

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИУСА КРИВИЗНЫ В ВЕРШИНЕ ЛЕЖАЩЕЙ КАПЛИ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ КАРТИН ИНТЕРФЕРЕНЦИИ

Г.П. Пызин, В.Л. Ушаков, В.Г. Речкалов, В.П. Бескачко

В связи с экспериментами по изучению поверхностного и межфазного натяжения в жидкостях предлагается новая оптическая схема определения радиуса кривизны в вершине лежащей капли, основанная на наблюдении картин интерференции в модифицированном специальном образом интерферометре Майкельсона.

Ключевые слова: измерение поверхностного натяжения, параметры формы капли, оптические методы, интерференционная картина.

Введение

Задача измерения геометрических параметров поверхностей второго порядка возникает в разнообразных отраслях науки и техники, в особенности в оптике и оптической промышленности. В физике поверхностных явлений, физической и коллоидной химии геометрический анализ поверхностей раздела фаз является основным источником данных о взаимодействии этих фаз и о процессах, протекающих на межфазной границе. Предсказание формы границ текучих фаз, даже если их свойства известны, является нетривиальной задачей ввиду присутствия специфических нелинейностей в ее математической формулировке [1]. Надежное решение обратной задачи - определения свойств межфазных границ по опытным данным об их геометрии - возможно только в простейших случаях, когда задача обладает достаточно высокой симметрией и/или низкой размерностью.

Метод лежащей капли является наиболее распространенным методом изучения поверхностных явлений с участием жидких фаз в особенности в условиях высоких температур, когда важно обеспечить минимальный размер образца и «стерильность» условий его пребывания в установке: однородность температурного поля, вакуум, качество атмосферы и пр. В этом методе капля исследуемой жидкости помещается на горизонтальную подложку и измеряются ее геометрические параметры, номенклатура которых зависит от целей эксперимента и предполагаемого способа обработки опытных данных. Чаще всего в настоящее время регистрируется геометрия капли «в целом» - создается ее цифровое изображение на видеоблук, которое затем анализируется с помощью техники распознавания образов. В принципе, данные такого рода содержат полную информацию о форме капли, однако их интерпретация не является простой ввиду присутствия множества факторов, связывающих «истинный» профиль капли с ее изображением: свойства оптической системы, ориентация этой системы относительно капли, особенности преобразования аналог-цифра и т.п. Некоторые из этих факторов (например, расположение капли относительно видеосистемы) заранее не определяются и изменяются от опыта к опыту. Стандартный способ их учесть - рассматривать эти параметры как свободные в математической процедуре подгонки теоретического профиля капли под экспериментальный. Возникающие здесь проблемы подробно обсуждены в обзоре [2]. Часть из этих проблем упрощается или снимается вовсе при наличии независимой информации о геометрических свойствах исследуемой капли. Источниками такой информации могут быть оптические методы, апеллирующие к локальной (а не интегральной) геометрии капли. Некоторые из возникающих здесь возможностей обсуждаются в настоящей работе. Эти возможности касаются фазовых оптических объектов, то есть оптически прозрачных или зеркально отражающих (металлических) капель, и важнейшего локального параметра формы лежащей капли - радиуса R кривизны в ее вершине.

Схемы эксперимента и их расчет

Многие интерферометры, применяемые в оптической промышленности для контроля формы поверхностей второго порядка, основаны на схеме сравнения Майкельсона [3], где в одном из плеч находится эталонный, а в другом - исследуемый объект. Непосредственная реализация идеи сравнительных измерений приводит к следующей оптической схеме (рис. 1). Здесь L_1, L_2 - расстояния до экрана от вершин капли и эталона соответственно; l_1, l_2 - плечи интерферометра.

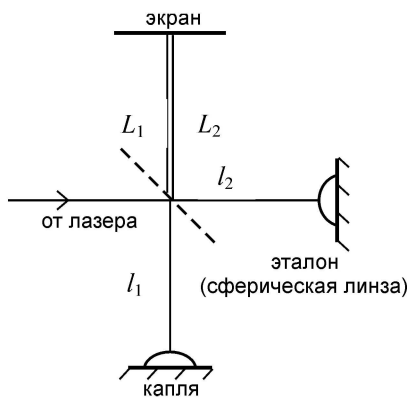


Рис. 1. Интерферометр Майкельсона

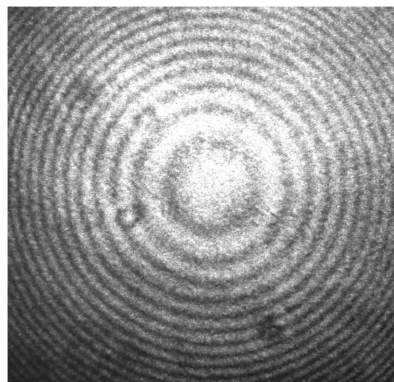


Рис. 2. Разностная интерференционная картина

На экране наблюдается разностная интерференционная картина в виде колец Ньютона (рис. 2). Если r_N, r_{N+1} - радиусы соседних интерференционных полос, тогда разность ΔR радиусов кривизны капли и эталона в их вершинах оказывается равной

$$\Delta R = \frac{4L_1L_2\lambda}{(r_{N+1}^2 - r_N^2)} - 2\Delta l, \quad (1)$$

где λ - длина волны излучения лазера, а Δl - разность плеч интерферометра. Последняя величина существенно влияет на погрешность определения ΔR , но ее уточнение требует проведения дополнительных (компенсационных) измерений.

Эта проблема может быть устранена, если в опорном плече интерферометра (от эталона) создать коллимированный (плоский) волновой фронт, например, введя туда объектив, как показано на рис. 3. Для этого необходимо позиционировать объектив так, чтобы его фокальная плоскость совпала с мнимым фокусом эталона.

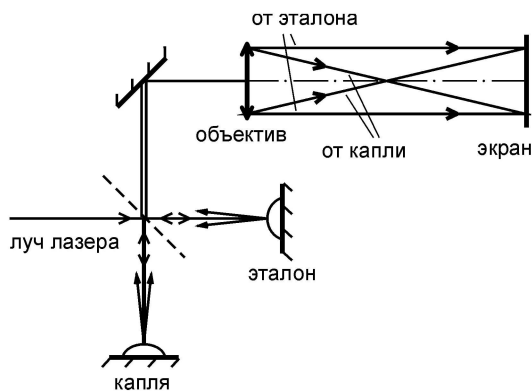


Рис. 3. Коллимирование опорного фронта

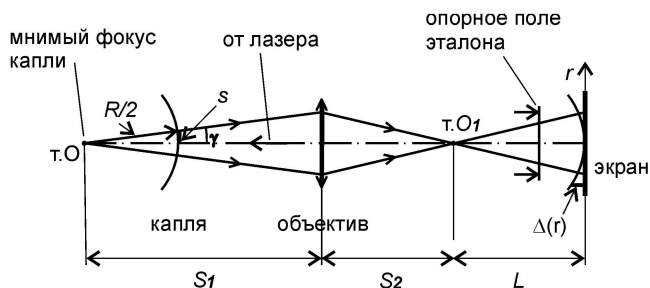


Рис. 4. Расчетная схема

Эквивалентная схема эксперимента показана на рис. 4. На экране будет наблюдаться картина интерференции между плоской волной от эталона и сферической волной от капли, расходящимися от точки O_1 , сопряженной с мнимым фокусом капли O . Качественно эта картина аналогична показанной на рис. 2. Пусть $\Delta(r)$ - оптическая разность хода лучей, приходящих от вершин капли и эталона в точку наблюдения на экране, удаленную на расстояние r от центра симметрии картины интерференции. Нетрудно показать, что $\Delta(r) = r^2 / (2L)$, где L - расстояние от экрана до точки O_1 . Тогда в точке наблюдения будет максимум интенсивности порядка N , если выполняется условие

$$\Delta = \Delta(r_N) = \Delta_N = \frac{r_N^2}{2L} = N\lambda, \quad N=0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Из (2) следует, что

$$\Delta_{N+1} - \Delta_N = \frac{r_{N+1}^2 - r_N^2}{2L} = \lambda. \quad (3)$$

Выберем некоторую точку на поверхности капли вблизи ее вершины, удаленную от оптической оси на расстояние s . Пусть r - расстояние до той же оси от изображения этой точки на экране. Тогда можно написать:

$$r = sk, \quad (4)$$

где k - «коэффициент увеличения», не зависящий от s при малых s . Подставим (4) в (3):

$$\frac{k^2}{2L}(s_{N+1}^2 - s_N^2) = \lambda. \quad (5)$$

Для малых углов γ (см. рис. 4):

$$s = \frac{R\gamma}{2}. \quad (6)$$

Следовательно, вместо (5) можно написать:

$$\frac{k^2 R^2}{8L}(\gamma_{N+1}^2 - \gamma_N^2) = \lambda, \quad (7)$$

откуда

$$R = \sqrt{\frac{8L\lambda}{k^2(\gamma_{N+1}^2 - \gamma_N^2)}}, \quad (8)$$

где (см. рис. 4)

$$\gamma_N = \frac{S_2 r_N}{S_1 L}. \quad (9)$$

С учетом (9) выражение (8) можно преобразовать как

$$R = \sqrt{\frac{8L\lambda}{k^2 \left(\frac{S_2^2 r_{N+1}^2}{S_1^2 L^2} - \frac{S_2^2 r_N^2}{S_1^2 L^2} \right)}} = \frac{2S_1 L}{kS_2} \sqrt{\frac{2L\lambda}{r_{N+1}^2 - r_N^2}}. \quad (10)$$

В силу (3) выражение под знаком квадратного корня равно 1 и поэтому

$$R = \frac{2S_1 L}{kS_2} = \frac{2fL}{k(S_2 - f)}, \quad (11)$$

где f - фокусное расстояние объектива. Величину коэффициента увеличения можно определить, обратившись к рис. 5.

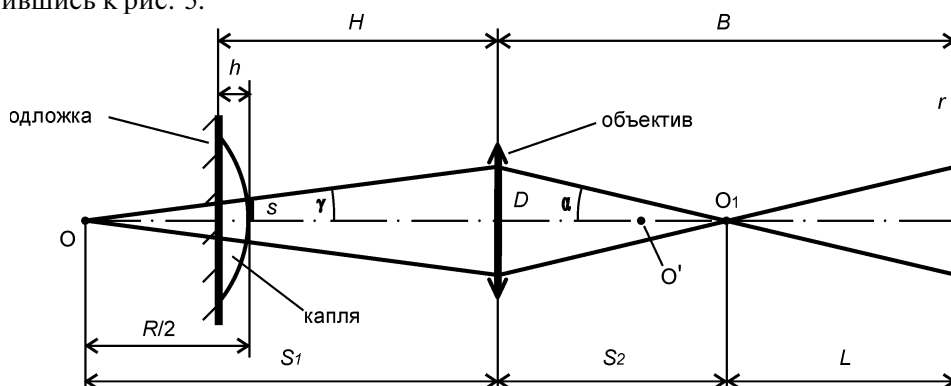


Рис. 5. Расчетная схема определения коэффициента увеличения

Здесь H - расстояние от объектива до подложки, h - высота капли, а остальные обозначения имеют тот же смысл, что и на рис. 4.

Расчет показывает, что

$$k = \frac{fL}{S_2 f - (H - h)(S_2 - f)}. \quad (12)$$

Соотношения (3), (11) и (12) являются основными в предлагаемой методике. Алгоритм расчета R заключается в следующем.

До опыта определяются расстояния B и H от главной плоскости объектива до экрана и подложки соответственно. Первое из них можно измерить непосредственно, а прямое измерение второго затруднено ввиду присутствия «колена» в зондирующем пучке (см. рис. 3). Поэтому для определения H используется процедура «обращения», заключающаяся в том, что точечный источник света O' помещается на таком расстоянии от объектива (см. рис. 5), чтобы его изображение получилось на подложке капли. Зная это расстояние и фокусное расстояние объектива f , нетрудно найти H .

После помещения капли на подложку наблюдается картина интерференции (см. рис. 2), по которой определяются радиусы r_i ($i = 1, 2, \dots, M$) некоторой последовательности светлых колец. С помощью (3) производится оценка расстояния L от «перетяжки» до экрана для каждой пары последовательных колец $L_i = (r_{i+1}^2 - r_i^2) / 2\lambda$, после чего становятся известными и расстояния $S_{2i} = B - L_i$, $i = 1, 2, \dots, M - 1$.

Определяется высота h капли при наблюдении ее «сбоку». После этого возможно оценить коэффициент увеличения k_i для каждой пары значений (L_i, S_{2i}) по (12).

С помощью (11) оценивается радиус R_i кривизны капли в вершине для каждой тройки параметров (L_i, S_{2i}, k_i) .

Массив значений $\{R_i\}$ подвергается необходимой статистической обработке, после чего становятся известными оценка для R и ее статистическое качество.

Эксперимент

В экспериментах использовался лазер ЛГН-215 ($\lambda = 0,6328$ мкм), объектив «Индустар-37» ($f = 300$ мм) и цифровая камера Mustek Mini2 (матрица размером 6,7x5 мм) с возможностью передачи интерференционной картины в компьютер для последующей обработки.

В качестве объектов исследования использовались плосковыпуклые линзы (для тестирования метода), капли воды и глицерина на подложке из фторопласта.

Тестирование метода

Аттестация метода осуществлялась с помощью двух плосковыпуклых линз с высотами $h_1 = 4,4$ и $h_2 = 10,0$ мм. Радиус кривизны второй (эталонной) линзы был известен заранее, $R_2 = 7,85$ мм. Для исключения переотражений обратная поверхность линз матировалась. Параметры H и B во всех экспериментах составляли 361 и 2995 мм соответственно. Результаты экспериментов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Радиус кривизны R исследуемых линз, мм

Метод расчета	Линза 1	Линза 2
Точное значение	–	7,85
Интерферограмма	20,71	7,80
Кольца Ньютона	20,70	7,70
Геометрия схемы	20,63	7,75
Drop analysis	20,66	7,89

Здесь строка «интерферограмма» относится к результатам, полученным по предлагаемой методике обработки интерферограмм. Для сравнения радиусы кривизны были определены с помо-

стью хрестоматийного метода «колец Ньютона» - в следующей строке таблицы. Заметим также, что параметры L и S_2 могут быть найдены независимо от наблюдения картины интерференции путем непосредственного определения положения перетяжки O_1 на зондирующем пучке. Результаты, полученные таким способом, приведены в строке «геометрия схемы». Наконец, радиус кривизны можно определить и по форме бокового профиля капли с помощью процедур, упомянутых во введении. Результаты приведены в строке «drop analysis». Из таблицы видно, что в случае, когда радиус кривизны известен заранее (линза 2), предлагаемый метод дает результат заметно лучший, чем таковые, полученные с помощью «колец Ньютона» или «геометрии схемы». Результаты, найденные с помощью анализа формы капли, имеют примерно ту же точность, однако, скорее всего, потому, что «капля» (линза) имеет сферическую поверхность.

Измерение радиуса кривизны капель

Удовлетворительные результаты, полученные в тест-экспериментах с линзами, позволяют надеяться на успешное применение предлагаемого метода и в случае жидких капель. На рис. 6 показаны фотографии капель воды и глицерина, лежащих на подложке из фторопласта. Их высоты оказались равными 2,23 и 2,37 мм соответственно. Остальные параметры оптической схемы те же, что и в тест-экспериментах. Результаты определения R приведены в табл. 2.

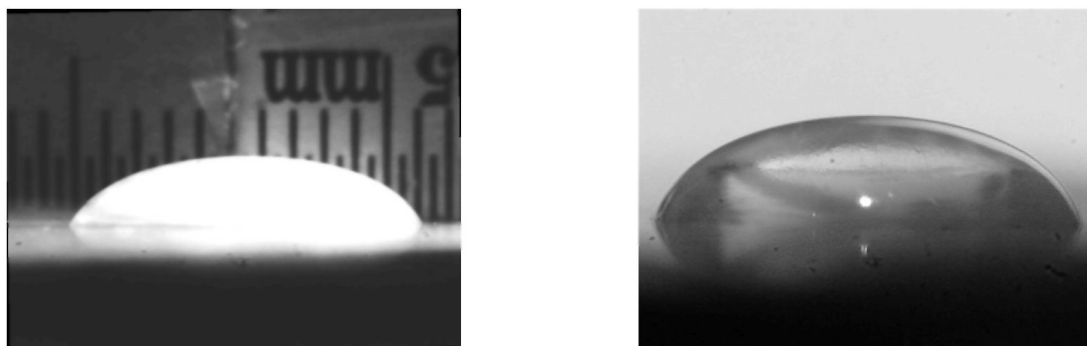


Рис. 6. Боковые профили лежащих капель воды (слева) и глицерина (справа)

Таблица 2

Радиус кривизны R капель в их вершине, мм		
Метод расчета	Вода	Глицерин
Интерферограмма	16,01	9,05
Геометрия схемы	15,8	9,05
Drop analysis	15,6	9,2

Таким образом, три различных метода определения R приводят к результатам, согласующимся друг с другом в пределах 1-3 %. Авторы не считают, однако, что полученные оценки точности не могут быть улучшены за счет более тщательной юстировки системы и увеличения объема статистических выборок.

Заключение

Предлагаемый метод позволяет дать независимую инструментальную оценку радиуса кривизны лежащей капли в ее вершине, что позволяет упростить или сделать более надежным последующее определение капиллярных свойств жидкостей, какая бы методика «обмера-обсчета» капли для этого не использовалась. Благодаря высокой пространственной чувствительности (может быть зарегистрировано изменение в геометрии капли, начиная с величины порядка долей от длины волны) и практически полной безинерционности, метод может служить и средством на-

блюдения за разнообразными процессами, происходящими в капле, даже если они ведут к весьма малым или очень быстрым изменениям ее формы. По крайней мере, он дает возможность легко убедиться в том, находится ли капля в состоянии механического и термодинамического равновесия - вопрос, который (из соображений деликатности) редко обсуждается экспериментаторами с должной обстоятельностью.

Литература

1. Финн, Р. Равновесные капиллярные поверхности. Математическая теория / Р. Финн. - М.: Мир, 1989. - 310 с.
2. Axisymmetric drop shape analysis/in Applied surface thermodynamics / S. Lahooti, O.I. Del Rio, A.W. Neumann, P. Cheng, ed. A.W. Neumann, I.K. Spelt - Marcel Dekker, 1996. - P. 442-507.
3. Коломийцов Ю.В. Интерферометры / Ю.В. Коломийцов. - Л.: Машиностроение, 1976. - 296 с.

Поступила в редакцию июня 2009 г.

DETERMINATION OF THE RADIUS OF CURVATURE IN THE VERTICE OF SESSILE DROP BY INTERFERENCE PATTERNS OBSERVATION

In view of the surface-tension and interfacial tension study experiments the new optical scheme of the radius of curvature determination is proposed. The radius of curvature is determined in the vertice of the sessile drop. The method is based on the observation of the interference patterns in the modified Michelson interferometer.

Keywords: interface tension measurements, drop shape parameters, optical methods, interference pattern.

Pyzin Georgii Petrovich - Cand. Sci. (Technical Sci.), Associate Professor, General and Theoretical Physics Department, South Ural State University.

Пызин Георгий Петрович - кандидат технических наук, доцент, кафедра общей и теоретической физики, Южно-Уральский государственный университет.

e-mail: hologrph@mail.ru

Ushakov Vladimir Leonidovich - Assistant Professor, General and Theoretical Physics Department, South Ural State University.

Ушаков Владимир Леонидович - ассистент, кафедра общей и теоретической физики, Южно-Уральский государственный университет.

Rechkalov Viktor Grigorevich - Cand. Sci. (Education Sci.), Associate Professor, General and Theoretical Physics Department, South Ural State University.

Речкалов Виктор Григорьевич - кандидат педагогических наук, доцент, кафедра общей и теоретической физики, Южно-Уральский государственный университет.

Beskachko Valeriy Petrovich - Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, General and Theoretical Physics Department, South Ural State University.

Бескачко Валерий Петрович - доктор физико-математических наук, профессор, кафедра общей и теоретической физики, Южно-Уральский государственный университет.