

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ МЕСТОРОЖДЕНИЯ НА ОСНОВЕ КАРТ ВЫСОТ В ЗАДАЧАХ АВТОМАТИЗАЦИИ ГОРНОГО ПРОИЗВОДСТВА

Д.М. Арсланов, А.В. Козлов

HEIGHTMAP MODEL FOR MINERAL RESOURCE INDUSTRY AUTOMATION ISSUES

D.M. Arslanov, A.V. Kozlov

В статье рассматриваются современные проблемы компьютерного моделирования в задачах автоматизации горного производства. Для их решения предложена модель месторождения на основе карт высот. Модель предназначена для оперативной обработки данных при прогнозировании литологической ситуации, оптимальном планировании и диспетчеризации.

Ключевые слова: карта высот, горное производство, автоматизация, моделирование.

Modern computer modeling issues of mineral resource industry automation are discussed in a paper. Deposit heightmap model is suggested for its fixing. Purpose of the model is a real time data process for modeling of ore grade spatial variability, open pit mine planning and control.

Keywords: heightmap, mineral resource industry, automation, simulation.

Введение

Извлечение твердых полезных ископаемых из недр при помощи открытых горных выработок имеет не меньшее значение, чем добыча основных энергоносителей, и представляет собой сложный процесс с множеством влияющих факторов. Так как в большинстве случаев горной практики не может быть однозначного обоснования для принятия инженерных решений, главным методом решения производственных задач для горнодобывающих предприятий остается метод вариантов. При этом компьютерное моделирование позволяет резко увеличить и ускорить цикл получения и оценки вариантов решения. На основе предоставляемых возможностей по обработке данных цифровая модель месторождения полезных ископаемых выступает основой для разработки автоматизированных методов решения производственных задач, реализации и работы соответствующих информационных систем. Существенное повышение эффективности работы для современного предприятия невозможно без внедрения подобных систем на всех стадиях производственного процесса для целей его автоматизации. Основными задачами при автоматизации горного производства являются прогнозирование литологической ситуации

участка недр месторождения по данным геолого-разведочных, топографо-геодезических и маркшейдерских работ, оптимальное планирование открытых горных работ и диспетчеризация [1,2].

На сегодняшний день блочная и каркасная модели месторождений являются основными для решения задач автоматизации горного производства [3]. На горном производстве растут требования к уровню автоматизации и оперативности в решении задач прогнозирования, планирования и диспетчеризации при помощи информационных систем. Каркасная и блочная модели не в полной мере удовлетворяют этим требованиям. Они несовместимы между собой из-за различия в форматах используемых структур данных, методах обработки и представления. Системы, построенные на их основе, независимо решают разные задачи, и их интеграция в рамках единого производственного процесса для работы с разделяемыми данными по достижению общей цели затруднена [2].

Одной из главных проблем на пути дальнейшего развития информационных систем к повышению уровня автоматизации производственных процессов горнодобывающих предприятий является отсутствие обобщенной цифровой модели месторождения, позволяющей оперативно решать

Арсланов Дмитрий Мерзагитович - аспирант ЮУрГУ; arslanstudio@hotmail.com

Козлов Артем Викторович - инженер НОЦ «Машиностроение и металлургия» ЮУрГУ; a_kozlov@bk.ru

Arslanov Dmitriy Merzagitovich - postgraduate student of SUSU; arslanstudio@hotmail.com

Kozlov Artem Victorovich - engineer of SEC «Mechanical engineering and metallurgy» of SUSU; a_kozlov@bk.ru

весь спектр необходимых задач. В качестве таковой в данной статье предлагается модель, основанная на картах высот. Карты высот эффективно применяются в смежных областях и показывают хорошие результаты [4]. Преимущество предлагаемой модели состоит в существенном сокращении объема и оптимальной структуре данных при обеспечении требуемого качества детализации, учете необходимых параметров и возможности применять развитые методы обработки и представления.

1. Моделирование месторождения

Месторождение полезных ископаемых рассматривается по некоторому действительному параметру, например, чистая прибыль от реализации полезного компонента, добытого в данной точке, как статическое пространственное скалярное поле [5]. Поскольку месторождение занимает ограниченный участок местности, рассмотрение ведется на конечной области определения в трехмерной прямоугольной системе координат. Начало системы координат выбирается как особая точка на месторождении, например, опорный геодезический пункт. Таким образом, скалярное поле записывается в виде функции $d(x, y, z)$, где $x \in (0; x_{max})$, $y \in (0; y_{max})$, $z \in (z_{min}; z_{max})$, $d \in (-\infty; +\infty)$.

На основе требуемой степени детализации для решения поставленной задачи для каждой из трех осей системы координат задаются длины единичных отрезков: x_0 , y_0 и z_0 соответственно. Целое число отрезков, укладываемых вдоль соответствующих осей, обозначается как $Q_x = x_{max}/x_0$, $Q_y = y_{max}/y_0$ и $Q_z = (z_{max} - z_{min})/z_0$. Значения скалярного поля начинают рассматриваться только в точках с координатами, кратными длинам единичных отрезков: $x = ix_0$, $y = jy_0$, $z = kz_0$, где $i = 1, 2, \dots, Q_x$, $j = 1, 2, \dots, Q_y$, $k = 1, 2, \dots, Q_z$.

$$d(x, y, z) = d(ix_0, jy_0, kz_0) = \mathbf{d}[i, j, k]. \quad (1)$$

Тем самым осуществляется дискретизация скалярного поля, что открывает возможности для машинного представления и обработки данных в виде матрицы (1). Отдельный пласт породы при моделировании литологической ситуации участка недр дискретным скалярным полем будет представлять собой связанную область равных значений.

2. Модель месторождения на основе карт высот

Путем вычисления дискретной свертки функции (1) с ядром фильтра специального вида $f[l, m, n]$, могут быть детектированы поверхности $g[i, j, k]$ равных значений скалярного поля, отделяющих одни области равных значений от других [6]. Фильтр $f[l, m, n]$ также именуется маской, оператором дискретной свертки или апертурой. Размерность фильтра обозначается $Q_l \times Q_m \times Q_n$, определяются интервалы изменения значений его индексов: $l \in [-Q_l/2, Q_l/2]$, $m \in [-Q_m/2, Q_m/2]$, $n \in [-Q_n/2, Q_n/2]$.

В общем случае значения дискретной функции $f[l, m, n]$, называемые коэффициентами фильтра, рассчитываются по выражению для закона распределения коэффициентов фильтра, который отражает зависимость значения коэффициента от его положения в фильтре. Данная зависимость определяется на основе требуемого результата работы фильтра. Однако для большинства задач представляется возможным выбрать готовые фильтры или зависимости для их расчетов [7].

С помощью соответствующего фильтра вычисляются поверхности литологических тел, например, рельеф и рудные тела:

$$\mathbf{g}[i, j, k] = \mathbf{d}[i, j, k] * \mathbf{f}[l, m, n]. \quad (2)$$

Здесь символом «*» обозначена дискретная свертка, вычисляемая по выражению:

– если $Q_l/2 < i < Q_x - Q_l/2$,

$Q_m/2 < j < Q_y - Q_m/2$, $Q_n/2 < k < Q_z - Q_n/2$, тогда

$$\mathbf{d}[i, j, k] * \mathbf{f}[l, m, n] = \sum_{l=-\frac{Q_l}{2}}^{\frac{Q_l}{2}} \sum_{m=-\frac{Q_m}{2}}^{\frac{Q_m}{2}} \sum_{n=-\frac{Q_n}{2}}^{\frac{Q_n}{2}} (\mathbf{d}[i+l, j+m, k+n] \mathbf{f}[l, m, n]); \quad (3)$$

– во всех остальных случаях:

$$\mathbf{d}[i, j, k] * \mathbf{f}[l, m, n] = 0. \quad (4)$$

Для получения блочной модели месторождения литологические поверхности (2) записываются в трехмерную разреженную матрицу [8]:

$$\mathbf{B}_{Q_x \times Q_y \times Q_z} = \{\mathbf{g}[i, j, k]\}. \quad (5)$$

В зависимости от ставящихся задач, месторождение может моделироваться набором таких матриц [5].

Каркасная модель может быть формализована как кортеж τ упорядоченного множества \mathbf{v} вершин поверхности (2) и упорядоченного множества \mathbf{p} индексов вершин:

$$\tau = \{\mathbf{v}, \mathbf{p}\}. \quad (6)$$

\mathbf{v} определяется как подмножество малой размерности декартового произведения множеств $\mathbf{X} = \{i\}$, $\mathbf{Y} = \{j\}$ и $\mathbf{Z} = \{k\}$ области определения и области значения \mathbf{g} дискретной функции скалярного поля (1): $\mathbf{v} \subseteq \mathbf{g} \times \mathbf{X} \times \mathbf{Y} \times \mathbf{Z}$, $\mathbf{v} = \{\mathbf{g}[i, j, k], i, j, k\}$. В случае триангуляционного моделирования каркаса тел \mathbf{p} определится как $\mathbf{p} = \{v_1, v_2, v_3\}$, где v_1, v_2, v_3 – порядковые номера вершин $(\mathbf{g}[i, j, k], i, j, k)$ в составе \mathbf{v} . Данная тройка указывает, в каком порядке следует соединить вершины графа триангуляции τ для образования треугольной грани поверхности литологического тела [9].

Модель на основе карт высот использует для моделирования высоко детальных поверхностей (2) совокупность функций вида

$$k = \mathbf{s}[i, j], \quad (7)$$

называемых карты высот и записываемых в матрице

$$\mathbf{H}_{Q_h \times 1} = \{\mathbf{s}_h\}, \quad (8)$$

где Q_h – количество моделируемых литологических поверхностей, $h = 1, 2, \dots, Q_h$.

Для визуализации карты высот (7) используется триангуляционная каркасная модель регулярной сетчатой поверхности: $v \subseteq X \times Y \times Z$, $v = \{i, j, k\}$, $i = \{v_1, v_2, v_3\}$, $t = \{v, i\}$. (9)

С каждой поверхностью (7) из (8) сопоставляются дополнительные параметры количеством N для возможностей детального моделирования:

- максимально допустимые устойчивые углы наклона борта карьера $A_{Qh \times 1} = \{a_h\}$;

- минимально допустимые ширины площадок $W_{Qh \times 1} = \{w_h\}$;

- чистые прибыли реализации единицы объема пород $C_{Qh \times 1} = \{c_h\}$;

- и т. д., например, также требуется учитывать охранные зоны объектов, оптимизацию транспортных потоков для построения схемы вскрытия [3].

Таким образом, общую модель месторождения на основе карт высот с учетом (9) можно записать в виде

$$D_{1 \times N} = [H A W C \dots]. \quad (10)$$

3. Диспетчеризация горного производства

Оперативная задача диспетчеризации горного производства имеет большое значение для предприятия, так как позволяет существенно сократить затраты и повысить качество продукции, обеспечивая высокий экономический эффект. Например, это использование диспетчерских для мониторинга положения работы экскаваторов по построению открытых эксплуатационных горных выработок, контроля транспортировки продукции на склады в зависимости от содержания полезного компонента и пустой породы в отвалах. Успешное решение данной задачи напрямую зависит от объема передаваемых по каналам связи данных, производительности методов их обработки и визуализации.

На практике в подавляющем большинстве случаев, например, для пластовых месторождений угля, размерность и объем данных блочной модели (5) оказываются колоссальными из-за требований высокой степени детализации для обеспечения приемлемой точности моделирования [1]. В итоге обработка и визуализация данных блочной модели (5) сталкиваются с серьезными проблемами требования огромного числа вычислительных ресурсов [10]. Поэтому размерность и объемы данных блочной модели (5) стараются сделать как можно меньше, что неизбежно сказывается на качестве получаемых результатов.

Высокая производительность видеопроцессоров по сравнению с центральными процессорами наряду с возможностями их программирования для прикладных целей открыла возможности высокопроизводительной обработки и визуализации данных для широкого класса задач на компьютерах общего назначения. Поэтому определенные успехи в направлении визуализации и обработки блочных моделей месторождений (5) начали появляться сравнительно недавно [11].

По совокупности объем данных модели на основе карт высот (9) и (10) во много раз меньше, чем объем данных блочной (5) и каркасной модели (6) при больших возможностях качественной детализации. Например, отношение Q_j/Q_h , может составлять свыше 500 для одной и той же модели.

Методы визуализации триангуляционной каркасной модели (6) развиваются уже долгое время. Аппаратная растеризация триангуляции (6) в линейно адресуемую видеопамять реализована во всех современных видеопроцессорах. При этом объем данных каркасной (6) значительно меньше объема данных блочной модели (5) для одного месторождения [9, 11].

В настоящее время каркасная модель (6) не может применяться для целей автоматизированного прогнозирования литологической ситуации на участке недр и оптимального планирования открытых горных работ в виду сложности формата данных и отсутствия соответствующих методов его обработки. В решении данных задач каркасная модель (6) служит в основном для визуализации соответствующей ей блочной модели (5). Поэтому для решения данных задач автоматизации горного производства необходимо совместно обрабатывать обе модели (5)-(6). Это не позволяет эффективно применять каркасную модель (6) в процессе автоматизации горного производства для оперативного решения задач.

Каркасная модель (6) служит также для моделирования рельефа по данным топографо-геодезических и маркшейдерских работ, подсчета объемов рудных тел и детального моделирования открытых эксплуатационных горных выработок, транспортных схем, инфраструктуры на месторождении, схем вскрытия и т. д. При этом применяется компьютерная реализация методов ручной геометризации недр, и алгоритмы автоматизированного решения отдельных этапов задач, например, трассировка топоосновы, фильтрация и нидлинг. Как показывает практика отечественных горнодобывающих компаний, работа с данными каркасной модели месторождения (6) требует большого объема квалифицированной ручной работы, автоматизированные операции в редких случаях обеспечивают приемлемый результат [1].

На рис. 1 для сравнения приведены виды моделей рудного тела: а - блочной (5), б - каркасной (6) и в - на основе карт высот (10).

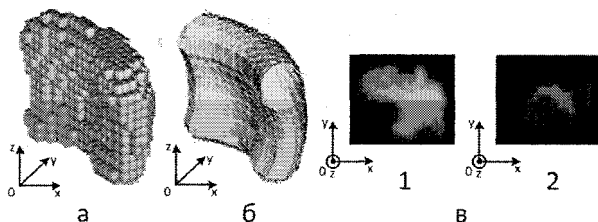


Рис. 1. Сравнение видов моделей рудного тела

4. Прогнозирование литологической ситуации участка недр

Значения функции (1) для любой из точек неизвестны. В ходе геологоразведочных, топографо-геодезических и маркшейдерских работ становится известной лишь небольшая совокупность ее значений $d_0[i, j, k]$. Таким образом, для блочной модели (5) становится известной совокупность элементов $g_0[i, j, k]$, а для модели на основе карт высот (10) - совокупность точек $s_0[i, j]$ для каждой моделируемой литологической поверхности (7) из (8). При этом другие параметры моделей определены и неизменны во время моделирования.

Задача прогнозирования литологической ситуации участка недр месторождения сводится к нахождению по данным известным совокупностям неизвестных элементов матрицы (5) для блочной модели и матриц (7) из (8) для модели на основе карт высот (10). Для горнодобывающих предприятий требуется автоматизированное оперативное решение данной задачи в ходе производственного процесса.

Задача прогнозирования литологической ситуации участка недр для блочной модели (5) решается при помощи методов геостатистики, представляющие собой итеративные процедуры структурного анализа. Структурный анализ в геостатистике - очень мощный инструмент. Тем не менее, он достаточно сложный, затратный по времени, требует большой квалификации и ручной работы. Это затрудняет применение блочной модели для оперативного автоматического решения данной задачи на горном производстве [12].

Задача прогнозирования литологической ситуации участка недр для модели на основе карт высот (10) решается при помощи нахождения дискретной свертки двумерной матрицы $s_0[i, j]$ с ядром фильтра $\psi[l, m]$:

$$s[i, j] = s_0[i, j] * \psi[l, m] = \sum_{l=-\frac{Q_l}{2}}^{\frac{Q_l}{2}} \sum_{m=-\frac{Q_m}{2}}^{\frac{Q_m}{2}} (s_0[i+l, j+m] \psi[l, m]). \quad (11)$$

Данная операция потребуется для всей совокупности литологических поверхностей (8). Тем самым будет восстановлена полная подробная литологическая ситуация участка недр.

При этом благодаря оптимальному представлению данных открываются возможности применения более эффективных методов по сравнению с геостатистическими, преимущественно основанных на интеллектуальных вычислениях, для оперативного решения производственных задач в системах автоматизации горного производства. Например, применение для прогнозирования литологической ситуации участка недр распознавания образов при помощи искусственных нейронных сетей. Данные методы являются хорошо проработанными в смежных областях [9].

5. Оптимальное планирование открытых горных работ

Важной задачей, которая решается на горном производстве, является задача оптимального планирования горных работ. Для текущего периода отработки месторождения, заданного планом развития горных работ, требуется найти экономически наиболее выгодный карьер с учетом действующих ограничений: технологических, экономических, требований безопасности и т. д. Задача формулируется как оптимизационная задача математического программирования. Для горнодобывающих предприятий требуется автоматизированное оперативное решение данной задачи в ходе производственного процесса [13].

Вводится функция автоматического синтеза открытой эксплуатационной горной выработки участка месторождения, определяемого координатами (x, y, z) :

$$p[i, j, k] = p(x, y, z), \quad (12)$$

элементы

$$p[i, j, k] = \begin{cases} 1, & \text{если блок внутри выработки,} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Из-за ограничений по объему вычислительных ресурсов блочная модель (5) оказывается способной работать только с оценочными контурами открытых эксплуатационных горных выработок, которые строятся на данной модели при помощи функции (12) на основе простейшего паттерна (как правило, конуса) [14]. Модель на основе карт высот (10) при помощи функции (12) позволяет детально промоделировать открытую эксплуатационную горную выработку с учетом всех необходимых параметров, а не просто построить ее оценку. На рис. 2 для сравнения приведены профили выработки, синтезируемой функцией (12) на блочной модели (5), изображенной пунктиром, и для модели на основе карт высот (10), изображенной сплошной жирной линией. Поверхности литологических тел изображены на рис. 2 сплошными тонкими горизонтальными кривыми линиями. Как видно из рис. 2 точность моделирования выработки (12), учитывающей необходимые параметры благодаря возможностям модели на основе карт высот, значительно выше, чем при моделировании выработки (12) у блочной модели (5).

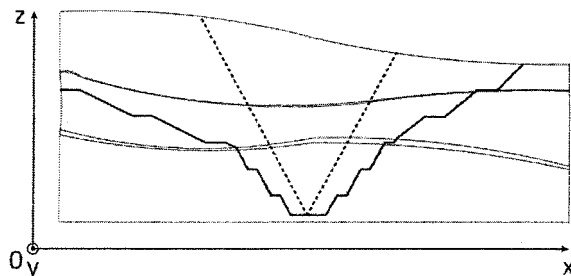


Рис. 2. Сравнение открытых эксплуатационных горных выработок для блочной модели и для модели на основе карт высот

Модель выработки (12) в виде карты высот синтезируется и обрабатывается быстрее за счет меньшей размерности, что позволяет применять ее для оперативного решения производственных задач. При этом добыча в модели карт высот ведется только с поверхностей литологических тел, и приращение полезного компонента будет достигнуто при добыче с нижних поверхностей тел балансовых запасов.

Вводится дополнительная функция добычи литологического тела, которая делает поверхность выработки (12) действительной между верхней и нижней поверхностями для данного добываемого тела. Это необходимо для корректного подсчета объемов добычи:

$$m_{Q_x \times Q_y} = m(z, p) = \begin{cases} s_{z-1}[i, j], & \text{если } p[i, j] > s_{z-1}[i, j], \\ p[i, j], & \text{если } s_z[i, j] \leq p[i, j] \leq s_{z-1}[i, j], \\ s_z[i, j], & \text{если } p[i, j] > s_z[i, j]. \end{cases} \quad (13)$$

С учетом моделирования скалярным полем (1) чистой прибыли от реализации полезного компонента в блоках $[i, j, k]$ становится возможным определить экономическую эффективность данной выработки:

$$e_{xyz} = e(x, y, z) = \sum_{h=2}^{Q_h} \left(x_0 y_0 c_h \sum_{i=1}^{Q_x} \sum_{j=1}^{Q_y} (s_h[i, j] - m_{ij}(z, p(x, y, z))) \right). \quad (14)$$

Выполняется расчет матрицы прибыли добычи каждого блока модели месторождения оценочными выработками:

$E_{Q_x \times Q_y \times Q_h} = \{e(i, j, h)\}$,
формируется вектор-строка из ее элементов $k_{j \times Q_x \times Q_y \times Q_h} = \{k_q\}$, в итоге записывается целевая функция работы горнодобывающего предприятия:

$$J = \sum_{q=1}^{Q_x \times Q_y \times Q_h} (k_q x_q). \quad (15)$$

где $x_{Q_x \times Q_y \times Q_h \times 1} = \{x_q\}$ – вектор-столбец неизвестных, элементы которого

$$x[q] = \begin{cases} 1, & \text{если блок добывается,} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Ограничения для целевой функции (15) специфичны для каждой конкретной задачи [13, 14]. Постановку задачи оптимального планирования горных работ можно записать в виде

$$J \xrightarrow{x} \max. \quad (16)$$

Из-за высокой ресурсоемкости прямое применение методов математического программирования для решения аналогичных (16) задач для блочной модели (5) оказывается невозможным [13, 14]. Поэтому для поиска неизвестных x , обеспечивающих максимум целевой функции (15) для блочной модели, в основном применяются алгоритмы эвристического поиска, методы теории графов, а также модифицированные методы матема-

тического программирования [3,13]. Например, алгоритм плавающего конуса [14], алгоритм Лерча-Гроссмана [15], метод отсечения ветвей [13]. Однако данные методы не всегда позволяют найти оптимальное решение и не применимы для некоторых типов месторождений [3]. Для крупных месторождений расчеты занимают значительное время, как правило, несопоставимое с требуемым сроком получения результата, поскольку сами методы и их реализации не ориентированы на использование высокопроизводительных параллельных вычислений [13].

Для решения задачи (19) для модели на основе карт высот (10) можно предпринимать попытки непосредственного применения классических методов оптимизации с использованием высокопроизводительных вычислений. Также можно модифицировать существующие методы для блочной модели. В частности, алгоритм Лерча-Гроссмана в этом случае покажет лучшие результаты, по сравнению с использованием на блочной модели [15].

Заключение

Преодоление низкоэффективного совместного использования блочной и каркасной модели месторождений возможно за счет использования модели месторождения на основе карт высот. Модель на основе карт высот демонстрирует улучшенные возможности оперативного моделирования литологической ситуации, оптимального планирования открытых горных работ и диспетчеризации в задачах автоматизации горного производства. Использование данной обобщенной модели открывает возможности построения распределенной корпоративной информационной системы, составляющей ИТ-инфраструктуру горнодобывающего предприятия.

Литература

1. Залит, А.В. Опыт использования GEMS / А.В. Залит // II Конференция пользователей системы диспетчеризации ГТК «КАРЬЕР» и горно-геологической системы GEMS, 23-26 октября 2006.
2. Лабутин, С.А. SAP xMII - Решение для мониторинга производства, взгляд со стороны ERP / С.А. Лабутин // II Конференция пользователей системы диспетчеризации ГТК «КАРЬЕР» и горно-геологической системы GEMS, 23—26 октября 2006.
3. Howard, L. SME mining engineering handbook: in 2 vol. / L. Howard. — New York: Society for Mining, Metallurgy and Exploration, 1992. - Vol. 1—2.
4. Gallup, D. A Heightmap Model for Efficient 3D Reconstruction from Street-Level Video / D. Gallup, J.-M. Frahm. - North Carolina: University of North Carolina Department of Computer Science, 2010.
5. Мартыанова, А.В. Математические методы моделирования в геологии: учеб. пособие / А.В. Мартыанова. — Астрахань: Астраханский го-

сударственный технический университет, 2008. — 191 с.

6. Грузман, И.С. Цифровая обработка изображений в информационных системах: учеб. пособие / И. С. Грузман. — Новосибирск: НГТУ, 2002. — 168 с.

7. Семенов, С. Исследование неадаптивных операторов дискретной свертки для обработки изображений / С. Семенов // Журнал радиоэлектроники. — 2007. — № 9.

8. Тьюарсон, Р. Разряженные матрицы / Р. Тьюарсон. — М.: Мир, 1977. — 171 с.

9. Скворцов, А.В. Триангуляция Делоне и ее применение / А.В. Скворцов. — Томск: Изд-во Томского ун-та, 2002. — 128 с.

10. Ягель, Р. Рендеринг объемов в реальном времени / Р. Ягель. — Огайо: Кафедра информатики университета штата Огайо, 1996.

11. GigaVoxels: Ray-Guided Streaming for Effi-

cient and Detailed Voxel Rendering / C. Crassin, F. Neyret, S. Lefebvre, E. Eisemann // ACM SIGGRAPH Symposium on Interactive 3D Graphics and Games (I3D), feb. 2009.

12. Dendy, B. Neural Network Modelling Of Ore Grade Spatial Variability / B. Dendy. — Nottingham: University of Nottingham, 2004.

13. Cacetta, L. Optimization Techniques For Open Pit Mine Scheduling / L. Cacetta. — Curtin: School of Mathematics and Statistics Curtin University of Technology, 2003.

14. Ду, Ч. Ю. Моделирование и комплексная оптимизация в планировании и управлении открытыми горными работами: учеб. пособие / Ч. Ю. Ду. — М: Московский горный институт, 1993. — 71 с.

15. Lerchs, H. Optimum design of open pit mines / H. Lerchs. — Ottawa: Canad. Institute of Mining Bull, 1965.

Поступила в редакцию 8 апреля 2010 г.