А. В., Петренко С. А.* Формирование конкурентоспособных вариантов схемы компоновки генерального плана предприятия на ЭВМ // Известия ВУЗов. Строительство и архитектура. – 1987. – No8. - С. 119-121.

34. *Панюков А. В., Пельцвергер Б. В.* Оптимальное размещение дерева в конечном множестве // Журнал вычислительной математики и математической физики. – Том 28. – 1988. С. 618-620.

35. *Панюков А. В.* Численное и аналитическое решение неатомических задач размещения с конечным числом классов К-эквивалентности // Проблемы вычислительной математики и автоматизации научных исследований: Тез. докл. II республиканской конференции (Алма-Ата, 2-6 октября 1988 г.). Том 2. Теория управления и численные методы экстремальных задач. Автоматизированные системы управления и проектирования. – Алма-Ата: Наука. – 1988. – С. 78.

36. *Демченко А. И., Панюков А. В., Пельцвергер Б. В.* Цифровые модели анизотропной среды для задачи оптимального планирования траекторий // Роботы и гибкие производственные системы. II всесоюзный семинар (Челябинск, май 1988 г.). Тез. докл. – М: ИПУ АН СССР. – 1988. – С. 46-47.

37. *Панюков А. В., Пельцвергер Б. В., Шафир А. Ю.* Диалоговая процедура синтеза транспортной сети // Методы математического программирования и программное обеспечение. Тез. докл. научной конференции (Свердловск, 25 февраля - 5 марта 1991 г.). - Свердловск: УрО АН СССР. – 1991. - С. 111-112.

38. *Панюков А. В., Пельцвергер Б. В, Шафир А. Ю.* Система конкурирующих алгоритмов решения задачи Штейнера с потоками на графе // Системы программного обеспечения решения задач оптимального планирования. X всесоюзный симпозиум. (Нарва-Йэссуу, 20-27 марта 1988 г.). Краткие тез. докл. – М: ЦЭМИ АН СССР. – 1988. – С. 161-162.

39. *Панюков А. В., Дударева В. И., Пельцвергер Б. В.* Решение задачи Вебера на графе для древовидной связывающей сети. Библиотека

программных модулей. Рег. No 50870001420. Инф. бюллетень "Алгоритмы и программы". - М.: ВНТИЦ. - 1988. - No 6. -С.4.

40. *Панюков А. В.* Построение конкурентоспособных вариантов решения задачи размещения прямоугольных объектов с минимальной длиной связывающей их сети. Программный модуль. Рег. No 50870001644. Инф. бюллетень "Алгоритмы и программы". - М.: ВНТИЦ. - 1988. - No 7. - С.8.

41. *Панюков А. В.* Оптимальное размещение прямоугольных объектов с минимальной длиной связывающей их сети. Программный модуль. Рег. No 50870001647. Инф. бюллетень "Алгоритмы и программы". - М.: ВНТИЦ. - 1988. - No 8. - С.11.

42. *Панюков А. В.* Локально оптимальное размещение прямоугольных объектов с минимальной длиной связывающей их сети. Программный модуль Регистрационный No5080001646 . Инф. бюллетень "Алгоритмы и программы". - М.: ВНТИЦ. - 1988. - No 7. - С.8.

43. *Панюков А. В.* Алгоритмы и программное обеспечение для задачи размещения прямоугольных объектов // Численные методы и средства проектирования и испытания элементов твердотельной электроники. Тезисы докладов республиканского совещания. Том 1. - Таллинн: ТТУ. - 1989. - С. 61-64.

44. *Панюков А. В., Пельцвергер Б. В.* Интерактивная процедура синтеза транспортной сети на цифровой модели местности // Методы синтеза и планирования развития структур крупномасштабных систем. V всесоюзный семинар (Звенигород). - М: ИПУ АН СССР. - 1990. - С. 107.

45. *Панюков А. В., Файзулин Н. А.* Нелинейный экстремальный алгоритм местоопределения грозовых очагов // IV всесоюзный симпозиум по атмосферному электричеству (Нальчик, 7-11 октября 1990 г.). Тез. докл. - Нальчик: Высокогорный геофизический институт АН СССР. - 1990 - С. 139-140.

46. *Панюков А. В., Пельцвергер Б. В., Шофир А. Ю.* Оптимальное размещение точек ветвления транспортной сети на цифровой моде-

ли местности // Автоматика и телемеханика. – No 9. – 1990. – С. 153-162.

47. *Panyukov A. V., Pelzwerger B. V.* Polynomial algorithms to finite Veber problem for a tree network // Journal of Computational and Applied Mathematics, 35 (1991). P. 291-296. (North-Holland)

48. *Панюков А. В.* Задача определения параметров электрического диполя. // XVI Всесоюзная школа по теории операторов в функциональных пространствах. Тезисы докладов. Нижний Новгород, 1991. – Нижний Новгород: Нижегородский гос. ун-т. – 1991. - С.173.

49. *Panyukov A. V.* The optimization algorithm for electromagnetic method of lightning location // Proceedings of 9th International Conference on Atmospheric Electricity (St. Petersburg, June 15-19, 1992). - St. Petersburg: Main geophysical observatory, 1992. - P. 296-299.

50. *Панюков А. В. Штраус В. А.* Неатомические задачи размещения протяженных объектов с конечным числом классов К-эквивалентности // Кибернетика и системный анализ. – No 2. – 1992. – С. 165-170. (Украина)

51. *Panyukov A. V.* The parameters identification of linear functional equations systems by its right part // Proceedings of the 2nd International Conference on Science and Technology "Current problems of Fundamental Science". (Moscow, January 24-28, 1994, Moscow State Bauman University of Technology). Vol. 1. Part 1. Proceedings of the Symposium on Mathematics and Technosphere. – М.: Техносфера-информ. – 1994. С. 38-41.

52. *Panyukov A. V.* The study of basis tree for primal transhipment algorithm // Combinatorial Optimization 94: Program & Abstracts of International Conference (Amsterdam, The Netherlands, April 5-8, 1994) .

53. *Panyukov A. V.* The eulerian cycle ordered by a facets round in eulerian planar graphs // Abstracts of the 2nd International Conference "Mathematical Algorithms" (Nizhny Novgorod, June 26 - July 1, 1995).

- Н. Новгород: Издательство Нижегородского университета. – 1995. С. 43.

54. *Панюков А. В., Пельцвергер Б. В.* Оптимальная совокупность остовов нестационарной сети // Инф. бюллетень Ассоциации математического программирования. Вып. 5. Екатеринбург: УрО РАН. – 1995. – С. 160-161.

55. *Panyukov A. V. , Strauss V. A.* A Method to determine parameters of a linear functional equation set and its application to location systems // Workshop on parameter identification and inverse problems in hydrology, geology and ecology (Sportschule Schoneck, Karlsruhe - Durlach,. April 10-12, 1995). Abstracts. (Germany)

56. *Panyukov A. V. , Strauss V. A.* A Method to determine parameters of a linear functional equation set and its application to location systems // J. Gottlieb and P. DuChateau (eds.), Parameter identification and inverse problems in hydrology, geology and ecology. Kluwer Academic Publishers, Printed in the Netherlands. – 1996. – P. 199-209.

57. *Panyukov A. V.* Estimation of the location of an arbitrarily oriented dipole under single-point direction finding // Journal of geophysical research. – Vol. 101. – No D10. – P. 14,977-14,982. – June 27, 1996. (USA)

58. *Panyukov A. V.* Analytical and computational study of the lightning location problem under single-point monitoring of electromagnetic field // Inverse and ill-posed problems: Abstracts of the International conference IIPP-96 - М: Диалог МГУ. – 1996. – С. 40.

59. *Panyukov A. V.* Analytical and computational study of the lightning location under single-point observation of electromagnetic field // Proceedings 23rd International conference on lightning protection . Vol. 1. (Firenze, Italy, September 23-27, 1996). - AEI. - P. 252-257.

60. *Панюков А. В.* Оптимальная совокупность остовов нестационарной сети с двумя возможными состояниями коммуникаций // Информационный бюллетень Ассоциации математического программирования. Вып. 7. – Екатеринбург: УрО РАН. – 1997. – С. 174-175.

61. *Панюков А. В., Захаров Е. Л., Королев М. С.* Комплекс программ для системы местоопределения грозовых очагов в ближней зоне ("Гроза "). Свидетельство РосАПО об официальной регистрации программы для ЭВМ No 970109 от 17.03.1997.

62. *Панюков А.В.* Квазицелочисленность релаксационного многогранника задачи Вебера. // Методы оптимизации и их приложения. Труды XI международной Байкальской школы-семинара. Иркутск, Байкал. 5-12 июля 1998 г. – Иркутск: Институт систем энергетики СО РАН. – 1998. – С. 171-174.

63. *Panyukov A. V.* The relaxational polyhedron of Weber problem. // Nonsmooth and discontinuous problems of control aug optimization. Chelyabinsk, June, 17-20, 1998. Proceedings of the International Workshop. / Ed. V. D. Batukhtin. - Chelybinsk: Chel. State Univ. - 1998. - P. 171-174.

64. *Панюков А. В.* Упорядоченное изучение базисного дерева в прямых алгоритмах для транспортной задачи // Международная Сибирская конференция по исследованию операций. Материалы конференции. – Новосибирск: Изд-во Института Математики СО РАН. 1998. С. 44.

65. *Panyukov A. V.* Lightning detection and mapping algorithms. // Proceedings of 24th International Conference on Lightning Protection. Birmingham, United Kingdom, September, 14-18, 1998. Vol. 1. P. 227-231.

66. *Панюков А. В.* Анализ погрешности прямого алгоритма определения дальности до электрического диполя // Известия ВУЗов. Радиофизика. – Том XLII. – No 3. – 1999. – С. 266-277.

А.В. Панюков

Модели и методы решения задач
построения и идентификации
геометрического размещения

Исследование,алгоритмы,применения

Подписано в печать 30.06.99
Уч.-изд.л.I,8.Усл.-печ.л.I,9
Тираж I00 экз. Заказ 4I.Бесплатно

Отпечатано на ротопринтах ВЦ РАН
II7333,Москва, ул.Вавилова,40