На правах рукописи

**ЗАВЬЯЛОВ ОЛЕГ ГЕННАДЬЕВИЧ**

# НЕКОТОРЫЕ МОДЕЛИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ И ГАЗА МЕЖДУ ДВУМЯ ПОВЕРХНОСТЯМИ

Специальность 05.13.18 - "Теоретические основы математического моделирования, численные методы и комплексы программ"

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Челябинск 1997

Работа выполнена в Челябинском государственном техническом университете на кафедрах "Прикладная математика" и "Гироскопические приборы и устройства".

Научный руководитель - доктор физико-математических наук, профессор Дубровский Г.В.

Официальные оппоненты :
доктор физико-математических наук, профессор Неуважаев В.Е.,
кандидат физико-математических наук, доцент Рудаков С.А.

Ведущая организация - Московский институт электромеханики и автоматики.

Защита диссертации состоится "_____"_______________ 1997 г., в ___ ч, на заседании диссертационного совета Д 064.19.03 при Челябинском государственном университете по адресу: 454136, г. Челябинск, ул. Братьев Кашириных, д.129.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Челябинского государственного университета.

Автореферат разослан "_____"_____________ 1997 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор физико-математических наук, профессор Г.А. Свиридюк

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

*Актуальность работы.* При координации направлений научно-исследовательских работ в Челябинском государственном техническом университете разрабатывается теория, конструкции и условия применения опор скольжения. Главной причиной исследований явилась возможность широкого применения газовых опор в различных областях техники благодаря их быстроходности, долговечности, экономичности и способности работать в условиях криогенной и радиационной сред.

Более подробное изучение динамических и статических характеристик газовых опор потребовало рассмотреть задачу о влиянии микронеровностей поверхностей, а также случаи, когда величина зазора сравнима с длиной свободного пробега молекул и возникающего при этом так называемого эффекта "проскальзывания".

*Целью данной работы* является изучение теоретических вопросов движения вязкой жидкости и газа между двумя поверхностями и применения в качестве смазывающего вещества в машиностроении, приборостроении; исследовании влияния микронеровностей (шероховатости) поверхностей и выяснении роли эффекта "проскальзывания" при расчете характеристик подшипников скольжения.

*Научная новизна* диссертационной работы заключается в следующем :

– предложена модель нестационарного течения вязкой несжимаемой жидкости между двумя поверхностями с учетом нелинейных элементов в уравнении движения;

– приведена модель медленного течения жидкости между поверхностями, имеющими микронеровности;

– рассматрены случаи малых зазоров в подшипниках и исследовано влияние эффекта "проскальзывания" потока газа в тонком слое;

– сформулирована и доказана теорема о формировании тонкого слоя между двумя произвольными поверхностями;

– приведены численные расчеты для конкретных конструкций опор скольжения.

*Практическая ценность* работы заключается в следующем:

– изучены некоторые теоретические вопросы движения жидкости и газа между двумя поверхностями в качестве смазывающего вещества. Расчеты и выводы, полученные в результате этого, были использованы при проектировании газодинамических опор гироскопических приборов.

*Реализация в промышленности.* Приведенные в диссертации иследования использованы в хоздоговорных работах, проведенных на кафедре "Гироскопические приборы и устройства" Челябинского государственного технического университета.

Некоторые результаты работы и програмное обеспечение были внедрены в Московском институте электромеханики и автоматики.

*Апробация результатов.* Основные результаты работы были доложены :

- на 5 Всесоюзной конференции "Контактная гидродинамика" (Самара, 18 – 20 июня 1991 г.);

- на 46 научно-тенической конференции в Челябинском государственном техническом университете ( октябрь 1993 г. ).

*Публикации.* Основные положения диссертации отражены в 6 работах.

*Объем и структура работы.* Диссертация состоит из введения, шести глав, выводов по каждой главе, списка использованных источников. Общий объем диссертации 169 страниц, 16 рисунков.

## УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

p – давление в слое

$x, y, z$ – координаты некоторой частицы среды

h – толщина слоя

q – расход

v – скорость некоторой частицы среды

$v_x$ , $v_y$ , $v_z$ – проекции скорости некоторой частицы среды

U – скорость поверхности

t – время

T – абсолютная температура среды

$C_v$ – коэффициент теплоемкости

R – число Рейнольдса

$\rho$ – плотность среды

$\mu$ – коэффициент динамической вязкости

$\phi = \delta/r$ – безразмерный зазор

$\nu = \mu/\rho$ – коэффициент кинематической вязкости

$\xi = r/l$ – безразмерный радиус подшипника.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

*Во введении* приведен исторический обзор, определена цель исследований и изложено краткое содержание работы.

*В первой главе* поставлены и решены вопросы формирования тонкого слоя между двумя поверхностями. Рассмотрены случаи, когда возможно получить тонкий слой смазки между двумя поверхностями. Используя аппарат тензорного енализа, получены выражения для толщины слоя. Эти соотношения применялись для расчета давления и других характеристик смазочного слоя. Их можно считать наиболее общими и применять для поверхностей самой сложной геометрии.

*Во второй главе* приведены результаты исследований ползущих движений жидкости и газа между двумя поверхностями.

На основе гипотез для тонкого слоя система уравнений Навье - Стокса усекается и распределение давлений находится из уравнения Рейнольдса. Пример того, как находится гидродинамическое давление в тонком слое, рассмотрен для случая движения жидкости между двумя соосными цилиндрами. Тогда уравнение Рейнольдса может быть сведено к уравнению Пуассона.

*В третьей главе* приведены результаты исследований нестационарного пространственного течения вязкой жидкости между двумя произвольно движущимися поверхностями. Применяя метод осреднения инерционных членов по толщине слоя, в данной главе приведено интегрирование уравнений пространственного нестационарного течения вязкой жидкости в линейной постановке задачи.

Решение уравнений

$$p = \int_0^x \left[\frac{6\mu}{\eta^3}\left(Uh - 2q + 2\int_0^x \frac{\partial h}{\partial t} dx\right)\right] dx - \int_0^x \left[\frac{\rho}{h}\left(\frac{\partial q}{\partial t} - U\frac{\partial h}{\partial t} - \int_0^x \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} dx\right)\right] + \qquad (1)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n^{(2)} \operatorname{ch}((\pi n z)/x_o)}{\operatorname{ch}((\pi n l)/(2x_o))} \sin\frac{\pi n x}{x_o},$$

где

$$b_n^{(2)} = -\frac{2}{x_o}\left\{\int_0^{x_o}\int_0^x \left[\frac{6\mu}{h^3}\left(Uh - 2q + 2\int_0^x \frac{\partial h}{\partial x} dx\right) - \frac{\rho}{h}\left(\frac{\partial q}{\partial t} - U\frac{\partial h}{\partial t} - \int_0^x \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} dx\right)\right] \sin\frac{\pi n x_o}{x_o} dx^2\right\},$$

использовалось при исследовании поля давлений в тонком слое жидкости между двумя поверхностями, когда одна из поверхностей совершает произвольное движение, а другая принята неподвижной.

В данной работе уравнения Прандтля (1) являются основными при определении поля давлений в тонком слое жидкости.

В теории пограничного слоя в качестве основных уравнений также приняты уравнения Прандтля. Однако краевые условия задачи будут существенно различны.

Интегрирование уравнений

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2};$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial \partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2}; \qquad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0; \qquad \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0; \qquad f(p,\rho,t) = 0$$

пространственного нестационарного течения тонкого слоя вязкой жидкости между двумя произвольно движущимися поверхностями является целью исследований в третьей главе.

Найдено решение задачи по определению поля давлений в тонком слое нестационарного течения жидкости между двумя произвольно движущимися поверхностями в следующем виде:

$$p = \int_x^x [\frac{6\mu}{h^3}(U + U_1)h - 2q + 2\int_0^x \frac{\partial h}{\partial t} dx)]dx - \int_x^x \frac{\rho}{h^2}[(U + U_1)h - 2q +$$

$$+ 2\int_0^x \frac{\partial h}{\partial t} dx](V - V_1)dx - \int_x^x \frac{\rho}{h}[\frac{\partial q}{\partial t} - U\frac{\partial h_2}{\partial t} + U_1\frac{\partial h_1}{\partial t} = \qquad (3)$$

$$= \int_0^x [\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} dx + UV_1 - U_1 V]dx + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n^{(2)}\, ch((\pi n z)/x_0)}{ch((\pi n l)/2x_0)} \sin \frac{\pi n(x - x_1)}{x_0},$$

где

$$b_n^{(2)} = -\frac{2}{x_0}\{\int_{x_1}^{x_2}\int_x^x (\frac{6\mu}{h^3}(U + U_1)h - 2q + 2\int_x^x \frac{\partial h}{\partial t} dx) -$$

$$- \frac{\rho}{h^2}((U + U_1)h - 2q + 2\int_{x_1}^x \frac{\partial h}{\partial t} dx) - \frac{\rho}{h}(\frac{dq}{dt} - U\frac{\partial h^2}{\partial t} +$$

$$+ U_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} - \int_{x_1}^x \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} dx + UV_1 - U_1 V)]dx^2\}.$$

Установлено, что поле скоростей, полученное с применением метода осреднения инерционных членов по толщине слоя в уравнениях нестационарного движения жидкости по истечении достаточно большого промежутка времени стремится к полю скоростей при стационарном течении жидкости.

*В четвертой главе* рассмотрены основные вопросы нестационарного движения газа между двумя поверхностями.

Для тонкого слоя вязкого несжимаемого газа основной является система уравнений :

$$R\bar{\rho}\left(\frac{\partial v_x}{\partial \tau} + v_x\frac{\partial v_x}{\partial \theta} + v_y\frac{\partial v_x}{\partial y} + \xi^2\frac{\partial v_x}{\partial z}\right) = -\frac{\partial P}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\bar{\mu}\frac{\partial v_x}{\partial y}\right);$$

$$\xi R\bar{\rho}\left(\frac{\partial v_z}{\partial \tau} + v_x\frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_y\frac{\partial v_z}{\partial y} + \xi^2 v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}\right) = -\xi\frac{\partial P}{\partial y} + \xi\frac{\partial}{\partial y}\left(\bar{\mu}\frac{\partial v_z}{\partial y}\right) \quad ; \tag{4}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \tau} + \frac{\partial(\bar{\rho}v_x)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\bar{\rho}v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{\rho}v_z)}{\partial z} = 0 \; ;$$

$$P_e\bar{\rho}\left(\frac{\partial U}{\partial \tau} + v_x\frac{\partial U}{\partial \theta} + v_y\frac{\partial U}{\partial y} + \xi^2 v_z\frac{\partial U}{\partial z}\right) = -\Lambda P\left(\frac{\partial v_x}{\partial \theta} + \frac{\partial v_y}{\partial y} +\right.$$

$$\left. + \xi^2\frac{\partial v_z}{\partial z}\right) + \Lambda\bar{\mu}\left[\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)^2 + \xi^2\left(\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)^2\right] .$$

При плоском течении газа между двумя поверхностями система уравнений включает в себя уравнения Прандтля, аналогичные уравнениям пограничного слоя, и уравнение неразрывности.

Интегрирование основной системы уравнений плоского течения вязкого газа между двумя поверхностями наталкивается на значительные трудности, поэтому приходится применять приближенные методы интегрирования этих уранений. Одним из таких является метод осреднения инерционных членов по толщине газового слоя.

Для того чтобы доказать,что метод осреднения применим при решении уравнений Прандтля, рассмотрена задача интегрирования уравнений нестационарного течения газа в линейной постановке:

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} = 0. \tag{5}$$

Получено равенство

$$\beta = \nu_{min} / h^2 , \tag{6}$$

при выполнении которого метод осреднения применим.

Приведено приближенное интегрирование уранений Прандтля нестационарного движения газа при произвольном движении одной из поверхностей и произвольной геометрии слоя. Поле давлений и поле плотности газового слоя удовлетворяют нелинейному интегро-дифференциальному уравнению

$$\rho\frac{\partial\rho}{\partial x} = \frac{6\mu}{h^3}\Big[Uh\rho - 2q(t) + 2\int_0^x \frac{\partial(\rho h)}{\partial t}dx\Big] - \frac{\rho}{h^2}\Big[Uh\rho - 2q(t) +$$

$$+ 2\int_0^x \frac{\partial(\rho h)}{\partial t}dx\Big]V - \frac{\rho}{h}\Big\{\frac{dq(t)}{dt} - U\rho\frac{\partial h}{\partial t} - \int_0^x \frac{\partial^2(\rho h)}{\partial t^2}dx - \frac{2}{\rho}q(t)\frac{\partial\rho}{\partial t} + \tag{7}$$

$$+ \frac{2}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial t}\int_0^x \frac{\partial(\rho h)}{\partial t}dx\Big\} + \frac{1}{h}\frac{\partial\rho}{\partial x}\Big\{\frac{2}{15}Uh\rho^2 - \frac{U}{5}\Big[q(t) - \int_0^x \frac{\partial(\rho h)}{\partial t}dx\Big] +$$

$$+ \frac{6}{5\rho h}\Big[q(t) - \int_0^x \frac{\partial(\rho h)}{\partial t}dx\Big]^2\Big\}.$$

Так как термодинамический процесс в газовом слое принят изотермическим, то основной системой уравнений нестационарного течения газа между двумя произвольно движущимися поверхностями будут уравнения Прандтля без уравнения притока тепла.

На рисунке 1 приведены результаты численных расчетов зависимости удельной несущей способности в цилиндрическом подшипнике от параметра сжимаемости. В предельном случае, когда цилиндрический подшипник гладкий, наблюдается очень хорошее совпадение с расчетами Шейнберга [2].

*В пятой главе* исследованы вопросы движения жидкости между двумя поверхностями, имеющими микронеровности (рис. 2).

Толщину слоя жидкости представим в форме

$$h = h + \delta_1 + \delta_2\ , \tag{8}$$

где $h$ – номинальная толщина слоя, определяемая как расстояние между средними уровнями двух поверхностей ;

$\delta_1$, $\delta_2$ – случайные амплитуды микронеровностей, измеряемые от средних уровней.

Средний зазор $\bar{h}$ определяется следующим образом

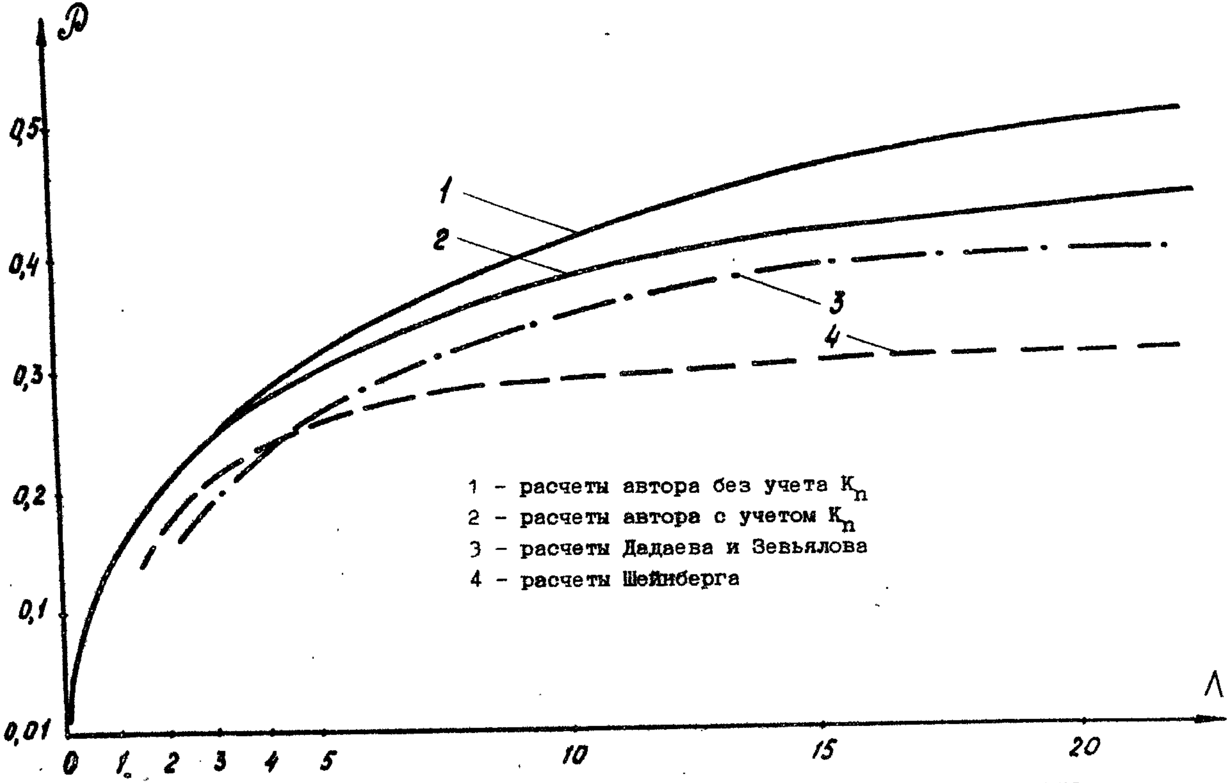


Рис. 1. Зависимость удельной несущей способности в редиальном подшипнике от параметра сжимаемости

$$\langle \bar{h} \rangle = \int_0^\infty ( h + \delta ) f(\delta)\, d\delta , \qquad (9)$$

где $\delta$ –совместная шероховатость поверхностей; $f(\delta)$ – плотность распределения вероятностей $\delta$.

Давление несжимаемой жидкости определяетоя из усредненного уравнения Рейнольдса

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\varphi_x \frac{\langle h^3\rangle}{12\mu}\frac{\partial\langle p\rangle}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\varphi_y \frac{\langle \bar{h}^3\rangle}{12\,\mu}\frac{\partial\langle p\rangle}{\partial y}\right) = \frac{u_1+u_2}{2}\,\frac{\partial\langle \bar{h}\rangle}{\partial x} + \frac{\partial\langle \bar{h}\rangle}{\partial t} . \qquad (10)$$

При $\varphi_x$, $\varphi_y$ –>1 уравнение превращается в уравнение Рейнольдса для глдких поверхностей.

Полученное распределение давления несжимаемой смазки для плоского подшипника с шероховатыми поверхностями приведено на рис.3. Микронеровности (шероховатость) в виде продольных впадин и гребней снижает давление по сравнению с гладким и поверхностями, а наклонные гребни и впадины увеличивают давление (кривая 1).

*В шестой главе* рассмотрены вопросы движения разреженного газа между двумя поверхностями в случае, когда толщина газового слоя мала по сравнению с длиной свободного пробега молекул. Исследовано влияние "эффекта проскальзывания" в смазочном слое на характеристики цилиндрической опоры, имеющую микронеровности. Безразмерное отношение $K_n = \lambda/h$ (число Кнудсена) служит показателем степени разреженности газа. В диапазоне чисел $0{,}01 \leqslant K_n \leqslant 0{,}1$ можно рассматривать газ как сплошную среду и определять поле распределения даления в смазочном слое используя уравнения Навье-Стокса при классических допущениях теории газовой смазки, заменив граничные условия прилипания к поверхностям условиями частичного проскальзывания. Тогда задача о нахождении распределения давления в изотермическом слое смазки сводится к решению уравнения

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[ph^3\,\frac{\partial p}{\partial\varphi}\left(1 + \frac{6K_n}{ph}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[ph^3\,\frac{\partial p}{\partial y}\left(1 + \frac{6K_n}{ph}\right)\right] = 2\Lambda\frac{\partial(ph)}{\partial t} . \qquad (11)$$

Численными методами решено уравнение для распределения давления в тонком слое. Результаты сравнены с приближенным решением уравнения Больцмана. Анализ характеристик клиновидной опоры в режиме смазки разреженным газом показал, что

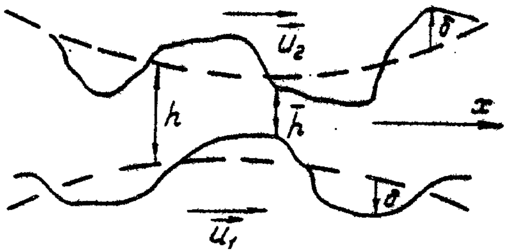


Рис.2. Слой жидкости между двумя поверхностями с микронеровностями

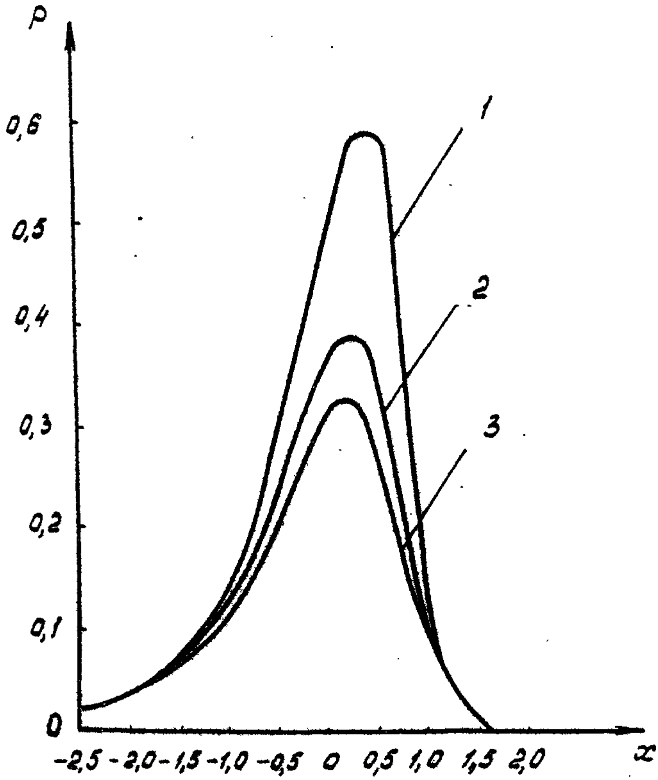


Рис.3. Распределение давления:

1 – подшипник с микронеровностями; 2 – гладкий подшипник;
3 – продольная шероховатость

решение уравнения Рейнольдса (11) отличается от приближенного решения уравнения Больцмана на 10% по значению несущей способности, если безразмерная нагрузка не слишком велика (рис. 5,6).

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1.Поставлены и решены вопросы геометрии тонкого слоя между двумя поверхностями. Сформулированы условия, привыполнении которых можно сформировать тонкий слой. Используя аппарат тензорного анализа, получено выражение для определения толщины слоя между произвольными поверхностями. В качестве примера нейдена функция толщины слоя между двумя соосными цилиндрами.

2. Приведены результаты исследований ползущих движений жидкости и газа между двумя поверхностями.

На основе гипотез для тонкого слоя, система уравнений Навье-Стокса усекается и распределение давлений находится из уравнения Рейнольдса.

Нахождение гидродинамического давление в тонком слое рассмотрено на модели движения жидкости между двумя цилиндрами. В этом случае уравнение Рейнольдса может быть сведено к уравнению Пуассона.

3. Приведены результаты исследований нестационарного пространственного течения вязкой жидкости между двумя произвольно движущимися поверхностями.

Получено решение задачи пространственного нестационарного течения вязкой жидкости в линейной постановке, которое позволяет обосновать и указать область применимости решений уравнений, полученных с помощью приближенного метода, основанного на осреднении инерционных членов по толщине слоя жидкости.

Обнаружено, что поле скоростей, полученное с применением метода осреднения инерционных членов по толщине слоя в уравнениях нестационарного движения жидкости по истечении достаточно большого промежутка времени стремится к полю скоростей при стационарном течении жидкости.

4. Рассмотрены основные вопросы нестационарного движения газа между двумя поверхностями. При плоском течении газа между двумя поверхностями система уравнений включает в себя уравнения Прандтля, аналогичные уравнениям пограничного слоя,и уравнение неразрывности.

Интегрирование основной системы уравнений плоского течения

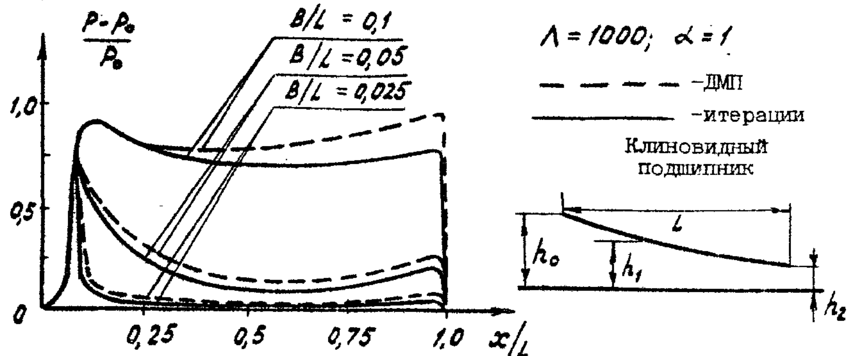


Рис. 4. Распределение безразмерного давления

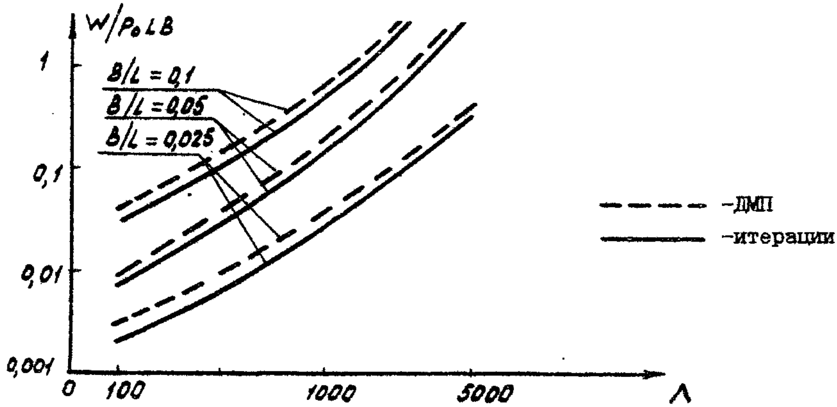


Рис. 5. Зависимость безразмерной нагрузки от Λ

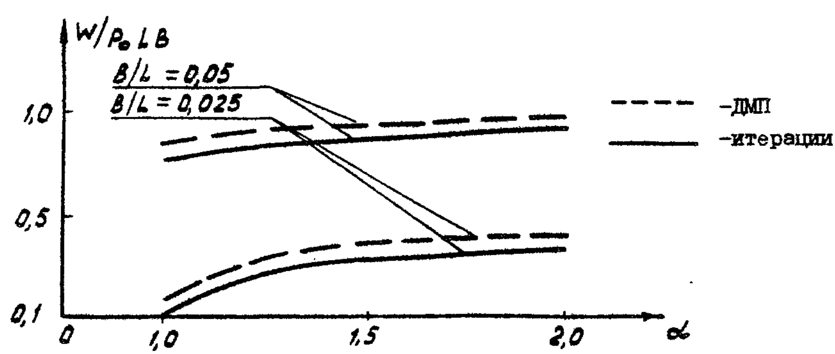


Рис. 6. Зависимость безразмерной нагрузки от α на крае опоры

вязкого газа между двумя поверхностями наталкивается на значительные трудности, поэтому приходится применять приближенные методы интегрирования этих уранений. Одним из таких методов является метод осреднения инерционных членов по толщине газового слоя.

Для того чтобы доказать, что метод осреднения применим при интегрировании уравнений Прандтля, рассмотрена задача решения уравнений нестационарного течения газа в линейной постановке. Получено равенство, при выполнении которого метод осреднения можно использовать.

Приведено приближенное интегрирование уранений Прандтля нестационарного движения газа при произвольном движении одной из поверхностей и произвольной геометрии слоя.

5. Рассмотрено течение жидкости и газа между двумя повархностями с микронеровностями. Так как толщина слоя является случайной величиной, то и давление в слое также будет случайной величиной. Следовательно, пользоваться уравнением Рейнольдса нельзя. Проанализировав ожидаемый расход жидкости в конкретном объеме с учетом шероховатости, было получено усредненное уравнение Рейнольдса. С помощью этого уравнения численными методами найдено распределение давления в плоском и цилиндрическом подшипнике с микронеровнотями на поверхностях (шероховатостью). Поперечная шероховатость может приводить к увеличению несущей способности слоя.

6. Исследовано влияние "эффекта проскальзывания" в смазочном слое на характеристики опоры. В диапазоне чисел Кнудсена от 0,01 до 0,1 газ можно рассматривать как сплошную среду. В этом случае поле распределения давления находится из уравнений Навье – Стокса при классических допущениях теории газовой смазки, заменив граничные условия прилипания к поверхностям условиями частичного проскальзывания потока. С помощью метода конечных элементов решено уравнение Рейнольдса для распределения давления. Результаты сравнены с приближеннным решением уравнения Больцмана, которое соответствует теории скольжения потока, предложенной Бургдоффером.

Анализ характеристик клиновидной опоры и цилиндрического подшипника в режиме частичного проскальзывания показал, что решение уравнения Рейнольдса отличается от приближенного решения уравнения Больцмана на 10% по значению несущей способности, если безразмерная нагрузка не слишком велика.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. Дадаев С.Г., Завьялов О.Г. Статические характеристики газодинамической опоры с закрытым центром // Системы автоматики

и их элементы: Тем. науч. сб. тр. – Челябинск: ЧГТУ, 1991.

2. Дадаев С.Г., Завьялов О.Г. Особенности статических характеристик газодинамической опоры катушечного типа с закрытым центром со спиральными канавками // Контактная гидродинамика. Тезисы докладов V Всесоюзной конференции 18 - 20 июня 1991 г., Самара 1991 / Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени авиационный институт им. С.П. Королева.

3. Завьялов О.Г. Модель усредненного течения газовой смазки в подшипнике с шероховатыми поверхностями // Системы автоматики и их элементы: Тем. сб. науч. тр. - Челябинск: ЧГТУ, 1993.

4. Завьялов О.Г. Расчет стационарного поля скоростей газа для плоского подшипника на основе уравнения Больцмана // Системы автоматики и их элементы: Тем. сб. науч. тр. Челябинск: ЧГТУ. 1993.

5. Завьялов О.Г. Решение задачи смазки плоского подшипника разреженным газом методом конечных элементов // Програмное обеспечение. Микропроцессорная техника сложных автоматических систем и их устройства: Тем. сб. науч. тр. – Челябинск: ЧГТУ, 1995.

6. Завьялов О.Г. Геометрия тонкого слоя: Учебн. пособие. – Челябинск: ЧГТУ, 1996.

**Издательство Челябинского**

**государственного технического университета**

---

ЛР № 020364 от 10.04.97. Подписано в печать 16.04.97 Формат 60x84 1/16. Печать офсетная. Усл.печ.л.0,70. Уч.-изд. л. 0,81 Тираж 100 экз. Заказ 124/166.

---

УОП издательства. 454080, г.Челябинск, пр. им.В.И.Ленина,76.