

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ СО СРЕДОЙ С НАНОЧАСТИЦАМИ

Н.Р. Садыков, Н.А. Скоркин

На основе полученной системы материальных уравнений смоделирован процесс усиления в резонаторе СВЧ-излучения с длиной волны $\lambda \sim 10$ см. Показано, что можно достичь плотности энергии излучения $W \sim 1000$ Дж/м³. Накачка среды производится с помощью стационарного электрического поля при наличии в среде проводящих наночастиц. Оценена необходимая для этого массовая концентрация наночастиц и величина накачиваемого поля. Предлагается с помощью стационарного электрического поля способ получения активной среды для усиления СВЧ-излучения в диапазоне длины волны $\lambda \sim 10$ см. Для этого нужно распылить удлиненные электропроводящие наночастицы.

Ключевые слова: СВЧ-излучение, наночастицы, стационарное электрическое поле.

Введение. В настоящее время проводятся интенсивные исследования, связанные с наличием пылевых частиц в нейтральной газовой среде, в ионизированном газе. Это направление является перспективным в связи с различными технологическими приложениями: процессы горения, плазменные технологии, физика атмосферы, управляемый термоядерный синтез. В случае плазменных технологий большой интерес вызывает кристаллизация пылевых частиц в газоразрядной плазме - образование упорядоченных структур [1,2]. Вызывает определенный интерес процессы, связанные со взаимодействием излучения со средой, содержащей наночастицы и наноструктуры [3, 4]. В данной работе на основе полученной системы материальных уравнений моделируется процесс усиления в резонаторе СВЧ-излучения с длиной волны $\lambda \sim 10$ см. Накачка среды производится при наличии в ней проводящих наночастиц с помощью стационарного электрического поля. Оценена необходимая для этого массовая концентрация наночастиц и величина накачиваемого поля. Приступим к рассмотрению сформулированной задачи.

Вывод системы материальных уравнений. Пусть имеется неограниченная область, состоящая из вытянутых наночастиц (содержащая удлиненные наночастицы) концентрации η . Пусть через такую область распространяется электромагнитное излучение. Электрическое поле обозначим как $E(t, r)$. Для того чтобы описать механизм взаимодействия таких частиц с электромагнитным излучением, аппроксимируем эти частицы двумя одинаковыми проводящими шарами радиуса R и массы m (см. рис. 1).

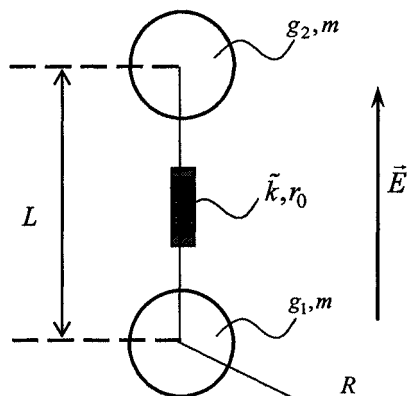


Рис. 1. Аппроксимация наночастицы гантелью

Будем считать, что шары соединены проводящим тонким стержнем длины L , коэффициентом упругости \tilde{k} и электрическим сопротивлением r_0 . Пусть $g_1(t)$ и $g_2(t)$ соответственно заряды на первом и втором шарах. Будем считать, что диполи параллельны электрическому полю волны. Поляризация в общем случае будет складываться из линейной P_0 и нелинейной P_1 , поляризаций

$$P_0 = \frac{1}{2} n L (g_2 - g_1), P_1 = \frac{1}{2} n x (g_2 - g_1) - \frac{1}{2} n x^{(0)} (g_2^{(0)} - g_1^{(0)}), x = x(t) = x_2(t) - x_1(t), x^{(0)} = x_2^{(0)} - x_1^{(0)}, \quad (1)$$

где P_0, P_1 - соответственно амплитуды векторов $\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_1$; n - концентрация наночастиц в области; $x(t)$ - быстро осциллирующая в масштабе времени изменения разности зарядов величина, которая характеризует изменение расстояния между шарами за счет упругих сил; $x \ll L$; $g_1 + g_2 = g_1^{(0)} + g_2^{(0)}$; $x^{(0)}$ - характеризует дополнительную деформацию за счет упругих и кулоновской сил двух предварительно заряженных шаров с зарядами $g_1^{(0)}, g_2^{(0)}$ при наличии E

$$\tilde{k}(x_2^{(0)} - x_1^{(0)}) = (g_2^{(0)} - g_1^{(0)})E/2. \quad (2)$$

Нетрудно заметить, что P_1 характеризует изменение нелинейной поляризации при соответствующем изменении зарядов. В (2) линейность P_0 следует из того факта, что при $R \ll L$ имеет место соотношение $(g_2 - g_1)/R = LE$, т. е.

$$P_0 = \frac{1}{2}nRL^2E = \chi E, \quad (3)$$

где электрическая восприимчивость равна $\chi = nRL^2/2 = \text{const}$.

С учетом полученных соотношений уравнение поля в резонаторе с распыленными наночастицами с учетом полученных соотношений запишется ([5], с. 75) как

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{1}{\tau} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \omega_0^2 \mathbf{E} = -\frac{4\pi}{\varepsilon} \frac{\partial^2 \mathbf{P}_1}{\partial t^2}, \quad (4)$$

где $\varepsilon = 1 + 4\pi\chi$ – диэлектрическая проницаемость. В (4) предполагается, что поляризация \mathbf{P}_1 , зависящая от поля резонатора, имеет такое же пространственное распределение, как и нормальная мода поля резонатора.

В случае отсутствия излучения при $R \ll L$ энергия системы будет равна

$$W_1 = n \left[(g_1^{(0)})^2 + (g_2^{(0)})^2 \right] / 2R, \quad (5)$$

где $g_1^{(0)}$, $g_2^{(0)}$ – заряды на шарах в начальный момент времени.

В присутствии поля излучения в произвольный момент времени энергия системы будет равна

$$W_2 = n \left[g_1^2 + g_2^2 \right] / 2R, \quad (6)$$

где $g_1 + g_2 = g_1^{(0)} + g_2^{(0)} = 0$.

Из (5) и (6) получим, что при наличии излучения энергия системы меняется на величину

$$W = W_2 - W_1 = N - N_0, \\ N = \frac{n(g_2 - g_1)^2}{4R}, \quad N_0 = \frac{n(g_2^{(0)} - g_1^{(0)})^2}{4R}, \quad (7)$$

где при выводе (7) учтено, что будет иметь место соотношение

$$g_1^2 + g_2^2 - (g_1^{(0)})^2 - (g_2^{(0)})^2 = 2g_1^{(0)}g_2^{(0)} - 2g_1g_2.$$

При усилении поля будет иметь место $N - N_0 < 0$, $\partial N / \partial t > 0$. Если $E \cdot \partial P_1 / \partial t$, то поле будет совершать положительную работу и энергия поля будет уменьшаться. Поэтому для увеличения энергии поля необходимо выполнение условия $E \cdot \partial P_1 / \partial t$.

С учетом сказанного, при наличии электромагнитного поля СВЧ-излучения закон сохранения энергии с помощью введенных величин N , P_1 запишется так:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{T_1}(N - N_0) = -E \frac{\partial P_1}{\partial t}, \quad (8)$$

Уравнение (8) представляет собой одно из двух материальных уравнений ([5], с. 75). Следует отметить, что величина N является медленно меняющейся в масштабе собственных малых колебаний осциллятора с коэффициентом упругости \tilde{k} . При этом сами колебания осциллятора в описываемой здесь модели будут определять поправку к поляризации (нелинейную поляризацию). Поскольку величина N и амплитуда колебаний осциллятора (колебания нелинейной поляризации) будут характеризоваться относительным расстоянием между двумя шарами, то в нашем случае относительное изменение расстояния между двумя центрами будет описываться двумя функциями, которые характеризуются разными масштабами изменения. Первая функция определяет величину N , которая меняется медленно, но при этом величина изменения достигает значительных величин. Вторая величина – это нелинейная поляризация, которая является быстро осциллирующей функцией относительно переменной N , но при этом амплитуда колебаний незначительна в масштабе изменения первой функции. Такое «временное» отличие функций позволяет

выделить два уравнения. Первое уравнение – уравнение (8). Получим второе материальное уравнение – уравнение для нелинейной поляризации

Относительно обобщенной координаты $x = x_2 - x_1$, где x_1, x_2 – соответственно координаты центров шаров, будет иметь место уравнение движения

$$\mu \ddot{x} + \tilde{k} x = \frac{1}{2}(g_2 - g_1)E, \quad (9)$$

где $\mu = m/2$ – приведенная масса, $\ddot{x} = d^2x/dt^2$.

С учетом сил трения и соотношения (1) из (9) получим

$$\frac{\partial^2 P_1}{\partial t^2} + \frac{2}{T_2} \frac{\partial P_1}{\partial t} + \Omega^2 P_1 = n \frac{(g_2 - g_1)^2}{4\mu} E - n \Omega^2 \frac{g_2^{(0)} - g_1^{(0)}}{2} (x_2^{(0)} - x_1^{(0)}), \quad (10)$$

где $\Omega^2 = \tilde{k}/\mu$. При выводе (10) учтено, что

$$\left| \frac{\partial \ln |g_1|}{\partial t} \right| \sim \left| \frac{\partial \ln |g_2|}{\partial t} \right| \ll \left| \frac{\partial \ln |x|}{\partial t} \right|.$$

С учетом (2) уравнение (10) запишется в виде

$$\frac{\partial^2 P_1}{\partial t^2} + \frac{2}{T_2} \frac{\partial P_1}{\partial t} + \Omega^2 P_1 = \frac{R}{\mu} (N - N_0) E, \quad (II)$$

где N, N_0 определены в (7); второе слагаемое в (11) характеризует диссипативные процессы, например, трение, обусловленное взаимодействием шаров со средой, например, воздухом.

Уравнения (4), (8) и (11) представляют собою систему материальных уравнений в резонаторе, где роль среды выполняют удлинённые наночастицы, распыленные в газовой среде. В данной работе наночастицы аппроксимированы удлинёнными электропроводящими гантельками. Величины N и P_1 в (8) и (11) выполняют соответственно роль разности населенностей уровней и поляризации (см. ([5], с. 75) или [6]).

Рассмотрим когерентное излучение в резонаторе

$$P_1 = \frac{1}{2} \tilde{P}_1 \exp(-i\omega t) + \text{компл. сопряж.}, \quad E = \frac{1}{2} \tilde{E} \exp(-i\omega t) + \text{компл. сопряж.} \quad (12)$$

и запишем систему материальных уравнений относительно \tilde{P}_1, \tilde{E} .

Предположим, что резонатор настроен так, что $\omega = \Omega = \omega_0$. Из (11) с учетом (12) получим

$$\frac{\partial \tilde{P}_1}{\partial t} + \frac{1}{T_2} \tilde{P}_1 = -i \frac{\Lambda}{2\omega} \tilde{N} \tilde{E}, \quad \frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} + \frac{1}{2\tau} \tilde{E} = i \frac{2\pi\omega}{\varepsilon} \tilde{P}_1, \quad (13)$$

где $\Lambda = R/\mu$, $N - N_0 = -\tilde{N}$ и при выводе второго уравнения в (13) учтено, что в случае усиления излучения напряженность поля и нелинейная поляризация направлены в противоположных направлениях.

Из (8) с учетом (12) получим

$$\frac{\partial \tilde{N}}{\partial t} + \frac{1}{T_1} \tilde{N} = i \frac{\omega}{4} (\tilde{E} \tilde{P}_1^* - \tilde{E}^* \tilde{P}_1). \quad (14)$$

Из первого уравнения (13) в квазистационарном случае $\partial \tilde{P}_1 / \partial t \ll \tilde{P}_1 / T_2$ следует

$$\tilde{P}_1 = -i \frac{T_2 \Lambda \tilde{N}}{2\omega} \tilde{E} = \chi_1 \tilde{E}. \quad (15)$$

Подставим (15) в (8). В результате получим

$$\frac{\partial \tilde{N}}{\partial t} + \frac{1}{T_1} \tilde{N} = -\frac{T_2 \Lambda \tilde{N}}{4} |\tilde{E}|^2. \quad (16)$$

Из второго уравнения (13) с учетом (15) следует

$$\frac{\partial |\tilde{E}|^2}{\partial t} + \frac{1}{\tau} |\tilde{E}|^2 = \frac{2\pi T_2 \Lambda \tilde{N}}{\varepsilon} |\tilde{E}|^2. \quad (17)$$

Результаты численного моделирования. На основе материальных уравнений (13) и (14) проведена серия расчетов по определению усиления СВЧ-излучения в нестационарном пространственном резонаторе – аналоге плазменных образований. Уравнения (13) и (14) являются нелинейными обыкновенными дифференциальными уравнениями жесткого типа. Для их численного решения была использована подпрограмма решения жестких дифференциальных уравнений DIVPAG из библиотеки стандартных программ IMSL языка программирования FORTRAN 90. Эта подпрограмма решает задачу Коши методом Гира – дифференцирования назад с автоматическим выбором шага интегрирования. В расчетах полагалось (см. [7]): $R = 10^{-8}$ м, $\varepsilon = 1$, $\tau = 10^{-3}$ с, $\rho = 2 \cdot 10^3$ кг/м³ – плотность шаров радиуса R , $L = 20R$, $\omega T_2 = 10^4$, $\omega = 2 \cdot 10^{10}$ с⁻¹ ($T_2 = 5 \cdot 10^{-7}$ с), $E_0^2 / 8\pi = 10$ Дж/м³ – плотность энергии электростатического поля, с помощью которого производится накачка среды, состоящей из распыленных наночастиц, $c_0 = 8\pi R^3 n / 3 = 10^{-3}$ – объемная концентрация гантелек.

Из приведенных выше данных следует, что $\Lambda = R / \mu = 3 / (2\pi\rho R^2) \approx 2,4 \cdot 10^{12}$ м/кг. В данной работе в отличие от работы [7] вместо графита взят кремний, в результате чего получено значение $T_1 \approx 4 \cdot 10^{-7}$ с. Поскольку для графита $T_1 \sim 10^{-15}$ с, то в этом случае время электрического разрядника должно быть меньше $\sim 10^{-15}$ с, но разрядники с такими параметрами нельзя реализовать на практике. Величина «разности инверсии населенностей» в начальный момент времени в соответствии с (7) будет равна

$$\tilde{N}|_{t=0} = \frac{nRI^2}{4} |E_0|^2 = \frac{3}{4} c_0 \frac{L^2}{R^2} \frac{|E_0|^2}{8\pi} = 3 \text{ Дж/м}^3.$$

Многokратная накачка при численном моделировании осуществлялась следующим образом. Через интервал времени Δt величина \tilde{N} в точке $t_n = n\Delta t$ полагалась равной начальной $\tilde{N}|_n = 3$, величины E, P_1 брались с правого конца интервала $(n-1)$ накачки. На рис. 2, 3 и на рис. 4 приведены соответственно зависимости усиления плотности энергии излучения $W = |\tilde{E}(t)|^2 / 8 \cdot \pi = \varepsilon_0 |\tilde{E}(t)|^2 / 2$, нелинейной поляризации \tilde{P}_1 и величины накачки среды \tilde{N} от времени t в случае двукратной накачки с помощью стационарного электрического поля.

Начальная плотность энергии поля равнялась $W(t=0) = 4,4 \cdot 10^{-4}$ Дж/м³. Из рис. 4 видно, что в случае первых двух накачек величина \tilde{N} быстро возрастала в небольшом интервале времени, отсчитываемом от точки t_n , а потом медленно стремилась к асимптотическому значению – нулю.

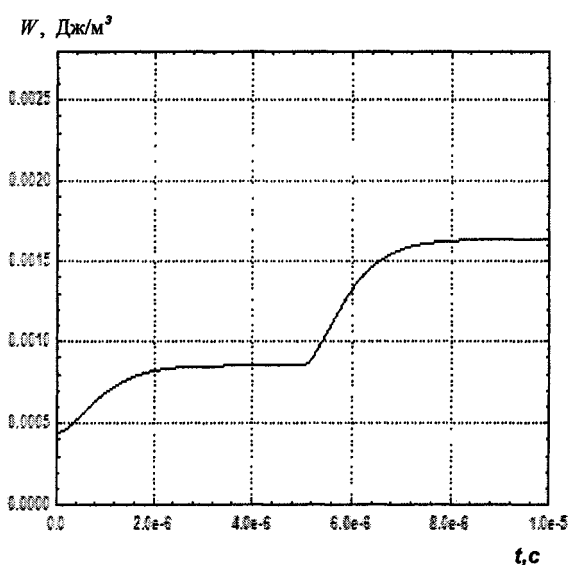


Рис. 2. Зависимость плотности энергии излучения W от времени t при двукратной накачке

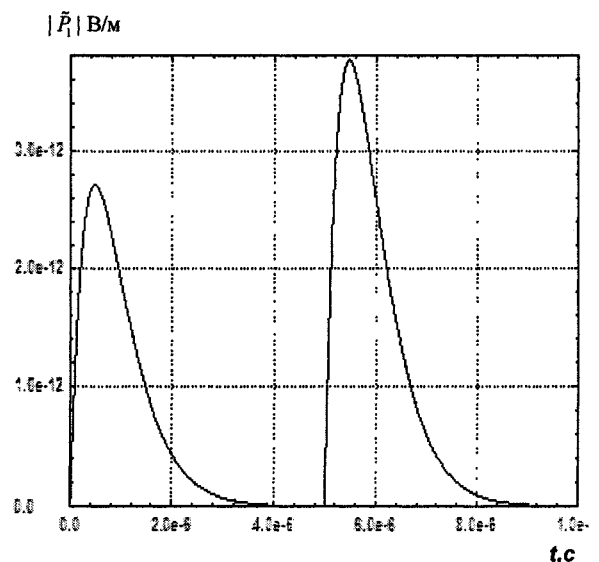


Рис. 3. Зависимость модуля нелинейной поляризации $|\tilde{P}_1|$ от времени t

В одном акте усиления характерный масштаб времени по полувысоте имеет порядок $\sim 4 \cdot 10^{-7}$ с. В случае многократной накачки при больших значениях времени у величины \tilde{N} , поляризации и мощности излучения появляются осцилляции. Если в уравнении (17) пренебречь вторым слагаемым, то рост мощности излучения за один акт усиления будет определяться интегралом от величины \tilde{N} . Это подтверждается результатами численного моделирования.

На рис. 5 приведены зависимости усиления плотности энергии излучения с интервалами времен для одной накачки $\Delta t = 5 \cdot 10^{-6}$ с, $\Delta t = 2,5 \cdot 10^{-6}$ с и $\Delta t = 1,5 \cdot 10^{-6}$ с. Максимальные значения энергии излучения достигались соответственно при 4600-кратной накачке, 5400-кратной накачке и 5600-кратной накачке. При $\Delta t = 5 \cdot 10^{-6}$ с плотность энергии излучения достигает максимальной величины $W_{\max} = 598$ Дж/м³ за время $t_{\max} = 0,023$ с, при $\Delta t = 2,5 \cdot 10^{-6}$ с достигает максимальной величины $W_{\max} = 1200$ Дж/м³ за время $t_{\max} = 0,0135$ с и при $\Delta t = 1,5 \cdot 10^{-6}$ с достигает максимальной величины $W_{\max} = 2028$ Дж/м³ за время $t_{\max} = 0,0084$ с. Такая закономерность объясняется тем, что в приведенных на рис. 5 расчетных величинах интеграл от \tilde{N} практически остается постоянной величиной при различных значениях и интервалах времени накачки. Соответственно будут отличаться время и значение W в стационарном режиме.

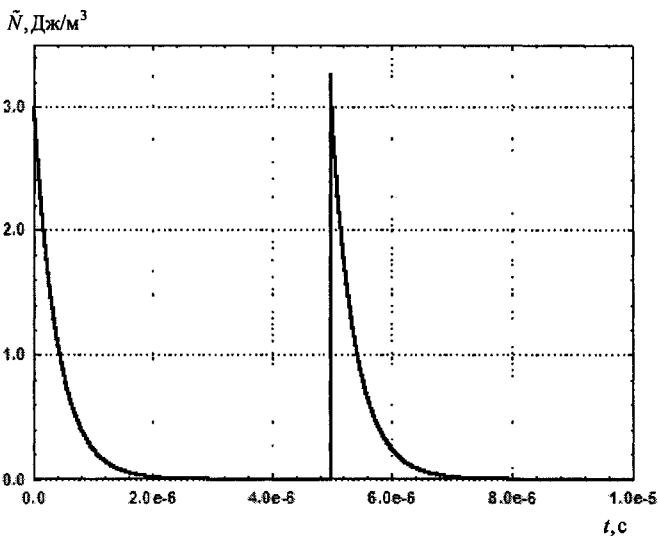


Рис. 4. Зависимость величины накачки среды \tilde{N} от времени t при двукратной накачке

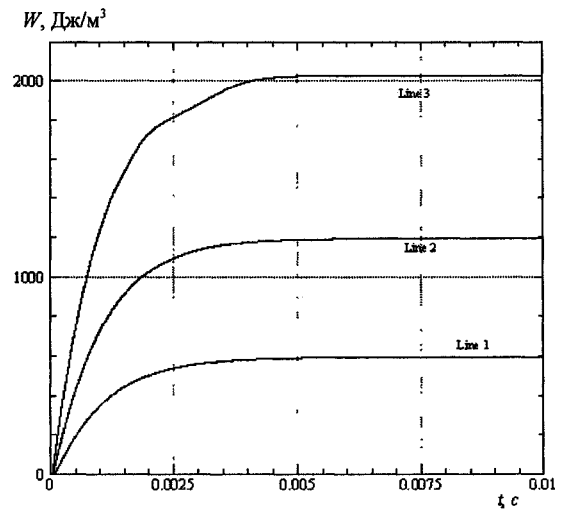


Рис. 5. Зависимость плотности энергии излучения W от времени t : Line 1 – $\Delta t = 5 \cdot 10^{-6}$ с; Line 2 – $\Delta t = 2,5 \cdot 10^{-6}$ с; Line 3 – $\Delta t = 1,5 \cdot 10^{-6}$ с.

В правой части уравнения (17) коэффициент при $|\tilde{E}|^2$, имеющий размерность обратного значения времени, будет равен

$$\frac{1}{T} = \frac{2\pi T_2 \Lambda \tilde{N}|_{t=0}}{\varepsilon} \approx 2,3 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}.$$

Видно, что $T \approx 4,4 \cdot 10^{-8}$ с значительно меньше периода колебаний излучения (период электромагнитных колебаний равен $2\pi/\omega \approx 3,14 \cdot 10^{-10} \text{ с}^{-1}$).

Заключение. Полученная система материальных уравнений описывает в пространственном резонаторе (аналоге плазменных образований) процесс усиления СВЧ-излучения. При $\omega = 2 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ и объемной концентрации наночастиц $c_0 = 10^{-3}$ для однократной накачки характерное время усиления для удлинённых наночастиц $L \approx 20R$ составило $T \sim 10^{-8} \div 10^{-7}$ с. В результате многократной накачки плотность энергии излучения можно довести до $W \approx 2000$ Дж/м³ за время $t_{\max} = 0,008$ с (см. рис. 5).

Известно, что в случае квазистационарного поля длительностью $(1 \div 3) \cdot 10^{-9}$ с величина поля разряда определяется значением $E_0 = 1,5 \cdot 10^7$ В/м [8–10], что составляет плотность энергии поля $W \approx 1000$ Дж/м³. Такую плотность энергии излучения в нашей задаче можно достигнуть за время $\Delta t_2 \approx 0,01 \div 0,1$ с.

Рассмотренный в работе теоретический подход позволяет также рассмотреть процесс усиления бегущей волны - усиление СВЧ-излучения.

Работа выполнена при частичной поддержке грантом РФФИ, проект № 07-01-96011.

Литература

1. Фортвов, В.Е. Пылевая плазма, индуцированная солнечным излучением, в условиях микрогравитации: эксперимент на борту орбитальной станции «Мир» / В.Е. Фортвов, А.П. Нефедов, О.С. Ваулина и др. // ЖЭТФ. - 1998. - Т. 114, вып. 6(12). - С. 2004-2021.
2. Нефедов, А.П. Кристаллические структуры в плазме с сильным взаимодействием макрочастиц / А.П. Нефедов, О.Ф. Петров, В.Е. Фортвов // УФН. - 1998. - Т. 176, № И. - С. 1215-1226.
3. О возможности создания нестационарного волноводного канала на основе удлиненных наночастиц / В.А. Зацепин, В.П. Смыслов, Н.Р. Садыков и др. // Оптика атмосферы и океана. - 2007. - Т. 20, № 4. - С. 378-379.
4. О возможности создания нестационарного волноводного канала на основе удлиненных наночастиц / В.А. Зацепин, В.П. Смыслов, Н.Р. Садыков и др. // Оптика атмосферы и океана. - 2004. - Т. 17, № 2-3. - С. 168-170.
5. Пантел, Р. Основы квантовой электроники / Р. Пантел, Г. Путхов. - М.: Мир, 1972. - 384 с.
6. Крюков, П.Г. Распространение импульса света в резонансно усиливающей (поглощающей) среде / П.Г. Крюков, В.С. Летохов // УФН. - 1969. - Т. 99, № 2. - С. 169-225.
7. Садыков, Н.Р. Вывод системы материальных уравнений при взаимодействии излучения с наночастицами / Н.Р. Садыков // Оптика атмосферы и океана. - 2008. - Т. 21, № 10 - С. 855-857.
8. Яландин, М.И. Мощные малогабаритные импульсно-периодические генераторы субнаносекундного диапазона / М.И. Яландин, В.Г. Шпак // Приборы и техника эксперимента. - 2001. - № 3. - С. 5-31.
9. Генерирование высоковольтных субнаносекундных импульсов пиковой мощности 700 МВт и частотой до 3,5 кГц / С.К. Любутин, Г.А. Месяц, С.Н. Рукин и др. // Приборы и техника эксперимента. - 2001. - № 5. - С. 80-88.
10. Генерация мощных сверхкоротких импульсов СВЧ излучения / А.А. Ельчанинов, С.Д. Коровин, И.В. Пегель и др. // Известия вузов. Радиофизика. - 2003. - Т. XLVI, № 8-9. - С. 874-882.

Поступила в редакцию 10 сентября 2008 г.

PHYSICO-MATHEMATICAL MODEL OF INTERACTION BETWEEN RADIATION AND MEDIUM CONTAINING NANOPARTICLES

On the basis of the obtained system of the constitutive equations the authors simulate the process of gaining in the resonator of the microwave-radiating with the $\lambda \sim 10$ cm wavelength. They demonstrate that it is possible to gain $W \sim 1000$ J/m³ radiation density. Medium pumping is carried out by means of the stationary electric field with the conducting nanoparticles. The authors also measure the necessary weight concentration of the nanoparticles and the dimension of the pumping field. They offer a method of the active medium producing for the microwave-radiation gaining within the wavelength range $\lambda \sim 10$ cm and using the stationary electric field.

Keywords: microwave-radiation, nanoparticles, stationary electric field.

Sadykov Nail Rahmatullovi - Dr.Sc. (Physics and Mathematics), Senior Teacher, Branch of the South Ural State University in the city of Snezhinsk.

Садыков Наиль Рахматуллович - доктор физико-математических наук, старший преподаватель, филиал Южно-Уральского государственного университета, г. Снежинск.

Skorkin Nikolai Andreevich - Dr.Sc. (Engineering), Professor, Branch of the South Ural State University in the city of Snezhinsk.

Скоркин Николай Андреевич - доктор технических наук, профессор, филиал Южно-Уральского государственного университета, г. Снежинск.

e-mail: n.a.skorkin@rambler.ru